Risposte canoniche dei sistemi del primo e del secondo ordine

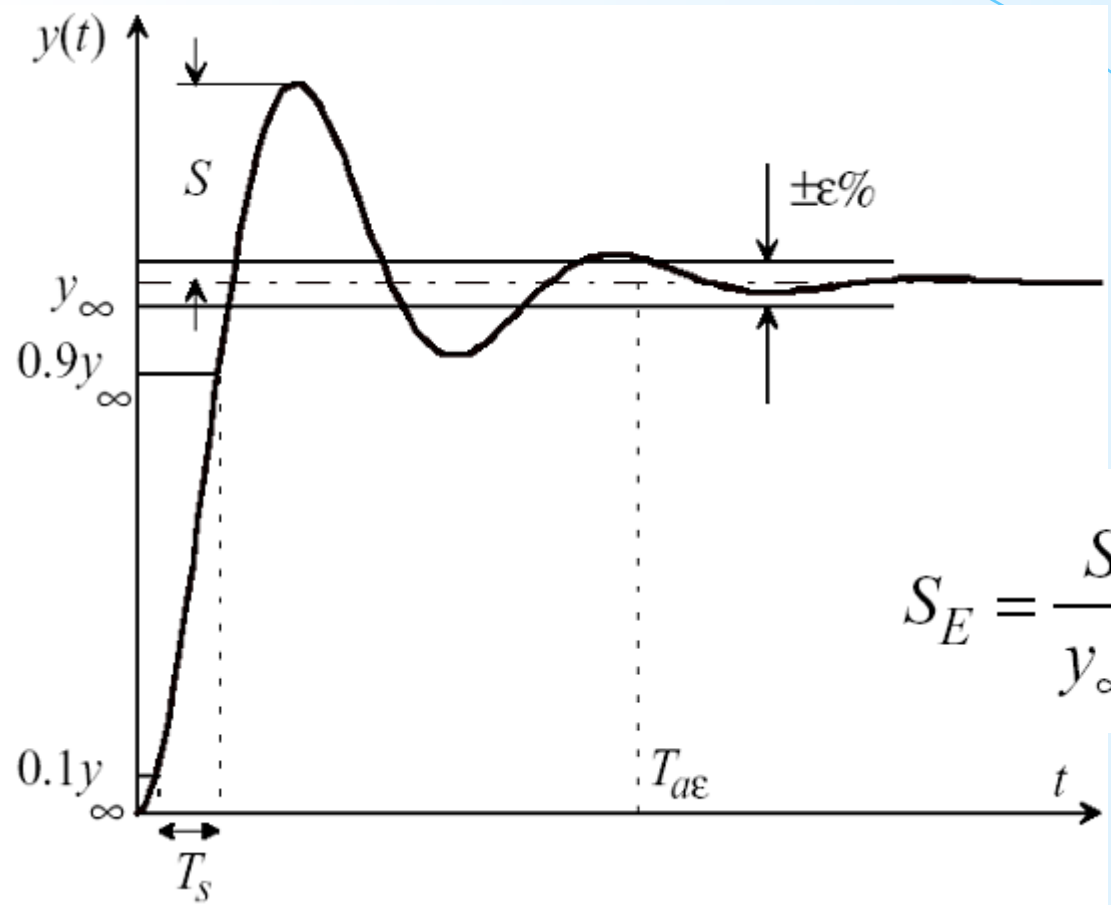
Parametri caratteristici della risposta allo scalino

(*Risposta Indiciale*)

Per risposte canoniche si intendono le risposte dei sistemi dinamici ai segnali cosiddetti canonici (impulso, scalino, rampa), ovvero quei segnali utilizzabili come test per evidenziare le proprietà dinamiche del sistema. Ci concentreremo sui sistemi del primo e secondo ordine in quanto rappresentativi dei modelli di prima approssimazione di larga parte dei sistemi fisici.

