

MEDIANA

▣ SUCCESSIONE

N.B. I termini della successione devono essere posti in ordine non decrescente

1. Numero di termini dispari (s dispari)

$$Me = x_{\frac{s+1}{2}}$$

2. Numero di termini pari (s pari)

$$Me = \frac{x_{\frac{s}{2}} + x_{\frac{s}{2}+1}}{2}$$

▣ VARIABILE STATISTICA

N.B. Le frequenze della distribuzione devono essere cumulate

1. Numerosità delle frequenze dispari (N dispari)

$$\text{dove } N = \sum_{i=1}^s n_i$$

La mediana è la modalità corrispondente alla frequenza cumulata $(N+1)/2$

$$Me = x_i \rightarrow \frac{N+1}{2}$$

2. Numerosità delle frequenze pari (N pari)

La mediana è la media aritmetica delle modalità di risposta corrispondenti alla frequenza cumulata $N/2$ ed alla frequenza cumulata $(N/2)+1$

$$\text{Me} = \frac{x_i \rightarrow \frac{N}{2} + x_i \rightarrow \left(\frac{N}{2} + 1 \right)}{2}$$

▣ **VARIABILE STATISTICA IN CLASSI**

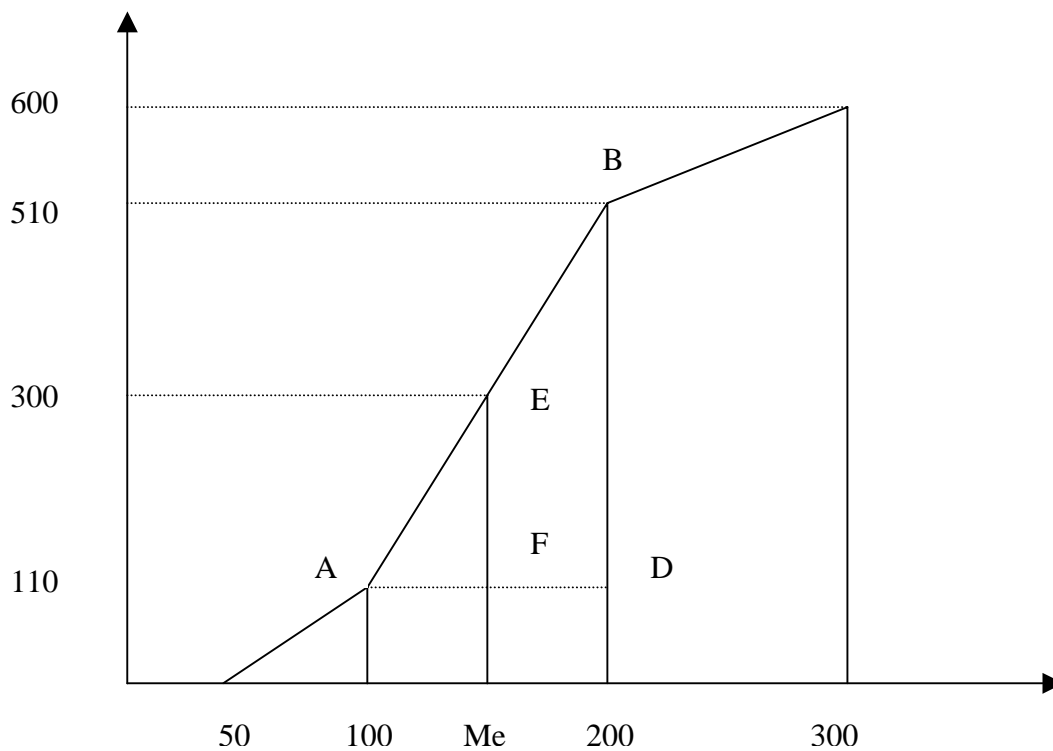
N.B. Le frequenze della distribuzione devono essere cumulate

Si individua la classe mediana corrispondente alla frequenza cumulata pari a $N/2$

APPROCCIO GEOMETRICO : mediana in classi

ES.

CLASSI	FREQUENZE	FREQUENZE CUMULATE
50 -100	110	110
100-200	400	510
200-300	90	600
<i>Totale</i>	600	



$$\begin{aligned}
 AF : AD &= EF : BD \\
 X : (200-100) &= (300-110) : (510-110) \\
 X : 100 &= 190 : 400
 \end{aligned}$$

$$X = (190 * 100) / 400 = 47,5$$

$$Me = L_i + X = 100 + 47,5 = 147,5$$

PROPRIETA' DELLA MEDIANA

La mediana è un centro di ordine 1 e quindi la somma degli scarti in valore assoluto di ciascun termine della distribuzione dalla mediana è un minimo

$$\sum_{i=1}^s |x_i - M_e| = \text{Minimo}$$

PROBLEMI DI DISTANZA DA UN CENTRO

La ditta DELTA intende costruire tre nuove unità locali alla periferia di Bologna.

