CAPITOLO PRIMO

SISTEMI ED UNITÀ DI MISURA. APPROSSIMAZIONE NEL CALCOLO TECNICO

1.1 Sistemi ed unità di misura. Grandezze fondamentali e derivate. Fattori di conversione

1.1.1 Introduzione

Ai fenomeni che si osservano in natura sono spesso associabili grandezze fisiche che, in opportune combinazioni, forniscono leggi e relazioni che descrivono i fenomeni stessi.

Ad esempio, per un corpo in movimento che si sposta lungo una traiettoria rettilinea, percorrendo spazi uguali in tempi uguali, comunque piccoli, la legge del moto può scriversi:

$$ds = v \cdot dt$$

avendo indicato con dt il tempo impiegato a percorrere lo spazio ds. Se nella precedente relazione si assumuno come *grandezze fon-*

damentali spazio e tempo, la grandezza v, in tal caso costante, che rappresenta la velocità del moto sarà *derivata* dal loro rapporto.

La possibilità di definire per essa un valore numerico resta legata alla misurabilità di ds e di dt. Misurare una qualsiasi grandezza G significa confrontarla con un'altra dimensionalmente omogenea assunta come unità campione. La misura di G è esprimibile secondo la relazione:

$$G = n \cdot U$$

dove U rappresenta l'unità di misura scelta ed n è un numero reale. Il numero che esprime il valore della grandezza misurata può essere diverso a seconda dell'unità campione prescelta: ad esempio la misura dell'altezza di un edificio sarà 30, 0,030 o 3000 a seconda che l'unità prescelta sia rispettivamente il metro, il chilometro o il centimetro.

1.1.2 Il Sistema Internazionale

Storicamente deriva dal Sistema Giorgi (dal nome del suo ideatore) noto anche come sistema MKS poiché considerava come unità fondamentali solo quelle associate alle tre grandezze lunghezza, massa e tempo (M=metro; K=kilogrammo ; S=secondo). Il Sistema Internazionale fu definito ed approvato dalla Conferenza Generale dei Pesi e Misure nel 1960, ed è indicato con la sigla SI: le sue unità di misura sono fissate in base ad accordi internazionali,ed esso rappresenta una normativa razionale ed unificata per tutte le misurazioni scientifiche, industriali e commerciali. Adottato ufficialmente all'interno dei Paesi della Comunità Europea,secondo quanto stabilito dalla direttiva CEE del 18 ottobre 1971 n.71/354/ CEE, viene raccomandato in molti altri Paesi; il suo uso è inoltre incoraggiato da quasi tutte le organizzazioni per l'unificazione, tra cui l'I.S.O. (International Organization for Standardization).

Il Sistema Internazionale stabilisce le unità di misura di sette grandezze fondamentali, di due grandezze supplementari (Tab. 1.1) e di tutte le grandezze derivate.

Tab. 1.1 – Grandezze fondamentali e supplementari e relative unità di misura del Sistema Internazionale.

UNITÀ FONDAMENTALI			
GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITÀ SI	SIMBOLO
Lunghezza	[L]	metro	m
Massa	[M]	kilogrammo	kg
Tempo	[T]	secondo	s
Corrente elettrica	[I]	ampere	A
Temperatura termodinamica	[Θ]	kelvin	K
Intensità luminosa	[J]	candela	cd
Quantità di sostanza		mole	mol
UNITÀ SUPPLEMENTARI			
GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITÀ SI	SIMBOLO
Angolo piano		radiante	rad
Angolo solido		steradiante	sr

Le unità SI caratterizzate da un nome proprio nella scrittura estesa vanno riportate con l'iniziale minuscola. Ad esempio l'unità di misura della potenza è il *watt*, quella dell'energia il *joule*, etc. Viceversa quando delle suddette unità di misura si adotta il simbolo, allora questo va riportato con la maiuscola. Ad esempio 15 W, 210 J, etc.

Nel SI accanto alle 3 unità fondamentali (m, kg, s) vengono introdotte anche le 3 corrispondenti dimensioni fondamentali, designate con le seguenti lettere maiuscole poste tra parentesi quadre:

massa	[M]
lunghezza	[L]
tempo	[T]

Si noti che le tre dimensioni fondamentali, M, L, T, non vanno assolutamente confuse con le unità di misura o con i prefissi dei loro multipli e sottomultipli. Ad ogni grandezza fisica corrisponde un'unica equazione dimensionale derivante dalla definizione stessa:

$$[\text{velocità}] = \frac{[\text{spazio}]}{[\text{tempo}]} = \frac{[L]}{[T]} = [L][T^{-1}]$$

Dall'equazione precedente, tramite la Tab. 1.1 si deduce l'unità di misura della velocità: m/s.