Sul tracciato di una generica risposta allo scalino potremo definire alcuni parametri caratteristici:

- **Tempo di salita *Ts***
- **Tempo di assestamento al (100-ε)% $T_{a\varepsilon}$**
- **Sovraelongazione percentuale massima S_E**



$$S_E = \frac{S}{y_\infty}100 = \frac{\max\{y(t)\} - y_\infty}{y_\infty}100$$

Sistemi del primo ordine

L'espressione più generale della funzione di trasferimento per un sistema del primo ordine (ossia con un solo polo) è la seguente:

$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{s^g}} \frac{1+\mathbf{s}\tau}{1+\mathbf{sT}}$$

Sistemi strettamente propri

Sono i sistemi in cui il grado del denominatore è maggiore del grado del numeratore. Sistemi del primo ordine strettamente propri non possono quindi presentare zeri:

$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{s^g}} \frac{1}{1+\mathbf{sT}} \left\langle \begin{array}{ll} \dfrac{\mathbf{K}}{1+\mathbf{sT}}, & \mathbf{g}=0 \\ \dfrac{\mathbf{K}}{\mathbf{s}}, & \mathbf{g}=1 \end{array} \right.$$

$\boxed{\mathbf{g=0}}$ $$\frac{\mathbf{K}}{1+\mathbf{sT}}$$

Studiamo la *risposta allo scalino* u(t)=sca(t) $\Rightarrow$ U(s)=1/s:

$$\mathbf{Y(s)=G(s)U(s)=\frac{1}{s}\frac{K}{(1+sT)}}$$

Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:

```
» syms K t s T
» ilaplace(K/(s*(1+s*T)))
ans =K*(1-exp(-t/T))
```

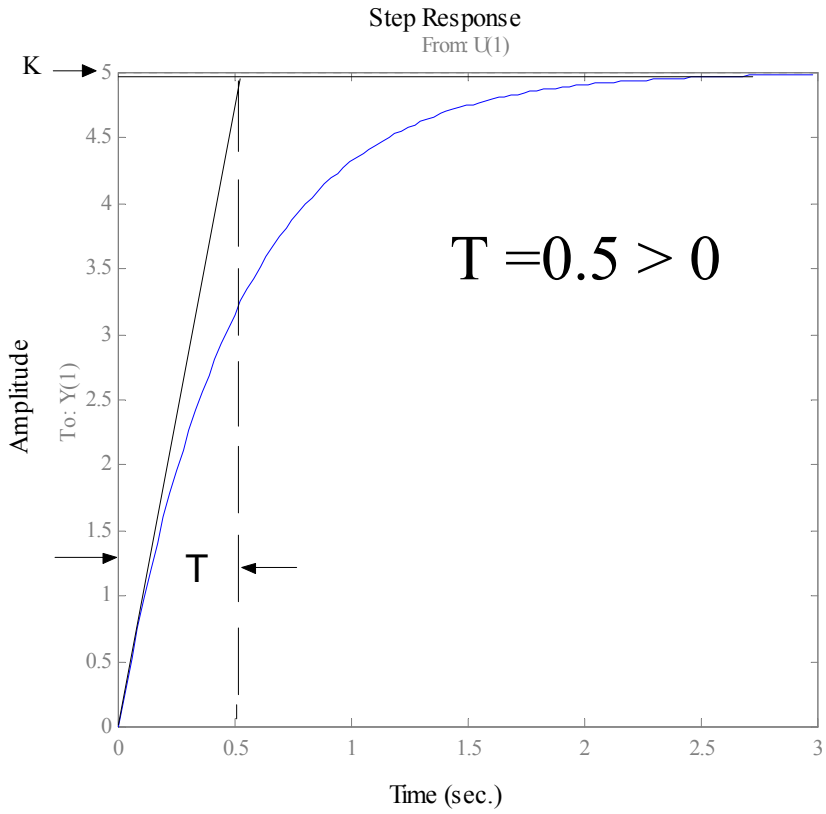
Valida per t≥0.