Il progetto prevede che esse siano disposte lungo un rettilineo alle seguenti distanze dall'entrata in città: 800 metri, 2 km, 5 km.

E' previsto, inoltre, che esse facciano capo ad uno stesso stabilimento fornitore di materie prime.

A quale distanza dall'entrata in città bisogna posizionare tale stabilimento se si vuole minimizzare la spesa per il trasporto delle materie prime verso le tre unità locali?

$$M_e = 2 \text{ km}$$

QUARTILI

▣ SUCCESIONE

N.B. I termini della successione devono essere posti in ordine non decrescente

1. Numero di termini dispari (s dispari)

$$Q_1 = x_{\frac{s+1}{4}}, \quad Q_2 = M_e = x_{\frac{s+1}{4} \cdot 2}, \quad Q_3 = x_{\frac{s+1}{4} \cdot 3}$$

2. Numero di termini pari (s pari)

$$Q_1 = \frac{x_{\frac{s}{4}} + x_{\frac{s}{4}+1}}{2}, \quad Q_2 = \frac{x_{\frac{s}{4} \cdot 2} + x_{(\frac{s}{4}+1) \cdot 2}}{2},$$

$$Q_3 = \frac{x_{\frac{s}{4} \cdot 3} + x_{(\frac{s}{4}+1) \cdot 3}}{2}$$

▣ **VARIABILE STATISTICA**

N.B. Le frequenze della distribuzione devono essere cumulate

1. Numerosità delle frequenze dispari (N dispari)

$$\text{dove } N = \sum_{i=1}^s n_i$$

$$Q_1 = x_i \rightarrow \frac{N+1}{4}, \quad Q_2 = M_e = x_i \rightarrow \frac{N+1}{4} \cdot 2,$$

$$Q_3 = x_i \rightarrow \frac{N+1}{4} \cdot 3$$

2. Numerosità delle frequenze pari (N pari)

$$Q_1 = \frac{x_i \rightarrow \frac{N}{4} + x_i \rightarrow \left(\frac{N}{4} + 1\right)}{2},$$

$$Q_2 = M_e = \frac{x_i \rightarrow \frac{N}{4} \cdot 2 + x_i \rightarrow \left(\frac{N}{4} + 1\right) \cdot 2}{2},$$

$$Q_3 = \frac{x_i \rightarrow \frac{N}{4} \cdot 3 + x_i \rightarrow \left(\frac{N}{4} + 1\right) \cdot 3}{2}$$

▣ **VARIABILE STATISTICA IN CLASSI**

N.B. Le frequenze della distribuzione devono essere cumulate

Si individua la classe del primo quartile corrispondente alla frequenza cumulata pari a $N/4$

Per il terzo quartile si procede analogamente individuando la classe del terzo quartile corrispondente alla frequenza cumulata pari a $(N/4) * 3$

MODA

▣ **SUCCESSIONE**

Il valore modale è tra le “s” la modalità di risposta che si presenta più frequentemente

▣ **VARIABILE STATISTICA**

Il valore modale è la modalità di risposta con frequenza maggiore

$$x_i \rightarrow n_i \geq n_j \quad \forall i \neq j$$

▣ **VARIABILE STATISTICA IN CLASSI**

Si individua la classe modale corrispondente alla frequenza maggiore

PROPRIETA' DELLA MODA

La moda è un centro di ordine 0 e quindi la somma degli scarti, in valore assoluto ed elevata a 0, di ciascun termine della distribuzione dalla moda è un minimo

$$\sum_{i=1}^s |x_i - M_o|^0 = \text{Minimo}$$

Esempio

Data la seguente distribuzione di cellule di lievito in 120 quadratini, calcolare il valore modale e verificare la proprietà di minimo della moda

NUMERO DI CELLULE	NUMERO DI QUADRATINI
0	100
1	13
2	5
3	2
<i>Totale</i>	<i>120</i>

$$M_0=0$$

$$\sum_{i=1}^s |x_i - M_o|^0 n_i = 0 \cdot 100 + 1 \cdot 13 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 20$$

$$\text{se } C_r=1$$

$$\sum_{i=1}^s |x_i - C_r|^0 n_i = 1 \cdot 100 + 0 \cdot 13 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 107$$

Esempio: Mediana e Moda per variabili qualitative ordinabili

Data la seguente distribuzione riportante la distribuzione della popolazione residente in Italia per grado di istruzione (Fonte: Censimento generale popolazione 1981, Istat)
Calcolare il valore mediano e il valore modale

Grado di Istruzione	Frequenza
<i>Analfabeti</i>	1.608.218
<i>Alfabeti senza titolo di studio</i>	9.547.648
<i>Licenza scuola elementare</i>	21.277.899
<i>Licenza scuola media inferiore</i>	12.180.629
<i>Diploma scuola media superiore</i>	6.019.160
<i>Laurea</i>	1.477.305
Totale	52.110.859

Moda e Mediana= Licenza scuola elementare