La verifica delle dimensioni di ogni grandezza fisica è pertanto un comodo mezzo per controllare se una serie di operazioni o di passaggi di calcolo qualsiasi è stata condotta esattamente. Ad esempio, poiché

$$[\text{forza}] = [\text{massa}] \cdot [\text{accelerazione}] = [M] \cdot [LT^{-2}]$$

$$[\text{spostamento}] = [L]$$

risulterà

$$[\text{energia, lavoro}] = [\text{forza}] \cdot [\text{spostamento}] =$$

$$= [M] \cdot [LT^{-2}] \cdot [L] = [ML^2T^{-2}]$$

Nota l'equazione dimensionale si possono ricavare agevolmente le unità di misura della grandezza energia:

$$\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$

Non essendo pratico l'uso delle sole unità SI è necessario introdurre multipli e sottomultipli decimali, individuati da prefissi che prendono il nome di *prefissi* SI. A tali prefissi corrispondono potenze di 10 il cui esponente, positivo o negativo è, nella maggior parte dei casi, un multiplo di 3 (Tab. 1.2).

Tab. 1.2 – Prefissi SI

prefisso	simbolo	fattore	prefisso	simbolo	fattore
deca	da	10^1	deci	d	10^{-1}
etto	h	10^2	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}

Il simbolo di un prefisso può essere affiancato al simbolo di una unità fondamentale, supplementare o derivata per formare il simbolo del multiplo o sottomultiplo di quella unità.

Ad esempio 1 M Pa = 10^6 Pa. Non si possono utilizzare prefissi composti come ad esempio $3 \cdot 10^{-12}$ A= 3 pA e non 3 $\mu\mu$A.

Con riferimento alla Tab. 1.1 si fa notare che l'unità di misura della temperatura termodinamica è il kelvin; è errata la designazione *grado kelvin* così come $°K$: l'espressione corretta di un valore di temperatura secondo il SI è, ad esempio

$$T = 300\ \mathrm{K}$$

Dalle unità fondamentali e supplementari si ottengono, con opportune combinazioni, le unità di tutte le grandezze derivate.

Per ragioni di praticità, ad alcune di esse,spesso a causa della loro complessità, sono stati attribuiti nomi (in genere il nome dello scienziato a cui si ispirano) e simboli speciali. In Tab. 1.3 sono riportate le unità SI delle grandezze derivate di maggior uso nel calcolo tecnico.

Tab. 1.3 – Grandezze derivate e loro unità nel SI

GRANDEZZA	DIMENSIONI	UNITÀ SI	SIMBOLO
Velocità	$[LT^{-1}]$	metro/secondo	m/s
Accelerazione lineare	$[LT^{-2}]$	metro/secondo quadrato	m/s^2
Densità (massa volumica)	$[ML^{-3}]$	kilogrammo/metro cubo	kg/m^3
Forza	$[MLT^{-2}]$	newton	$1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2$
Pressione	$[ML^{-1}T^{-2}]$	newton/metro quadrato	$1\ N/m^2 = 1\ Pa$
Energia, Lavoro	$[ML^2T^{-2}]$	joule	$1\ J = 1\ N \cdot m$
Costante universale dei gas	$[ML^2T^{-2}\Theta^{-1}]$	joule/(kg-mole kelvin)	J/kg-mole·K
Costante dei gas	$[L^2T^{-2}\Theta^{-1}]$	joule/(kilogrammo kelvin)	J/kg·K
Potenza	$[ML^2T^{-3}]$	watt	$1\ W = 1\ J/s$
Portata volumetrica	$[L^3T^{-1}]$	metri cubi/secondo	m^3/s
Portata massica	$[MT^{-1}]$	kilogrammi/secondo	kg/s
Conduttività termica	$[MLT^{-3}\Theta^{-1}]$	watt/(metro·kelvin)	W/m·K
Viscosità dinamica	$[ML^{-1}T^{-1}]$	pascal·secondo	Pa·s
Viscosità cinematica	$[L^2T^{-1}]$	metro quadro/secondo	m^2/s
Conduttanza superficiale	$[MT^{-3}\Theta^{-1}]$	watt/(metro quadro·kelvin)	$W/m^2 \cdot K$

1.1.3 Altri sistemi di unità di misura

Le unità del SI vanno gradatamente sostituendo quelle dei sistemi preesistenti: alcuni di essi se ne diversificano completamente, altri solo per la parziale sostituzione di alcune unità. Il periodo di transizione è tuttavia ben lontano dal concludersi: la conoscenza delle unità di altri sistemi e dei rispettivi fattori di conversione diviene quindi una condizione operativamente indispensabile.

