

6. Calcolo di verifica per il tiraggio in un camino di geometria assegnata

Per il sistema rappresentato in Fig.1, si verifichi che sussistano le condizioni sufficienti per il tiraggio.

E' noto che in un impianto di combustione, i prodotti della combustione vengono dispersi in atmosfera tramite il camino. A tal proposito, il dimensionamento del camino deve essere effettuato in modo da garantire l'invio dei fumi verso l'esterno e deve essere tale da assicurare che il moto di questi ultimi si svolga in condizioni ottimali di temperatura, velocità e pressione. Un dimensionamento corretto deve inoltre scongiurare il rischio di condensazione di vapore d'acqua sulle pareti del condotto di fumi.

Il principio di funzionamento dei camini si basa sul tiraggio, ovvero sulla depressione generata alla base del camino per effetto della minore densità dei gas caldi rispetto all'aria esterna. Si prenda in considerazione lo schema di Fig.1.

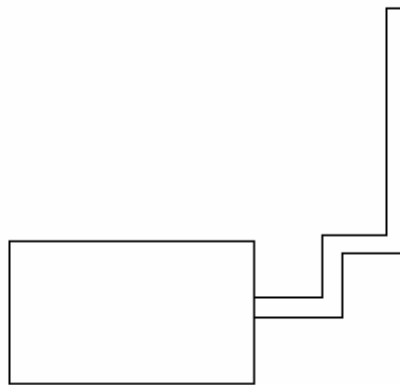


Fig.1

Si supponga che l'impianto di combustione serva un utenza condominiale costituita da 16 famiglie; il combustibile adoperato è metano¹ che brucia con eccesso d'aria $e = 0.1$. Ipotizzando una potenzialità dell'impianto pari a 50 kW , si ottiene che la portata di combustibile bruciato $\dot{m}_{\text{FUEL}} = 12.8 \text{ kg/h}$. Si ipotizza inoltre che la sezione del camino sia circolare con spessore $t = 25 \text{ mm}$ e che la temperatura di ingresso dei fumi sia $T_{\text{FUMI,IN}} = 150 \text{ °C}$. Un'altra ipotesi che viene fatta riguarda la composizione chimica

dei fumi e le relative proprietà termodinamiche; si assume, in prima approssimazione, che a parità di temperatura i gas esausti provenienti dal combustore abbiano proprietà termodinamiche uguali a quelle dell'aria.

Nella Tab.1 si riportano le dimensioni dei vari tratti del camino:

Tratto	Lunghezza L [m]	Diametro Φ [m]
1	2	0.3
2	2	0.3
3	2	0.3
4	15	0.3

Tab.1: parametric geometrici del condotto fumi

Indicando con ρ_{FUMI} la densità dei fumi nel condotto e con ρ_{ARIA} la densità dell'aria esterna, la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno è:

$$\Delta p = g \cdot H \cdot (\rho_{FUMI} - \rho_{ARIA}) \quad (6.1)$$

Questa differenza di pressione è negativa quando ovviamente i fumi sono più caldi dell'aria esterna, ovvero quando si verifica che $\rho_{FUMI} < \rho_{ARIA}$. Cambiando il segno a tale differenza di pressione si ottiene il cosiddetto tiraggio statico:

$$T = g \cdot H \cdot (\rho_{ARIA} - \rho_{FUMI}) \quad (6.2)$$

Alla temperatura ambiente e a pressione atmosferica, l'aria ha una densità $\rho_{ARIA}=1.2 \text{ kg/m}^3$; per quanto riguarda invece i gas combusti, è necessario calcolarne un valore di temperatura media al fine di ricavare il corrispondente valore di densità (su questo punto si discuterà ampiamente in seguito).

