

## Tipo di esperimento

### *Esperimento Frazionato*

*Esempio 11:* studio della corrosione di tubature in rame in una vasta varietà di condizioni estreme

fattori: 7 a due livelli

Fattori	Livelli	
	-1	+1
H <sub>2</sub> S(ppm)	16	48
RHS(ppm)	20	60
O <sub>2</sub> (volume %)	0,5	1,5
CO <sub>2</sub> (volume %)	1,5	4,5
H <sub>2</sub> O	100% umidità	acqua
Temperatura	90° F	120° F
Temper CU (indur)	H58	060

N.B.H<sub>2</sub>S acido solfidrico

Un esperimento fattoriale completo richiede almeno  $2^7 = 128$  prove, i tecnici potrebbero ritenere eccessivo il numero di prove e scegliere di eseguire una frazione delle prove

Gli esperimenti frazionati sono dunque delle valide alternative agli esperimenti completi quando si hanno vincoli di tempo, costi, o vincoli sperimentali

I disegni fattoriali frazionati "sacrificano" gli effetti di interazione in modo tale da calcolare correttamente almeno gli effetti principali.

### Frazioni a metà

1. Indicare un livello del fattore con **-1** (basso) e con **+1** l'altro
2. Se ci sono k fattori costruire una tabella per i primi k-1 fattori elencando tutte le possibili combinazioni

3. Determinare i livelli del k-esimo fattore prendendo i prodotti di quelli dei primi k-1 fattori in ciascuna riga

**Casualizzare le prove:** Poiché nel sistema di produzione molte altre cose (oltre ai fattori) possono variare di prova in prova, è sempre una buona pratica quella di casualizzare l'ordine in cui dovranno essere eseguite le prove sistematiche del disegno

*Esempio:* disegno frazionato a metà con 4 fattori a 2 livelli

Combinazione	Fattori		
	A	B	C
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1
4	-1	+1	+1
5	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1

Combinazione	Fattori			
	A	B	C	D
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	+1
4	-1	+1	+1	-1
5	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1
7	+1	+1	-1	-1
8	+1	+1	+1	+1

Nell'*Esempio 11* si possono costruire frazioni a metà con 64 prove, derivando i livelli dell'ultimo fattore dal prodotto delle combinazioni dei primi 6. Frazioni a un quarto con 32 prove possono essere derivate calcolando i livelli degli ultimi due fattori moltiplicando per ottenere il primo i livelli dei primi 4 fattori e per ottenere il secondo quelli dei primi 3 e del 5°

### Scelta dei fattori da includere nel disegno

La scelta del k-esimo fattore viene fatta scegliendo l'effetto ritenuto costante o in genere l'interazione di ordine più elevato tra tutti i fattori

### *Esempio*

Si consideri il disegno seguente che include 11 fattori ma richiede solo 16 prove (osservazioni).

### Disegno: $2^{(11-7)}$ , Risoluzione III

Prova	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
4	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
7	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
8	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1
9	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1
12	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1
14	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1
15	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1

## Il Concetto di Risoluzione del Disegno

Nel piano mostrato in precedenza, il disegno è descritto come un disegno  $2^{(11-7)}$  di risoluzione III (tre). Ciò significa che si studiano complessivamente  $k = 11$  fattori (il primo numero tra parentesi); comunque,  $p = 7$  di tali fattori (il secondo numero tra parentesi) sono generati dalle interazioni di un disegno fattoriale completo  $2^{[(11-7) = 4]}$ . Come risultato, il disegno non avrà una risoluzione piena; cioè, vi saranno determinati effetti di interazione che si confonderanno con (saranno identici a) altri effetti.

**In generale, un disegno di risoluzione R è un disegno in cui non vi sono interazioni a L-vie confuse con altre interazioni di ordine inferiore a R-L.**

- Nell'esempio corrente R è uguale a 3. Quindi, non vi sono interazioni di livello  $L = 1$  (cioè, effetti principali) confuse con altre interazioni di ordine minore di  $R-L = 3-1 = 2$ .
- Se si sono incluse 64 prove, e si è generato un disegno  $2^{(11-5)}$ , la risoluzione risultante dovrebbe essere  $R = IV$  (quattro).  
Si dovrebbe concludere che non vi è interazione a  $L=1$ -via (effetto principale) che si confonde con altre interazioni di ordine inferiore a  $R-L = 4-1 = 3$ . In questo disegno quindi, gli effetti principali non sono confusi con le interazioni a due vie, ma solo con le interazioni a tre vie.  
Cosa si può dire delle interazioni a due vie? Non vi è interazione a  $L=2$ -vie confusa con altre interazioni di ordine inferiore a  $R-L = 4-2 = 2$ . Quindi, le interazioni a due vie in questo disegno sono confuse tra loro.