Il sistema che trova ancora oggi un notevole riscontro nella pratica quotidiana è il Sistema Tecnico (ST) detto anche Sistema degli Ingegneri. Esso assume come grandezze fondamentali la lunghezza, la forza ed il tempo, adottando come unità di misura rispettivamente il metro, il kilogrammo-forza (o kilogrammo-peso o kilopond) ed il secondo. Il kilogrammo forza (kg_f o k_p) è definito come quella forza che applicata alla massa di 1 kg imprime ad essa un'accelerazione pari a quella di gravità, fissata a $9,8\ m/s^2$. Pertanto, è facile ricavare che:

$$1\ kg_f = \text{massa} \cdot \text{acc. di gravità} = 1\ kg \cdot 9.807\ m/s^2 =$$
$$= 9,807\ kg\ m/s^2 = 9,807\ N$$

Di conseguenza in tale sistema l'unità di massa è un'unità derivata:

$$\text{massa} = \frac{\text{forza}}{\text{acc. di gravità}} = \frac{kg_f}{m/s^2} = kg_f \cdot m^{-1} \cdot s^2$$

Nel ST, analogamente a quanto già visto per il SI, accanto alle tre unità fondamentali (kp, m, s) vengono definite anche le tre corrispondenti dimensioni fondamentali:

forza	[F]
lunghezza	[L]
tempo	[T]

Pertanto nel ST le dimensioni della massa sono:

$$[\text{massa}] = [F] \cdot [L^{-1}] \cdot [T^2]$$

L'unità di lavoro e di energia è il kilogrammetro ($kg_f \cdot m$ o più raramente $kg \cdot m$). Risulta:

$$1\ kg_f \cdot m = 9,807\ J$$

La particolarità di tale sistema che, per certi aspetti rappresenta un'incoerenza metrologica, è quella di utilizzare una unità di misura diversa dal kp·m per l'energia termica: la kilocaloria che equivale a 427 kp·m, si ha quindi:

$$1\ kcal = 427\ kp \cdot m = 427 \cdot 9,807 = 4187\ J$$

L'unità di misura della pressione è il kg_f/m^2 che corrisponde al millimetro di colonna d'acqua (mm H_2O).

Poiché nei concetti e definizioni di base della Termodinamica (cfr. A. Cesarano, P. Mazzei, *Elementi di Termodinamica Applicata*, 1987, Liguori Editore) si è soliti distinguere tra grandezze totali e specifiche, è bene ricordare che quest'ultime, nella maggior parte dei casi, s'intendono nel SI riferite all'unità di massa (kg) e, nel ST, riferite all'unità di forza (kp). Talvolta, invece, le grandezze specifiche sono riferite ad altre grandezze estensive, come il volume. Così ad esempio nel SI si parlerà di densità, definita come massa/volume (kg/m^3), mentre nel ST si parlerà di peso specifico, definito come peso/volume (kp/m^3). Si noti quindi che ad una densità di 50 kg/m^3 nel SI corrisponde un peso specifico di 50 kp/m^3 nel ST.

Altro sistema di unità di misura è quello britannico, o meglio, i Sistemi Britannici poiché ne esistono tre tipi. Tali sistemi, nonostante i ripetuti inviti di unificazione al Sistema Internazionale rivolti al Regno Unito ed agli Stati Uniti, continuano talvolta ad essere usati in tali Paesi sia nel campo scientifico che in quello industriale e commerciale. L'ente di unificazione americano N.B.S.(National Boureau of Standard) pur avendo da alcuni anni riconosciuto ed imposto a livello

nazionale l'uso del SI, non riesce nel suo intento unificatore: si assiste così ancor oggi nella letteratura tecnica anglosassone, all'adozione di detti Sistemi di Unità di Misura.

Infine, c'è da notare che per alcune grandezze fondamentali e derivate esistono unità non SI di uso comune non classificabili nei sistemi sopra accennati, per tale motivo vengono denominate unità *fuori sistema*. L'uso di tali unità non SI deve tuttavia essere scoraggiato in favore di quelli SI, sia per facilitare lo scambio di dati ed informazioni, sia per evitare inutili complicazioni di calcolo quando si fa uso contemporaneo di unità non coerenti ed unità SI. Si riportano in Tab. 1.4 le unità non SI di uso comune, e le relative equivalenze con le unità SI.

In Tab. 1.5 si riportano i coefficienti di conversione relativi alle grandezze più significative nel calcolo tecnico.