Affinchè s'instauri il moto dei fumi per effetto del tiraggio deve verificarsi che le perdite di carico concentrate e distribuite lungo il condotto non risultino superiori

¹ $H_i = 50000 \text{ kJ/kg}$

alla differenza di pressione dovuta al $\Delta\rho$ tra aria e gas caldi. Sintetizzando, la condizione per la quale si ottiene il tiraggio è la seguente:

$$T > R_h + \frac{1}{2} \rho_{FUMI} (v_{OUT}^2 - v_{IN}^2) \quad (6.3)$$

Al secondo membro, il termine cinetico è presente solo nel caso in cui la sezione di passaggio dei fumi presenti delle variazioni; in questo caso, essendo la portata massica dei fumi costante, si verifica una variazione di velocità. Nel nostro caso, come già riportato in Tab.1, la sezione del condotto è costante, pertanto i fumi attraversano il camino a velocità costante.

R_h rappresenta invece la somma delle perdite di carico concentrate e distribuite:

$$R_h = \Psi \cdot \frac{h}{D_h} \cdot \rho_{FUMI} \frac{v_{FUMI}^2}{2} + \sum_i \xi_i \rho_{FUMI} v_{FUMI}^2 \quad (6.4)$$

Nella (6.4), al secondo membro compaiono (da sinistra a destra) le perdite di carico distribuite e quelle concentrate. In particolare, il termine Ψ rappresenta il fattore d'attrito, il quale può essere stimato con opportune correlazioni. Tra le possibili, si faccia riferimento alla formula di Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{\Psi}} = -2 \text{Log} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{D_h}}{3.71} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{\Psi}} \right) \quad (6.5)$$

Dove:

D_h è il diametro idraulico della sezione ed è stimabile come $D_h = 4 \frac{S}{U}$, dove S ed U sono rispettivamente la sezione ed il relativo perimetro.

Re è chiaramente il ben noto numero di Reynolds,
$$\text{Re} = \frac{v_{FUMI} D_h \rho_{FUMI}}{\mu}$$

In realtà, nella pratica tecnica non si fa riferimento alla formula (6.5); risulta essere molto più immediato utilizzare degli abachi che riportano le varie grandezze di interesse.

Per quanto riguarda invece le perdite di carico concentrate che compaiono nella (6.4), il termine ξ_i è il fattore di resistenza localizzato, variabile a seconda della geometria del condotto.

Come si nota osservando il secondo membro della (6.4), ovvero le perdite di carico distribuite e concentrate, i termini Ψ , ρ_{FUMI} e v_{FUMI} ecc dipendono tutti dalla temperatura media dei fumi; si prenda in considerazione a titolo di esempio ρ_{FUMI} . E' chiaro che per conoscere la densità dei fumi dobbiamo conoscerne la temperatura ($p=p_{ATM}$); più precisamente, definire una densità per i fumi all'interno del condotto vuol dire definire una densità media, calcolata a sua volta in corrispondenza di una temperatura media. Infatti, i fumi tenderanno a raffreddarsi lungo il condotto e a questo decremento di temperatura corrisponderà un aumento di densità. Pertanto parlare di temperatura dei fumi nel condotto significa implicitamente parlare di una temperatura media, non essendo, come già detto, la temperatura costante. Il calcolo della temperatura media, che verrà affrontato tra poco per la stima del tiraggio T , è a rigore un calcolo di tipo iterativo. Questo perché la temperatura media dipende dal calore specifico a pressione costante, il quale a sua volta dipende dalla temperatura media! In tal caso, dal punto di vista numerico, si parla di loop e si procede per tentativi; si deve notare inoltre che anche nel calcolo del fattore di carico Ψ incorriamo nello stesso problema, dal momento che tale fattore dipende dal numero di Reynolds, il quale a sua volta dipende dalla viscosità, densità e velocità, tutte funzioni della temperatura. Pertanto solo dopo aver effettuato il calcolo della temperatura media dei fumi riusciamo a "sbloccare" il nostro esercizio. Comunque, per il momento lasciamo in sospeso il calcolo della temperatura media (e quindi della densità e quindi della perdita di carico) e rimandiamolo a quando effettueremo il calcolo del tiraggio. Per quanto riguarda gli altri termini che compaiono nella (6.4), il calcolo del fattore di resistenza localizzata ξ_i si effettua utilizzando opportuni diagrammi, i quali ne riportano il valore a seconda del tipo di gomiti attraverso cui si snodano i vari tratti del camino; come si nota da Fig.1 essi