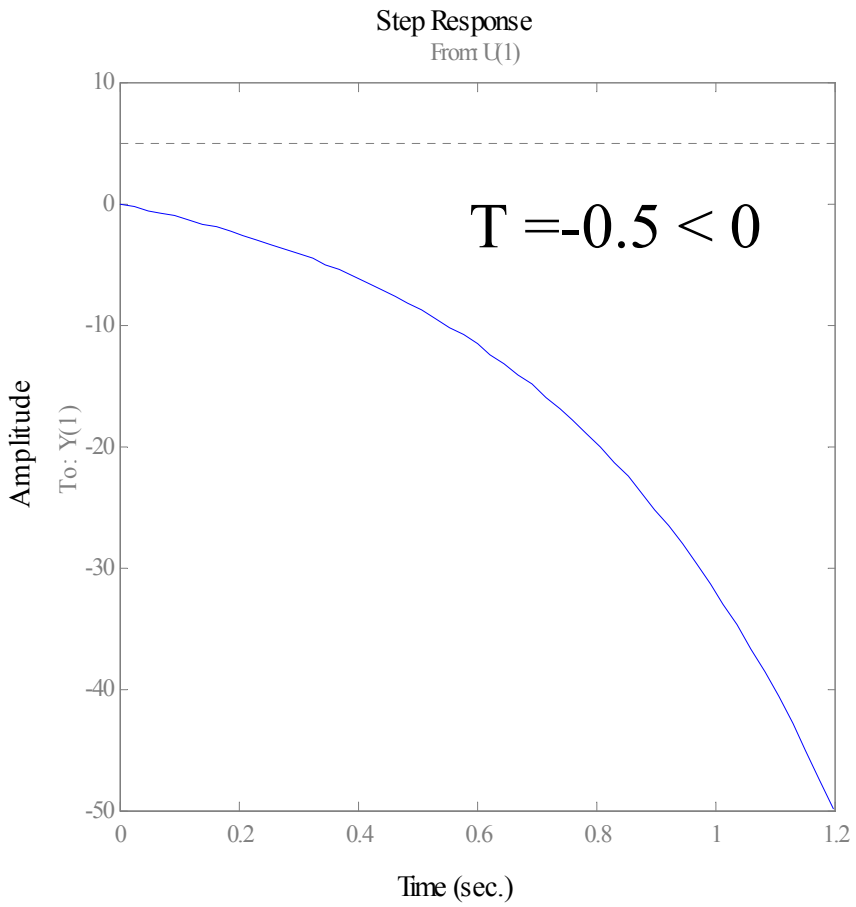
A seconda del segno di *T* l'andamento di *y* risulta molto diverso.
La risposta allo scalino tramite Matlab si puo' calcolare direttamente.

Esempio

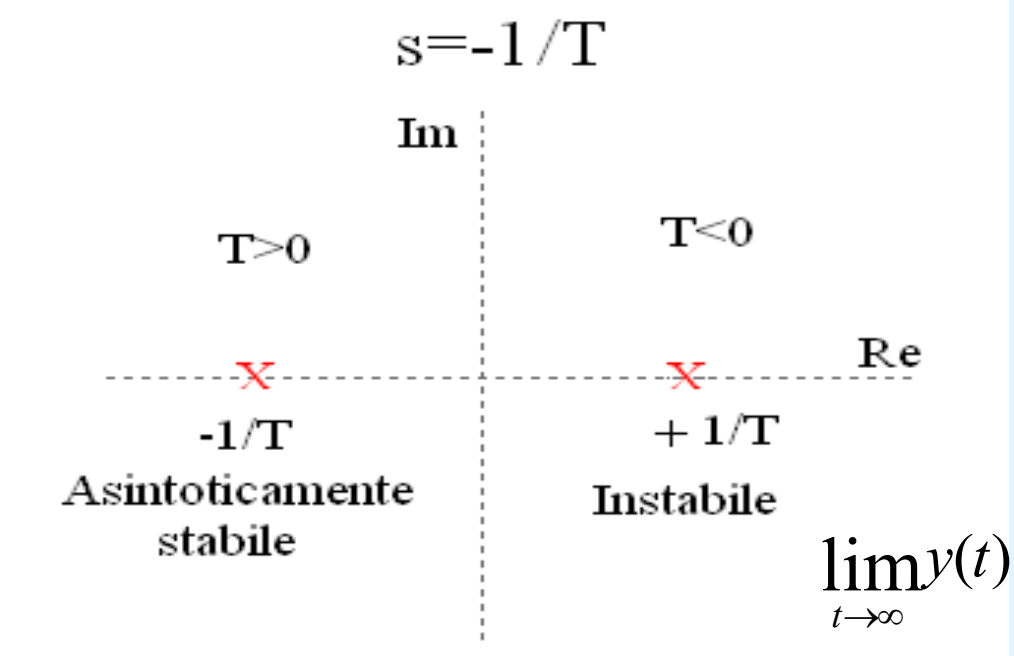
» K=5; T=0.5; den=[T 1]; num=K; sys=tf(num,den); 5/(0.5 s + 1)
» step(sys)

» den=[-T 1];
» sys=tf(num,den); 5/(-0.5s+1)





Quando $T>0$, la risposta y si assesta su un valore finito, mentre quando $T<0$ la risposta diverge all'infinito. Si osservi che il sistema di funzione di trasferimento $G(s)$ presenta un polo per $s=-1/T$. Pertanto il sistema risulta *asintoticamente stabile* per $T > 0$, *instabile* per $T < 0$.