1.1.4 Fattori di conversione

Tab. 1.4 – Unità non SI di uso comune

GRANDEZZA	UNITÀ	SIMBOLO	CONVERSIONE NEL SI
Lunghezza	miglio terrestre miglio marino angström	 Å	1 miglio = 1609 m 1 miglio = 1853 m 1 Å = 10^{-10} m
Massa	tonnellata	t	1 t = 10^3 kg
Tempo	ora minuto	h min	1 h = 3600 s 1 min = 60 s
Area	ettaro	ha	1 ha = 10^4 m^2
Volume	litro	l	1 l = 10^{-3} m^3
Velocità	kilometro/ora nodo	km/h	1 km/h=(1000/3600) m/s 1 nodo=(1853/3600) m/s
Pressione	atmosfere normali atmosfera tecnica bar millimetro di mercurio (torr)	atm at mmHg	1 atm=1,013 · 10^5 Pa 1 at=9,8 · 10^4 Pa 1 bar=10^5 Pa 1 mmHg=1 torr=1,33 · 10^2 Pa
Lavoro, energia	kilowattora grande caloria elettronvolt	kWh Cal eV	1 kWh=3,6 · 10^6 J 1 Cal=4,187 · 10^3 J 1 eV=1,6 · 10^{-19} J
Potenza	Cavallo	CV	1 CV=7,35 · 10^2 W

Tab. 1,5 Coefficienti di conversione di unità di misura

GRANDEZZA FISICA	UNITÀ DI MISURA	SIMBOLO	→MOLTIPLICARE→ ←DIVIDERE←	UNITÀ DI MISURA SI	SIMBOLO
Lunghezza	pollice piede yard miglio	in ft yd mile	2,540 · 10^{-2} 3,048 · 10^{-1} 9,144 · 10^{-1} 1,609 · 10^3	metri metri metri metri	m m m m
Superficie	pollici quadri piedi quadri	sq in sq ft	6,4516 · 10^{-4} 9,290 · 10^{-2}	metri quadri metri quadri	m^2 m^2
Volume	pollici cubi piedi cubi gallone USA gallone UK	cu in cu ft gal gal	1,6387 · 10^{-5} 2,8317 · 10^{-2} 3,785 · 10^{-3} 4,546 · 10^{-3}	metri cubi metri cubi metri cubi metri cubi	m^3 m^3 m^3 m^3
Massa	libbra oncia	lb oz	4,536 · 10^{-1} 2,835 · 10^{-2}	kilogrammi kilogrammi	kg kg
Densità	$\frac{\text{libbra}}{\text{piede cubo}}$ $\frac{\text{libbra}}{\text{pollice cubo}}$	$\frac{\text{lb}}{\text{cu ft}}$ $\frac{\text{lb}}{\text{cu in}}$	1,6018 · 10 2,768 · 10^4	$\frac{\text{kilogrammi}}{\text{metro cubo}}$ $\frac{\text{kilogrammi}}{\text{metro cubo}}$	$\frac{kg}{m^3}$ $\frac{kg}{m^3}$
Velocità	$\frac{\text{piede}}{\text{minuto}}$ $\frac{\text{miglio}}{\text{ora}}$	$\frac{\text{ft}}{\text{min}}$ $\frac{\text{mile}}{\text{h}}$	5,08 · 10^{-3} 4,4704 · 10^{-1}	$\frac{\text{metri}}{\text{secondo}}$ $\frac{\text{metri}}{\text{secondo}}$	$\frac{m}{s}$ $\frac{m}{s}$
Portata: –massica	$\frac{\text{libbra}}{\text{minuto}}$	$\frac{\text{lb}}{\text{min}}$	7,560 · 10^{-3}	$\frac{\text{kilogrammi}}{\text{secondo}}$	$\frac{k}{s}$
–volumetrica	$\frac{\text{galloni USA}}{\text{minuto}}$ $\frac{\text{galloni UK}}{\text{minuto}}$ $\frac{\text{piedi cubi}}{\text{minuto}}$	$\frac{\text{gal}}{\text{min}}$ $\frac{\text{gal}}{\text{min}}$ $\frac{\text{cu ft}}{\text{min}}$	6,306 · 10^{-5} 7,583 · 10^{-5} 4,722 · 10^{-4}	$\frac{\text{metri cubi}}{\text{secondo}}$ $\frac{\text{metri cubi}}{\text{secondo}}$ $\frac{\text{metri cubi}}{\text{secondo}}$	$\frac{m^3}{s}$ $\frac{m^3}{s}$ $\frac{m^3}{s}$