sono a 90°, si ricava pertanto che $\xi_i = 1.3^2$

A questo punto si passa al calcolo del tiraggio; dalla (6.2) si vede che esso dipende dalla densità dei fumi, per la quale vale un discorso analogo a quanto già fatto per il calcolo delle perdite di carico circa la temperatura media. E' stato già chiarito che i fumi non hanno temperatura costante durante il percorso all'interno del condotto; precisamente si può stimare che la loro temperatura lungo il condotto vari con una legge del tipo:

$$T_{FUMI}(i) = (T_{FUMI,IN} - T_{ARIA}) \cdot \exp\left(\frac{-U \cdot C \cdot y}{\dot{m}_{FUMI} c_{p,FUMI}}\right) + T_e \quad (6.6)$$

Nella (6.6), l'indice i definisce la posizione lungo il condotto nella quale viene calcolata la temperatura dei fumi; in breve, la (6.6) indica che nella generica posizione i del condotto, la temperatura dei fumi è funzione della distanza y dalla base del camino, la quale ovviamente varia al variare di i . Le grandezze che compaiono nella (6.6) vengono definite in Tab.2.

$T_{FUMI,IN}$	Temperatura dei fumi in ingresso	[K]
T_{ARIA}	Temperatura dell'aria esterna	[K]
U	Perimetro della sezione di passaggio dei fumi	[m]
C	Trasmittanza	[W/m ² K]
\dot{m}_{FUMI}	Portata massica dei fumi	[kg/s]
$c_{p,FUMI}$	Calore specifico a pressione costante dei fumi	[kJ/kgK]
H	Altezza totale del camino	[m]

Tab.2

² Il termine relativo alle perdite di carico concentrate è lo stesso per tutti e tre i gomiti, quindi la sommatoria della (6.4) è da intendersi da 1 a 3.

Il valore medio della (6.6) corrisponde esattamente al valore di temperatura media dei fumi nel condotto:

$$T_{m,FUMI} = \frac{T_{FUMI,IN} - T_{ARIA}}{K} (1 - e^{-K}) + T_e \quad (6.7)$$

dove:

$$K = \frac{U \cdot C \cdot H}{\dot{m}_{FUMI} c_{p,FUMI}} \quad (6.8)$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \left[r_t + \frac{1}{\alpha_e} \frac{D_{hi}}{D_{he}} \right] \cdot S_h} \quad (6.9)$$

Nella (6.8), $U = \pi \Phi = 0.942 \text{ m}$, $H = 17 \text{ m}$, $\dot{m}_{FUMI} \cong 0.0036 \text{ kg/s}$. A questo punto si riprende il discorso circa il calcolo iterativo della temperatura media; come si nota, nella (6.8) compare il calore specifico a pressione costante, la cui conoscenza richiede a sua volta un valore di temperatura; anche in questo caso si parla di "loop numerico", ragione per cui si procede per tentativi e successive approssimazioni. E' necessario ipotizzare un certo valore di calore specifico, ad esempio quello corrispondente ad una $T = 100^\circ\text{C}$; con questo valore di c_p calcoliamo $T_{m,FUMI}$. Tale valore calcolato risente di un'approssimazione, di un errore che commettiamo nell'ipotizzare un valore arbitrario del c_p . Si procedere sostituendo iterativamente i valori rispettivamente ricavati di $T_{m,FUMI}$ e $c_{p,FUMI}$ nella (6.8), fin quando il risultato non si stabilizza (in tal caso si parla di convergenza del calcolo). Il caso più fortunato è quello in cui con questo valore di $c_{p,FUMI}$ si ricava che $T_{m,FUMI} = 100^\circ\text{C}$, senza avere la necessità di ricorreggere iterativamente i numeri ma come si vedrà questo caso non è il nostro. Per una temperatura di 100°C si ha che $c_{p,FUMI} = 1,0115 \text{ kJ/kgK}$. Ci manca la trasmittanza; si riportano in Tab.3 che segue i vari termini che compaiono nella (6.9):