Considerando solo il caso asintoticamente stabile ($T>0$), si può calcolare il valore limite (per $t \to \infty$) della risposta allo scalino con il teorema del valore finale:

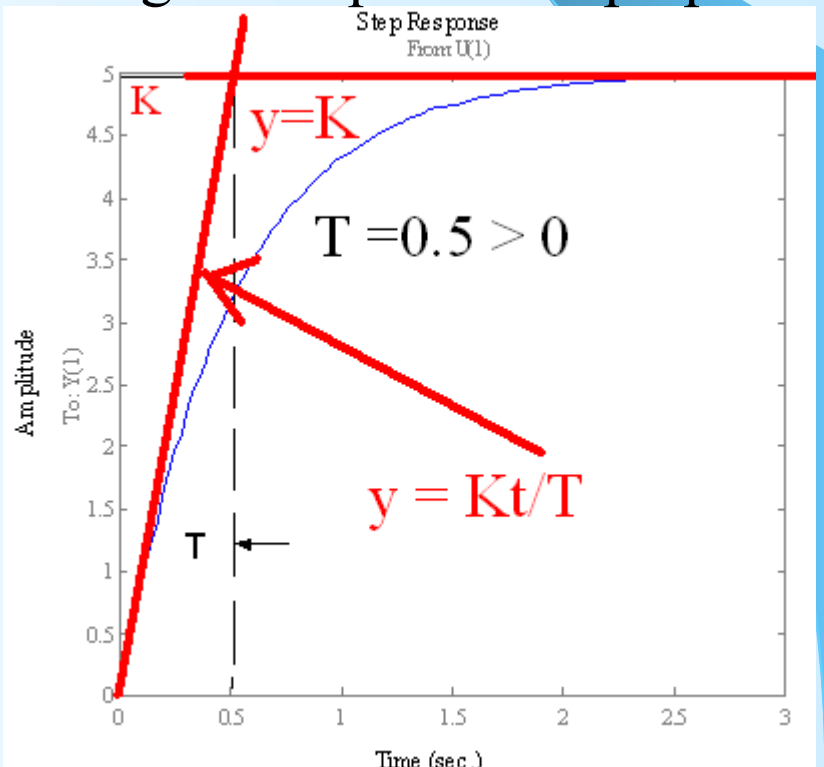
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0}[sY(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s\frac{K}{1+sT}\frac{1}{s}\right] = K$$

Pertanto la risposta allo scalino tende al *guadagno* K del sistema. in altre parole il rapporto tra il valore limite dell'uscita ed il valore limite dell'ingresso (che in questo caso vale 1, essendo l'ingresso uno scalino), è pari al guadagno del sistema.

Ciò costituisce una circostanza generale.

La forma del transitorio dipende invece solo dalla *costante di tempo T*. All'istante iniziale (t=0) la derivata di $y = K(1 - e^{-t/T})$ vale K/T: pertanto inizialmente la curva è tangente alla retta che passa per l'origine e che intercetta la retta orizzontale di ordinata K (ossia la retta a cui tende la risposta), in corrispondenza dell'istante $t=T$. Ne consegue che il transitorio è tanto più veloce quanto più piccolo è il valore della costante di tempo T. Si può verificare che la risposta y raggiunge praticamente (al 98÷99%) il valore di regime dopo un tempo pari a 4÷5 volte la costante di tempo T.

Si osservi che da queste considerazioni emerge anche con molta evidenza un metodo grafico per tracciare l'andamento approssimato della risposta allo scalino.