GRANDEZZA FISICA	UNITÀ DI MISURA	SIMBOLO	→MOLTIPLICARE→ ←DIVIDERE←	UNITÀ DI MISURA SI	SIMBOLO
Forza	kilopond	$kp = kg_f$	9,807	newton	N
	libbra forza	lb_f	4,4498	newton	N
Pressione	bar	bar	10^5	pascal	Pa
	$\frac{\text{kilopond}}{\text{metro quadro}}$	$\frac{kp}{m^2}$	9,807	pascal	Pa
	atmosfera (760 mmHg)	atm	$1{,}013 \cdot 10^5$	pascal	Pa
	$\frac{\text{libbra forza}}{\text{pollici quadri}}$	psi	$6{,}895 \cdot 10^3$	pascal	Pa
	atmosfera tecnica ($1 kp/cm^2$)	at	$9{,}807 \cdot 10^4$	pascal	Pa
	$\frac{\text{libbra forza}}{\text{piedi quadri}}$	$\frac{lb_f}{ft^2}$	$4{,}7882 \cdot 10^{-1}$	pascal	Pa
	mm colonna H_2O	mmH_2O	9,807	pascal	Pa
Energia	kilowatt · ora	kW · h	$3{,}600 \cdot 10^6$	joule	J
	kilocalorie	kcal	$4{,}187 \cdot 10^3$	joule	J
	kilopond · metro	kp · m	9,807	joule	J
	libbra forza · piede	$lb_f \cdot ft$	1,356	joule	J
	unità termica britannica	Btu	$1{,}055 \cdot 10^3$	joule	J
Potenza	kilocalorie/ora	kcal/h	1,163	watt	W
	$\frac{\text{kilopond · metro}}{\text{ora}}$	$\frac{kp \cdot m}{h}$	$2{,}724 \cdot 10^{-3}$	watt	W
	$\frac{\text{unità ter. brit.}}{\text{ora}}$	$\frac{Btu}{h}$	$2{,}928 \cdot 10^{-1}$	watt	W
	cavallo vapore	CV	$7{,}35 \cdot 10^2$	watt	W
	horse power	HP	$7{,}45 \cdot 10^2$	watt	W

GRANDEZZA FISICA	UNITÀ DI MISURA	SIMBOLO	→MOLTIPLICARE→ ←DIVIDERE←	UNITÀ DI MISURA SI	SIMBOLO
Viscosità:					
–cinematica	stoke	St	10^{-4}	$\frac{\text{metro quadro}}{\text{secondo}}$	$\frac{m^2}{s}$
	$\frac{\text{piedi quadri}}{\text{ora}}$	$\frac{ft^2}{h}$	$2{,}58 \cdot 10^{-5}$	$\frac{\text{metro quadro}}{\text{secondo}}$	$\frac{m^2}{s}$
	$\frac{\text{metri quadri}}{\text{ora}}$	$\frac{m^2}{h}$	$2{,}778 \cdot 10^{-4}$	$\frac{\text{metro quadro}}{\text{secondo}}$	$\frac{m^2}{s}$
–dinamica	poise	p	$1{,}00 \cdot 10^{-1}$	pascal · secondo	Pa · s
	$\frac{\text{lib forza · sec}}{\text{pollice quadro}}$	$\frac{lb_f \cdot s}{in^2}$	$6{,}895 \cdot 10^3$	pascal · secondo	Pa · s
	$\frac{\text{lib forza · sec}}{\text{pollice quadro}}$	$\frac{lb_f \cdot s}{in^2}$	$4{,}788 \cdot 10^1$	pascal · secondo	Pa · s
Conduttività termica		$\frac{kcal}{hm\,°C}$	1,163	$\frac{\text{watt}}{\text{metro · kelvin}}$	$\frac{W}{m \cdot K}$
		$\frac{kJ}{hm\,°C}$	$2{,}778 \cdot 10^{-1}$	$\frac{\text{watt}}{\text{metro · kelvin}}$	$\frac{W}{m \cdot K}$
		$\frac{Btu}{fth\,°F}$	1,730	$\frac{\text{watt}}{\text{metro · kelvin}}$	$\frac{W}{m \cdot K}$
Conduttanza termica unitaria		$\frac{kcal}{hm^2\,°C}$	1,163	$\frac{\text{watt}}{\text{metro quadro · kelvin}}$	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
		$\frac{kJ}{hm^2\,°C}$	$2{,}778 \cdot 10^{-1}$	$\frac{\text{watt}}{\text{metro quadro · kelvin}}$	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
		$\frac{Btu}{ft^2h\,°F}$	5,677	$\frac{\text{watt}}{\text{metro quadro · kelvin}}$	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$