## Espandere la Risoluzione del Disegno Tramite Foldover

Un modo in cui un disegno di risoluzione III può essere esteso ad un disegno di risoluzione IV è tramite foldover

Si supponga di avere un disegno a 7 fattori in 8 prove:

Disegno:  $2^{(7-4)}$

Prova	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1

Questo è un disegno di risoluzione III, cioè, le interazioni a due vie si confonderanno con gli effetti principali. Si può far estendere questo disegno ad un disegno a risoluzione IV tramite opzione Foldover (ampia risoluzione). Il metodo del foldover copia l'intero disegno e lo aggiunge alla fine, invertendo tutti i segni:

## Disegno: $2^{(7-4)}$ (+Foldover)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
9	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
10	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
11	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
12	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1
13	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
14	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
15	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
16	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1

Oltre all'espansione della risoluzione del disegno, si è pure guadagnato un ottavo fattore (fattore H), che contiene tutti +1 per le prime otto prove, e -1 per la porzione di foldover del nuovo disegno

Si noti che il disegno risultante è attualmente un disegno  $2^{(8-4)}$  di risoluzione IV

## Identificare La Confusione

Ritornando all'esempio del disegno di risoluzione  $R = III$ , ciò che ora si sa è che gli effetti principali sono confusi con le interazioni a due vie; si può quindi porsi la domanda "Quale interazione è confusa con quale effetto principale?"

**L'identità fondamentale:** Un modo per riassumere la confusione è tramite l'uso di una semplice equazione. Vale a dire, se, per esempio, il fattore 5 in un disegno fattoriale frazionato è identico all'interazione 123 (fattore 1 per fattore 2 per fattore 3), ne segue che moltiplicando i valori codificati dell'interazione 123 per i valori codificati del fattore 5 si otterrà sempre +1 (se tutti i livelli dei fattori sono codificati con  $\pm 1$ ) o:

$$I = 1235$$

dove I sta per +1

Quindi, si sa anche che il fattore 1 si confonde con l'interazione 235, il fattore 2 con l'interazione 135, ed il fattore 3 con l'interazione 125, poiché, in ogni istanza il loro prodotto deve essere uguale a 1.

Il confondersi delle interazioni a due vie è pure definito tramite questa equazione, poiché l'interazione 12 moltiplicata per l'interazione 35 deve dare 1, e quindi, essi risultano identici o confusi. Pertanto, si possono sommare tutti i "confondimenti" presenti in un disegno per mezzo di tale equazione di identità fondamentale

## Analizzare i Risultati di un Esperimento $2^{(k-p)}$

Analisi della varianza. Nel passo successivo, bisognerà determinare esattamente quali dei fattori influiscono significativamente sulla variabile dipendente d'interesse.

Per esempio, nello studio di seguito riportato si desidera sapere quali dei fattori coinvolti nel processo di tintura influenzano la resistenza del prodotto. In questo esempio, i fattori 1 (Polisulfide), 4 (Tempo) e 6 (Temperatura) influenzano significativamente la resistenza del prodotto. Si noti che per semplificare la cosa, sono qui rappresentati solo gli effetti principali.

-----+----- Disegno $2^{(6-0)}$ ; -----+-----					
	SS	gdl	MS	F	p
-----+-----	-----	-----	-----	-----	-----
(1) POLYSUFD	48.8252	1	48.8252	13.46867	.000536
(2) REFLUX	7.9102	1	7.9102	2.18206	.145132
(3) MOLES	.1702	1	.1702	.04694	.829252
(4) TIME	142.5039	1	142.5039	39.31044	.000000
(5) SOLVENT	2.7639	1	2.7639	.76244	.386230
(6) TEMPERTR	115.8314	1	115.8314	31.95269	.000001
Errore	206.6302	57	3.6251		
SS Totale	524.6348	63			

## Errore puro e mancanza d'adattamento.

Se il disegno sperimentale è almeno parzialmente replicato, si può stimare la variabilità dell'errore dell'esperimento a partire dalla variabilità delle prove ripetute. Poiché queste misurazioni sono tratte sotto identità di condizioni la stima della variabilità dell'errore ottenuta sarà indipendente dal fatto che il "vero" modello sia lineare o non lineare, o includa interazioni di ordine superiore.

La variabilità dell'errore così stimata rappresenta *l'errore puro* ed è interamente dovuta ad inaffidabilità delle misurazioni delle variabili dipendenti. Se disponibile, si può usare la stima dell'errore puro per verificare la significatività della varianza dei residui cioè tutta la variabilità rimanente che non può essere spiegata dai fattori e dalle loro interazioni

Se, infatti, la variabilità dei residui è significativamente più ampia della variabilità dovuta all'errore puro, si può concludere che è rimasta della variabilità statisticamente significativa attribuibile a differenze tra gruppi, e quindi, che vi è una complessiva mancanza di adattamento del modello corrente.