Studiamo anche la *risposta all'impulso* (u(t)=imp(t) ⇒ U(s)=1):

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{K}{(1+sT)}$$

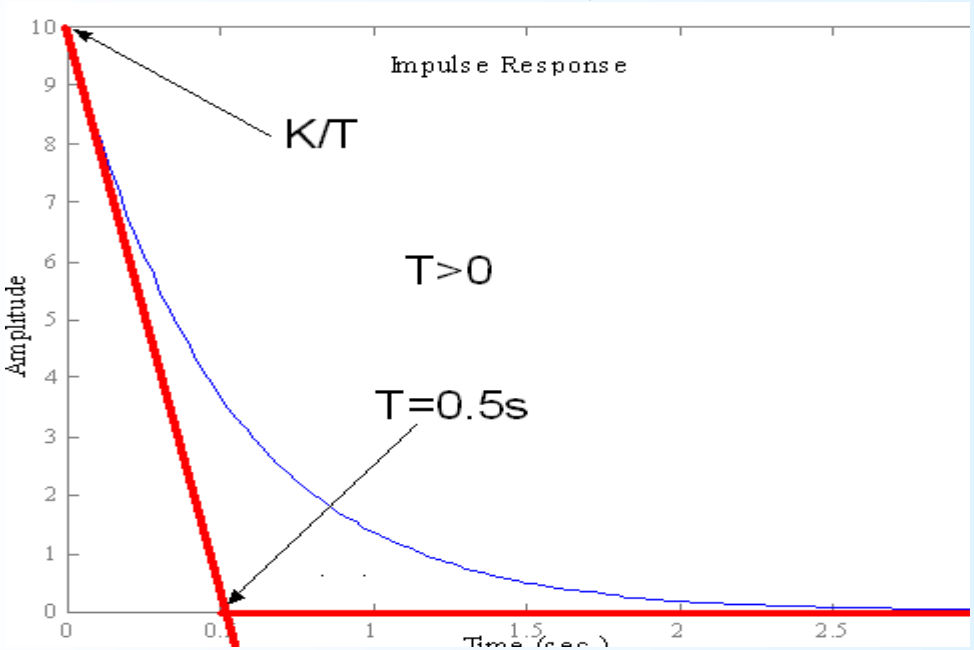
Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:

» syms K t s T ; ilaplace(K/(1+s*T)) ⇒ $Ke^{(-t/T)}/T$ Valida per t≥0.

Notiamo che la risposta all'impulso risulta uguale alla derivata rispetto al tempo della risposta allo scalino (circostanza generale).

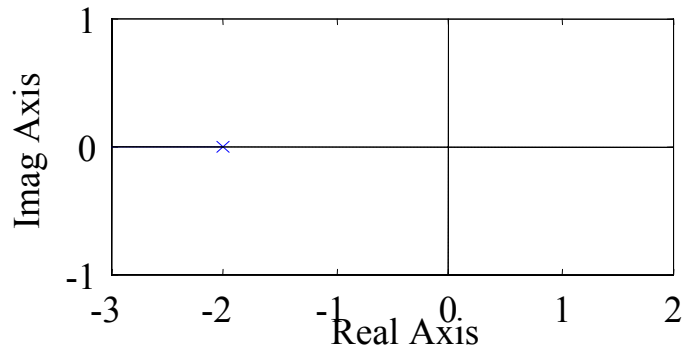
La risposta all'impulso tramite Matlab si puo' calcolare direttamente.

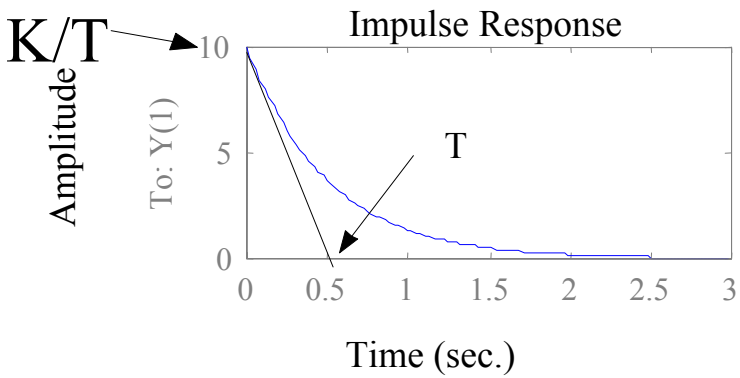
Vediamo con l' esempio gia' visto in precedenza: » K=5; T=0.5; den=[T 1]; num=K; sys=tf(num,den) ⇒ 5/(0.5 s + 1) ; impulse(sys)