La scala di temperatura attualmente in vigore è la Scala Internazionale Pratica di Temperatura (SIPT-68) già definita nel 1948 (SIPT-48) e successivamente revisionata nel 1968. Nel 1975 è stata pubblicata la versione finale della SIPT-68, alla quale qui si fa riferimento. Nella parte introduttiva del testo di definizione della SIPT-68 si stabilisce che le unità di misura accettate sono il kelvin (simbolo K) ed il grado Celsius (simbolo °C) e che le due unità sono dimensionalmente uguali. Nel SI, pertanto, una temperatura può essere espressa sia in kelvin che in gradi Celsius; la relazione tra temperatura in gradi Celsius e quella in kelvin è la seguente:

$$T\,[°C] = T[K] - 273,15\ K$$

Per ragioni storiche si suole porre l'origine della scala di temperature a 273,15 K (punto di solidificazione dell'acqua)

I paesi anglosassoni adottano come unità di misura della temperatura il grado Farenheit [°F], definito come risulta dal prospetto riepilogativo mostrato in Tab. 1.6.

Tab. 1.6 – Relazioni per la conversione della temperatura nelle varie unità di misura.

$$T[°C] = T[K] - 273,15 \qquad T[K] = T[°C] + 273,15$$

$$T[°F] = 32,00 + 9/5\ T[°C] \qquad T[°C] = 5/9\ (T[°F] - 32,00)$$

$$\Delta T[°C] = \Delta\ T[K]$$

$$\Delta T[°C] = 0,5556\ \Delta T[°F]$$

$$\Delta T[°F] = 1,8\ \Delta T[°C]$$

1.2 L'approssimazione dei risultati nel calcolo tecnico

1.2.1 Cifre significative

La misura di grandezze fisiche si esprime mediante un numero reale nel caso di una grandezza scalare, come ad esempio per la massa, la temperatura, il volume, ecc., o un insieme di numeri reali nel caso di grandezze vettoriali e tensoriali, come ad esempio forza, gradiente di temperatura, deformazioni e sforzi.

Poiché ogni misura è affetta da errore, ne deriva che il numero reale che la rappresenta deve necessariamente contenere un'informazione quantitativa sul valore di tale errore. Per convenzione, l'incertezza della misura si considera contenuta nell'ultima cifra che esprime il valore della grandezza misurata. Ad esempio, se l'altezza in metri di un edificio è espressa dal numero 30,0 si intende che tale misura è stata effettuata mediante un tecnica in grado di fornire un'incertezza sui decimetri; mentre se la stessa grandezza è espressa dal numero 30,00 l'incertezza è sui centimetri.

Il numero di cifre significative, fornisce il valore della misura e la sua incertezza.

Formalmente un numero reale diverso da zero può esprimersi in notazione scientifica come segue:

$$\pm\, d_1, d_2 \ldots d_i d_{m-1} d_m \cdot 10^{\pm og}$$

dove d_i, m ed og sono numeri naturali ed in particolare:

$$1 \leq d_1 \leq 9$$

$$0 \leq d_i \leq 9 \qquad \text{con} \quad i = 2, 3, \ldots, m$$

$$-\infty < og < +\infty$$

$0 \leq m < \infty$

Di seguito sono riportati alcuni esempi:

Numero	Notazione scientifica	Cifre significative
537569	$5{,}37569 \cdot 10^6$	6
0,005143	$5{,}143 \cdot 10^{-3}$	4
$350 \cdot 10^3$	$3{,}50 \cdot 10^5$	3
4	$4 \cdot 10^0$	1
40	$4{,}0 \cdot 10$	2
600	$6{,}00 \cdot 10^2$	3

Un numero formato da m cifre significative può essere approssimato ad un numero con k cifre significative, sempre che k sia minore di m. Si adottano le seguenti convenzioni:

a) se risulta per la cifra $(k+1)$–esima

$$0 \leq d_{k+1} \leq 4$$

la cifra d_k rimane inalterata e *l'approssimazione* in tal caso è *per difetto*;

b) se risulta per la cifra $(k+1)$–esima

$$5 \leq d_{k+1} \leq 9$$

la cifra d_k deve essere incrementata di una unità e si ha in tal caso *l'approssimazione per eccesso*.

Gli esempi che seguono illustrano l'applicazione dei criteri precedentemente esposti.

Numero	Notazione scientifica	Approssimato alla	
625680	$6{,}25680 \cdot 10^5$	3ª cifra significativa	$6{,}26 \cdot 10^5$
56,320	$5{,}6320 \cdot 10$	2ª cifra significativa	$5{,}6 \cdot 10$
0,062783	$6{,}2783 \cdot 10^{-2}$	4ª cifra significativa	$6{,}278 \cdot 10^{-2}$
875581	$8{,}75581 \cdot 10^5$	3ª cifra significativa	$8{,}76 \cdot 10^5$
3,55264	$3{,}55264 \cdot 10^0$	2ª cifra significativa	[illegible]
361	$3{,}61 \cdot 10^2$	1ª cifra [illegible]	[illegible]
0,0063	$6{,}3 \cdot 10^{-3}$	[illegible]	[illegible]
99999	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Per le diverse operazioni matematiche è quindi necessario utilizzare delle regole che consentano di fissare il numero di cifre significative del risultato, note le cifre significative dei diversi fattori.