α_i	Coefficiente di scambio termico convettivo parete interna	$[W/m^2K]$
α_e	Coefficiente di scambio termico convettivo parete esterna	$[W/m^2K]$
r_t	Resistenza termica della parete del condotto	
$D_{h,INT}$	Diametro idraulico della sezione interna	$[m]$
$D_{h,EXT}$	Diametro idraulico della sezione esterna	$[m]$
S_h	Fattore di correzione per T non costante	

Tab.3

Il calcolo della resistenza termica r_t per una generica parete multistrato si effettua applicando la formula che segue:

$$r_t = C_f \cdot \sum_n \frac{D_{h,n}}{2\lambda_n} \ln\left(\frac{D_{h,n+1}}{D_{h,n}}\right) \quad (6.10)$$

Dove C_f è il fattore di forma³, n rappresenta il numero di strati, λ_n è il coefficiente di conduttività termica dello strato n -esimo e $D_{h,n}$ è il diametro idraulico dello strato n -esimo. Nel nostro caso, non essendo stata prevista una coibentazione per il condotto, non ci saranno strati aggiuntivi per cui l'argomento del logaritmo nella (6.10) è pari ad 1, per cui si ha che $r_t = 0$.

Per quanto riguarda invece il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo, si ipotizzi che $\alpha_i = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $\alpha_e = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$; inoltre, si assuma che il fattore di correzione S_h sia pari a 0.5^4 . Con questi dati si ottiene che la trasmittanza $C = 7.40 \text{ W/m}^2\text{K}$. Possiamo calcolare a questo punto il fattore K espresso nella (6.8): si ha che $K = 1.63$. Possiamo in definitiva calcolare la temperatura media dei fumi con la (6.7), ottenendo $T_{m,FUMI} = 84 \text{ }^\circ\text{C}$. Tale valore è diverso da quello ipotizzato in partenza (cioè 100°C), quindi per quanto detto dovremmo fare una seconda iterazione, dalla quale calcoleremo un nuovo c_p (ora corrispondente a 84°C) e dal quale a sua volta una

³ Sezione circolare: $C_f=1$ Sezione quadrata: $C_f=1.27$ Sezione rettangolare ($b/a < 1.5$): $C_f=1.30$

⁴ Valore tipico per sistemi generatore-camino convenzionali

nuova $T_{m,FUMI}$ e così via fino alla stabilizzazione dei risultati. Per snellire il tutto accontentiamoci di questo valore (pur non avendo nessuna garanzia sulla sua validità) e andiamo avanti: a questa temperatura corrisponde una densità $\rho_{FUMI}=0.98 \text{ kg/m}^3$. Possiamo dunque calcolare il tiraggio con la (6.2); si ha che:

$$T = 9.81 \times 17 \times (1.2 - 0.98) = 7 \text{ Pa.}$$

Per quanto riguarda la velocità dei fumi, essa può essere ricavata dalla portata massica:

$$v_{FUMI} = \frac{\dot{m}_{FUMI}}{\rho_{FUMI} S} = \frac{0.0036}{0.98 \times 0.07065} = 0,052 \frac{m}{s}$$

Abbiamo ora tutti gli strumenti anche per calcolare R_h , infatti si ricava che $Re=517$, da cui, si ottiene che $\Psi=0.1$. Si ha dunque che :

$$R_h = 0.1 \times \frac{17}{0,3} \times 0.98 \times \frac{0.052^2}{2} + 3 \times (1.3 \times 0.98 \times 0.052^2) = 0,018 \text{ Pa}$$

Pertanto, la verifica del nostro camino è positiva. Si ricorda che questo calcolo non è rigoroso, in quanto non abbiamo proseguito con le iterazioni fino a raggiungere il valore preciso di temperatura media dei fumi.