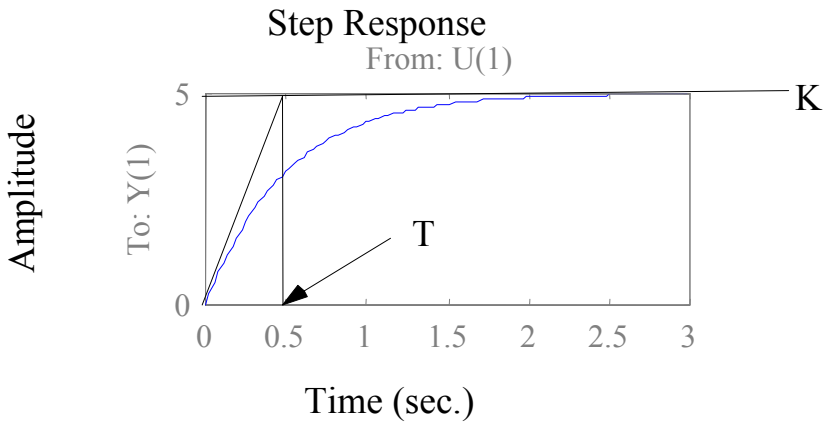


Si osservi che da queste considerazioni emerge anche con molta evidenza un metodo grafico per tracciare l'andamento approssimato della risposta all'impulso

SINTESI T > 0





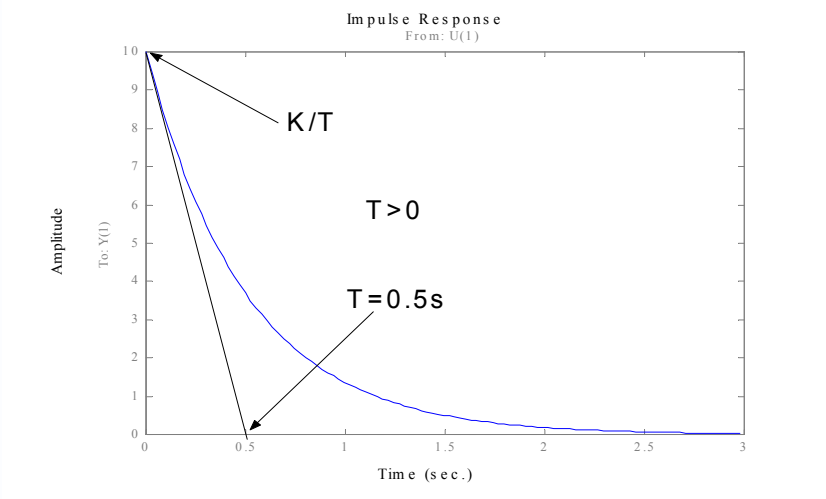


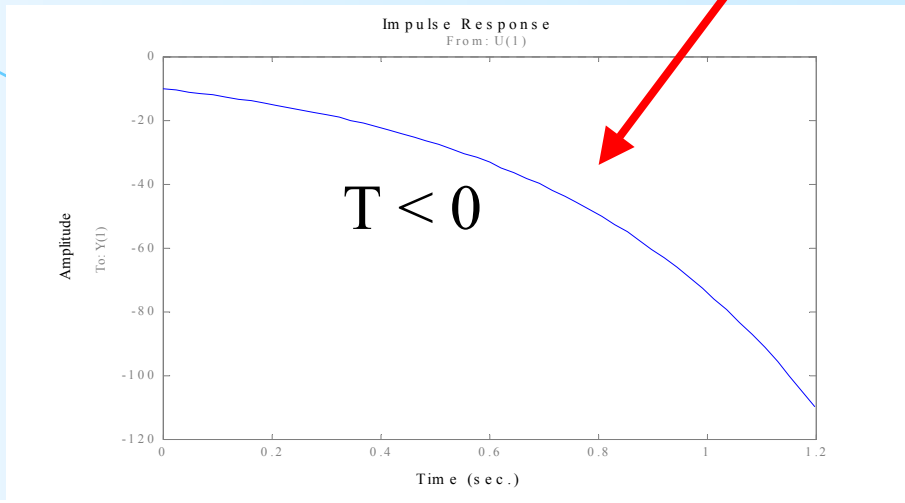
$$\frac{10}{s+2} \Rightarrow K/T/(s+1/T) \quad K=5;\ T=0.5$$