Somma algebrica

Ciascun fattore della somma algebrica va approssimato all'ultima cifra significativa del termine che possiede un numero minore di cifre decimali.

Si riportano di seguito alcuni esempi:

$$1670 + 0{,}127 = 1670$$

$$1670 + 0{,}862 = 1671$$

$$1670 + 5{,}33 = 1675$$

$$1670 + 85{,}8 = 1756$$

$$1670 + 9000 = 10670$$

Moltiplicazione e divisione

Il risultato di una *moltiplicazione o di una divisione ha un numero di cifre significative non maggiore* [illegible]

Così ad esempio:

$$126730 \times 0,12 = 1,26730 \cdot 10^5 \times 1,2 \cdot 10^{-1} = 1,5 \cdot 10^4$$

Altri esempi sono i seguenti

$$0,00124 \times 716 = 8,88 \cdot 10^{-1}$$
$$2375 \times 0,6 = 1 \cdot 10^3$$
$$1332 : 15 = 8,9 \cdot 10^1$$
$$1332 : 150 = 8,88$$
$$2780 : 5 = 6 \cdot 10^2$$

Logaritmo

La mantissa del logaritmo decimale di un numero ad n cifre significative va approssimato alla n-esima cifra; il logaritmo avrà quindi un numero di cifre significative che dipenderà dalla caratteristica.

Si riportano alcuni esempi:

la mantissa di $3,21$ è $0,507$

$$\log(3,21 \cdot 10^{15}) = 15,507$$
$$\log(321) = 2,507$$
$$\log(3,21) = 0,507$$
$$\log(0,321) = -0,493$$

Altre operazioni

Qualsiasi altra operazione matematica può essere ricondotta, in termini di cifre significative, ad una o più delle tre operazioni sopra riportate. Ad esempio l'operazione y^x con x intero, si riconduce al caso della moltiplicazione. Nel caso di esponente reale si valuta $x \cdot \log y$ e poi l'antilogaritmo utilizzando quindi le regole della moltiplicazione e del logaritmo.

Anche nell'utilizzazione, ormai consolidata delle calcolatrici elettroniche tascabili, che spesso hanno caratteristiche di piccoli computer, è possibile ottenere un controllo del numero di cifre con cui viene espresso il risultato numerico delle operazioni.

In tali casi infatti la procedura viene programmata dall'utente che, non solo conosce la precisione con cui vengono forniti i dati alla macchina, ma, avendo deciso la sequenza delle operazioni, può determinare quante devono essere le cifre significative del risultato. Solo le calcolatrici più semplici non consentono di controllare il formato dei dati in uscita o, controllandolo, troncano semplicemente le cifre senza effettuare alcuna approssimazione. I criteri illustrati possono quindi essere applicati anche al calcolo automatico: per le macchine più semplici l'approssimazione dei risultati al numero di cifre significative può essere effettuato al termine della procedura di calcolo.

1.2.2 L'interpolazione lineare

Accade spesso nella pratica professionale di dover utilizzare tabelle o diagrammi per il calcolo del valore di una grandezza y in funzione del valore assunto da un'altra grandezza x. Nella Tab. 1.7 che segue si riportano, ad esempio, i valori assunti da una qualsiasi grandezza y, al variare della x tra 5 e 35.

Tab. 1.7

x	y
5	15
10	30
15	45
20	[illegible]

Si supponga ora di dover determinare il valore assunto dalla y per un valore intermedio di x, ad esempio $x = 23$, che non compare nella tabella.

Nel caso in esame, la relazione che lega i valori di x riportati in Tab. 1.7 è di tipo lineare ed infatti la rappresentazione grafica dei dati della tabella fornisce sul piano x,y di Fig. 1.1 una retta che passa per l'origine degli assi, la cui equazione è:

$$y = cx$$

con $c = y/x =$ cost. In questo caso, molto semplice, se, per ogni valore di x riportato in Tab. 1.7, si calcola il rapporto y/x si ottiene un valore costante e pari a 3. Risulterà quindi per

$$x = 23$$

$$y = 3 \cdot 23 = 69$$

Si esamini ora la Tab. 1.8. La rappresentazione grafica dei dati fornisce ancora una retta (Fig. 1.2).

