Teorema del Limite Centrale

Siano $X_1, X_2, \ldots, X_n$ *n* variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite con media μ e varianza $0<\sigma^2<+\infty$

la variabile casuale $Z_n = \dfrac{(X_1 + \ldots\ldots X_n) - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$

per $n \to \infty$ tende a una variabile casuale normale standardizzata

$$Z_n \to Z \sim N(0,1)$$

Applicazione del teorema del limite centrale

Approssimazione della variabile casuale binomiale alla variabile casuale normale standardizzata

Teorema di De Moivre-Laplace

Considerando che la variabile casuale binomiale $X=Y_1+Y_2+\ldots+Y_n$ è una somma di n variabili casuali Y bernulliane indipendenti di media p e varianza pq

allora per $n \to \infty$ la variabile casuale $Z = \dfrac{X - np}{\sqrt{npq}} \sim Z(0,1)$

e quindi la variabile casuale binomiale relativa $\dfrac{X}{n}$

$$Z = \frac{\left(X/n\right) - p}{\sqrt{pq/n}} \sim Z(0,1)$$

Esempio di approssimazione alla normale

E' noto che nel 25% delle cavie alle quali è stata somministrata una certa dose di farmaco sottoposto a sperimentazione, avviene una mutazione. A 150 cavie viene somministrata tale dose, qual è la probabilità che i mutanti siano più di 40?

$X \sim B(150{,}0{,}25)$

per $n \to \infty$ la variabile casuale $X \cong N(np,(np(1-p)^{1/2})$

$$P(X > 40{,}5) = P\left(Z > \frac{40{,}5 - np}{\sqrt{npq}}\right) =$$

$$P\left(Z > \frac{40{,}5 - 150 \bullet 0{,}25}{\sqrt{150 \bullet 0{,}25 \bullet 0{,}75}}\right) = P(Z > 0{,}56) = 05 - 0{,}2123 = 0{,}2877$$