# Intervalli di fiducia

29 Novembre 2010

dott.ssa Clelia Cascella

# Intervalli di confidenza per la media (con varianza nota)

- n=100   σ=5,1   $media_{camp}$=21,6   α=0.05
- La formula è

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$21.6 - 1.96 \cdot \frac{5.1}{\sqrt{100}} < \mu < 21.6 + 1.96 \cdot \frac{5.1}{\sqrt{100}}$$

$$20.6 < \mu < 22.6$$

# Esempio 2

- Per campioni piccoli, utilizziamo una t di Student. La formula, quindi, è

$$\boxed{\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

n=16 - media camp=3.42 - s.q.m.=0,68 - α=0,01

Ipotizziamo distribuzione normale.

Poiché n=16 → g.l. v=n-1=15. il valore critico di t=2,947

$$3{,}42 - 2{,}947\frac{0{,}68}{\sqrt{16}} < \mu < 3{,}42 + 2{,}947\frac{0{,}68}{\sqrt{16}} \qquad 2{,}91 < \mu < 3{,}93$$

**La media della popolazione (μ) non cadrà necessariamente in questo intervallo: siamo confidenti che 95 volte su 100 la media della popolazione cade in questo intervallo.**

# Intervalli di confidenza per le proporzioni

- Campioni grandi e distribuzioni non normali → popolazione bernoulliana
- Scopo: stimare la probabilità di successo, cioè la frequenza relativa (o proporzione) con cui una certa caratteristica si presenta negli individui di una data popolazione.
- Si estraggono campioni e si considera la seguente proporzione campionaria:

$$\hat{P} = X / n$$

X = numero di volte in cui la caratteristica oggetto di studio si presenta nel campione

# In specifiche condizioni, la distribuzione bernoulliana può essere approssimata ad una Normale. Quindi,

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{\hat{P} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

Tale statistica segue approssimativamente una distribuzione normale (per valori di n grandi). Possiamo quindi costruire un intervallo di confidenza usando la seguente approssimazione

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \longrightarrow -z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\hat{P} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} < z_{\frac{\alpha}{2}}$$

Sostituiamo al denominatore del membro centrale, la proporzione campionaria. Otteniamo, in questo modo, la seguente formula per l'intervallo di confidenza

$$\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

# Esempio

- n= 400 persone a cui è stato somministrato un vaccino. 136 di esse hanno subito effetti collaterali. Determinare un intervallo di confidenza al 95% per la proporzione della popolazione che soffre di tali effetti collaterali

$$\hat{p} = \frac{136}{400} = 0.34$$

L'intervallo di confidenza, con un valore critico di 1,96 (trovato sulle tavole) è quindi pari a

$$0.34 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.34 \cdot (1 - 0.34)}{400}} < p < 0.34 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.34 \cdot (1 - 0.34)}{400}}$$

$$0.29 < p < 0.39$$