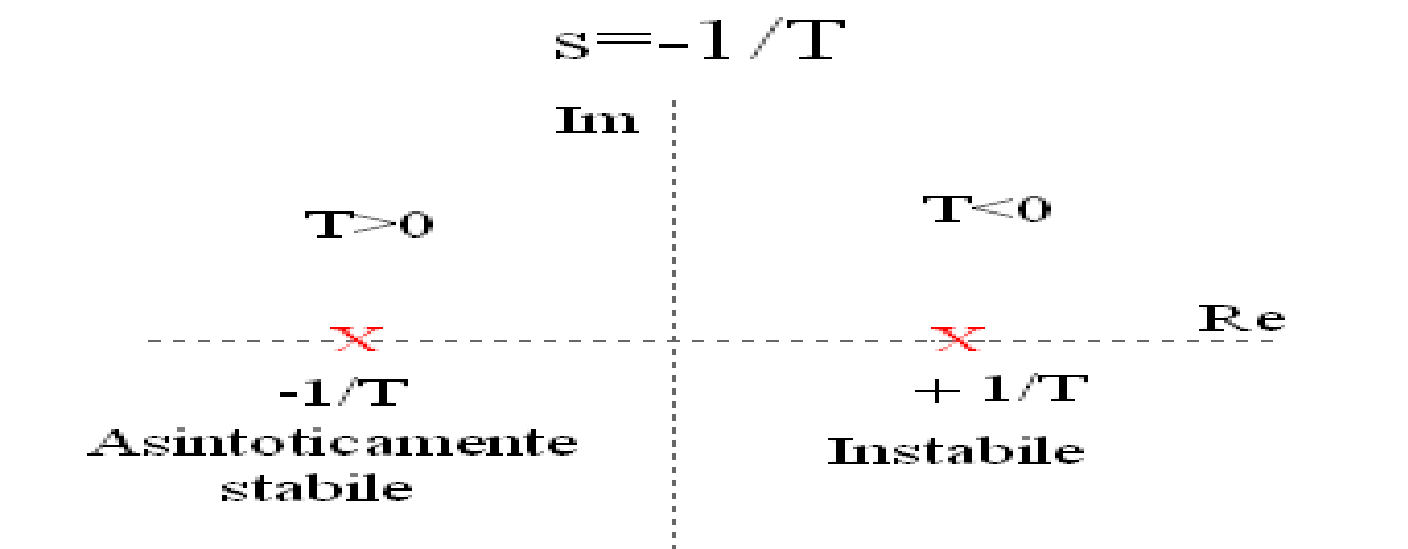
damp(sys)

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-2.00e+000	1.00e+000	2.00e+000

T < 0 »den=[-T 1]; sys=tf(num,den) ⇒ -5/(0.5 s – 1) » impulse(sys)







Coerentemente con la definizione di stabilità, per $T>0$ (sistema asintoticamente stabile), la risposta converge a zero, per $T<0$ (sistema instabile) la risposta diverge.

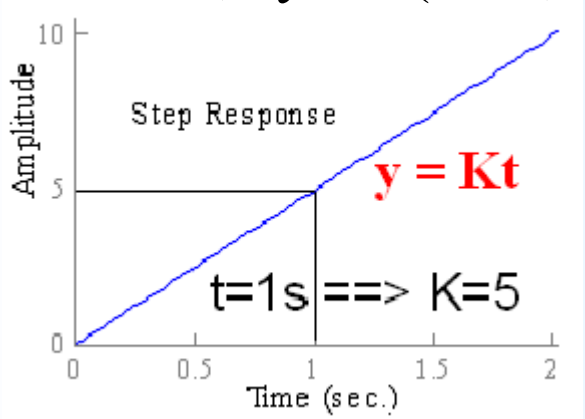
$\boxed{\mathbf{g=1}}$ $G(s) = \dfrac{K}{s}$ Studiamo la *risposta allo scalino* u(t)=sca(t) $\Rightarrow$ U(s)=1/s: $Y(s) = G(s)U(s) = \dfrac{K}{s^2}$