Tab. 1.8

x	y
5	135
10	160
15	185
20	210
25	235
30	260
35	285

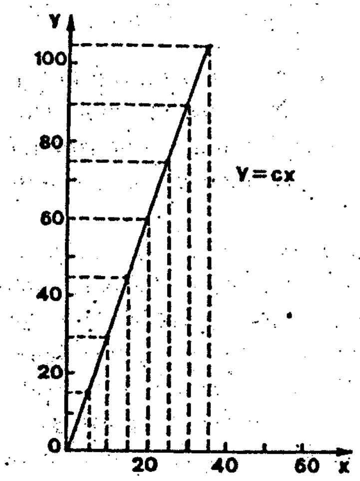

Fig. 1.1 – Rappresentazione grafica dei dati di Tab. 1.7

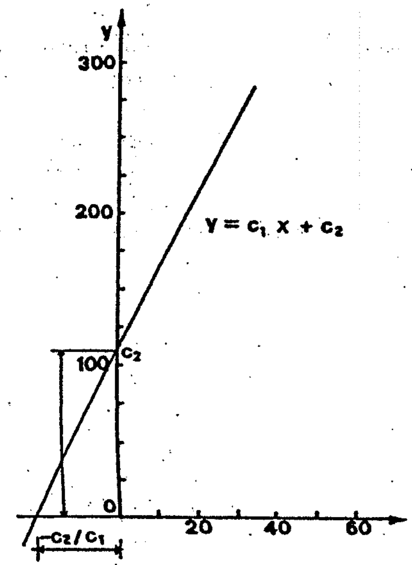

Fig. 1.2 – Rappresentazione grafica dei dati di Tab. 1.8

Essa tuttavia non passa per l'origine degli assi e la sua equazione è del tipo:

$$y = c_1 x + c_2 \qquad (1.1)$$

La retta che incontra l'asse delle ordinate per $y = c_2$ e l'asse delle ascisse per $x = -c_2/c_1$. Nel caso si voglia calcolare per $x = 23$, valore che non compare in tabella, il corrispondente valore assunto dalla y è possibile utilizzare ancora una procedura d'interpolazione lineare.

Si scelga perciò un intervallo Δx che contiene il valore di x assegnato, come, ad esempio, quello che ha per estremi i valori $x_1 = 20$ ed $x_2 = 25$, cui corrispondono i valori $y_1 = 210$ ed $y_2 = 235$. I punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ sono due punti della retta tracciata sul diagramma di Fig. 1.3. In corrispondenza della ascissa $x = 23$, è indicata sul diagramma l'ordinata incognita y.

Per i triangoli simili ABC e AEF si può scrivere:

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF}$$

Tenendo conto delle coordinate dei punti estremi di ciascun segmento, la precedente relazione fornisce:

$$\frac{235 - 210}{y - 210} = \frac{25 - 20}{23 - 20}$$

da cui è possibile ricavare il valore incognito della y:

$$\frac{25}{y - 210} = \frac{5}{3}$$

$$y - 210 = 25\,\frac{3}{5}$$

$$y = 210 + 25\,\frac{3}{5}$$

$$y = 225$$

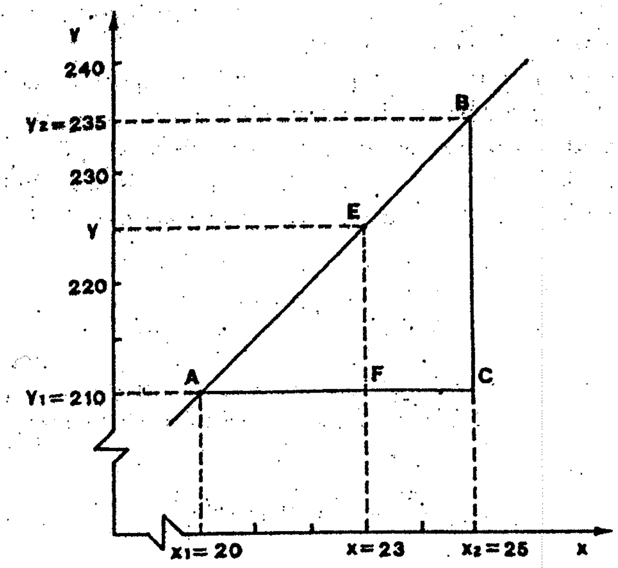

Fig. 1.3 – Esempio d'interpolazione lineare sulla retta di Fig. 1.2

Spesso i dati su cui operare l'interpolazione non sono legati da semplici relazioni lineari.

Resta tuttavia possibile, anche in questi casi, applicare la procedura d'interpolazione lineare purché il passo della tabella risulti sufficientemente piccolo.