La tabella seguente mostra i risultati per tre fattori precedentemente identificati come i più importanti per il loro effetto sulla resistenza del prodotto; tutti gli altri fattori sono stati ignorati nell'analisi.

-----+-----					
	2 <sup>(3-0)</sup> ; MS ErrorePuro=3.594844				
-----+-----					
	SS	gdl	MS	F	p
-----+-----					
(1) POLYSUFD	48.8252	1	48.8252	13.58200	.000517
(2) TIME	142.5039	1	142.5039	39.64120	.000000
(3) TEMPERTR	115.8314	1	115.8314	32.22154	.000001
Manc. Adatt.	16.1631	4	4.0408	1.12405	.354464
Errore Puro	201.3113	56	3.5948		
SS Totale	524.6348	63			

Come si può vedere nella riga con etichetta Manc(anza) Adatt(amento), quando la variabilità dei residui per questo modello (cioè, dopo aver rimosso la variabilità per tutti e tre gli effetti principali) è confrontata con l'errore puro stimato a partire dalla variabilità entro i gruppi, il test F risulta non statisticamente significativo.

Pertanto, questo risultato supporta la conclusione che, in verità, i fattori Polisulfide, Tempo e Temperatura influiscono significativamente sulla resistenza del prodotto in maniera additiva (cioè, senza effetti di interazione). Detto in altro modo, tutte le differenze tra le medie ottenute nelle differenti condizioni sperimentali possono essere sufficientemente spiegate dal semplice modello additivo per queste tre variabili.

## STIME DI PARAMETRI O EFFETTI.

Dalla tabella seguente si può osservare come i fattori dell'esempio influenzano la resistenza del prodotto.

	Effetto	Err.Std.	t(57)	p
Media/Interc	11.12344	.237996	46.73794	0.000000
(1)POLYSUFD	1.74688	.475992	3.66997	.000536
(2)REFLUX	.70313	.475992	1.47718	.145132
(3)MOLES	.10313	.475992	.21665	.829252
(4)TIME	2.98438	.475992	6.26980	.000000
(5)SOLVENT	-.41562	.475992	-.87318	.386230
(6)TEMPERTR	2.69062	.475992	5.65267	.000001

I numeri sono le stime degli effetti o dei parametri. Eccezion fatta per la Media/Intercetta complessiva, queste stime sono le deviazioni della media dell'impostazione "negativa" del fattore rispetto alla media dell'impostazione "positiva" dello stesso fattore. Per esempio, se si cambia l'impostazione del fattore Tempo da basso in alto, allora ci si può attendere un incremento di Resistenza di 2.98; se si imposta il valore del fattore Polisulfide nel valore alto, ci si può attendere un ulteriore incremento di 1.75, e via di seguito.

Come si può vedere, gli stessi tre fattori che risultano statisticamente significativi sono anche quelli con la stima del parametro più elevata; quindi l'impostazione di questi tre fattori è la più importante per valutare l'effetto sulla risultante resistenza del prodotto.

## RIEPILOGO DISEGNI FRAZIONATI

I disegni  $2^{(k-p)}$  sono il "cavallo di battaglia" degli esperimenti nel campo industriale. L'impatto di un numero elevato di fattori sul processo produttivo può essere stabilito simultaneamente con relativa efficienza (cioè, con poche prove sperimentali).

La logica di questi tipi di esperimenti è semplice (ogni fattore ha solo due possibili impostazioni), e con il modulo Disegno degli Esperimenti, disegnare ed analizzare questi esperimenti richiede letteralmente pochi secondi.

### Svantaggi.

- La semplicità di questi disegni è anche il loro maggiore limite. Sottostante all'uso dei fattori a due livelli vi è la convinzione che le variazioni risultanti della variabile dipendente (per es., resistenza del prodotto) siano fondamentalmente di natura lineare. Questo caso spesso non si presenta, e molte variabili sono relazionate a caratteristiche di qualità in maniera non lineare. Nell'esempio precedente, se si accresce in maniera continua il fattore temperatura (che è relazionato significativamente con la resistenza del prodotto), esso potrebbe eventualmente evidenziare un "picco", e da quel punto in poi la resistenza del prodotto potrebbe decrescere al crescere della temperatura.
- Un altro problema dei disegni frazionati è l'assunto implicito che le interazioni di ordine più elevato non sussistano; talvolta questo non si verifica; per esempio, quando qualche altro fattore è impostato ad un particolare livello, la temperatura potrebbe essere relazionata negativamente con la resistenza del prodotto.