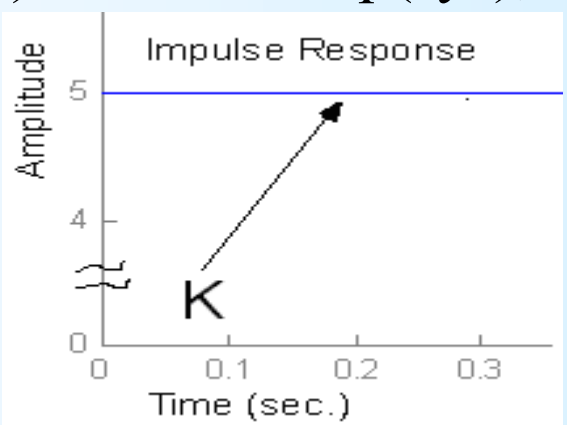
Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:
» syms K t s ; ilaplace(K/(s^2)) ➔ K*t **≡ K*ramp(t)**

Per quanto riguarda la risposta all'impulso: $Y(s) = G(s)U(s) = \dfrac{K}{s}$

Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:
» syms K t s ; ilaplace(K/(s)) ➔ K

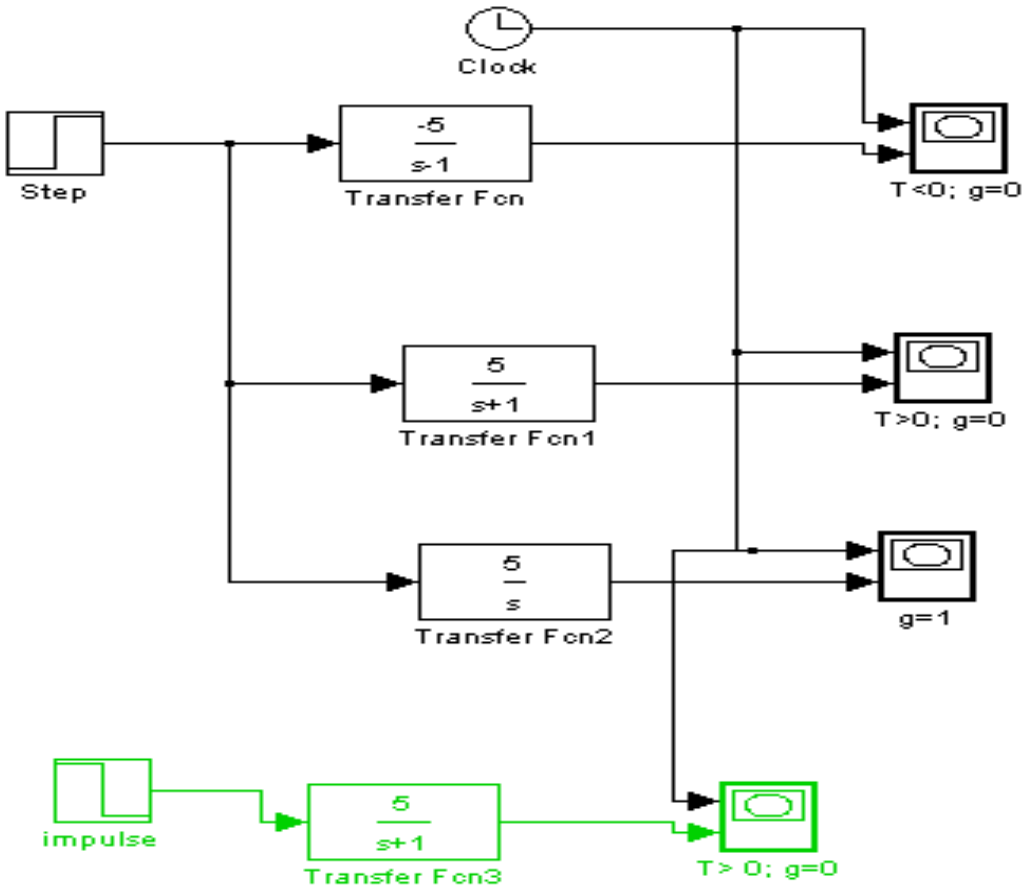
La risposta allo scalino e all'impulso tramite Matlab si possono calcolare direttamente. Vediamo con un esempio: »K=5; den=[1 0];
» num=K; sys=tf(num,den) ➔ 5/s » step(sys); figure impulse(sys)





In entrambi i casi l'uscita è uguale all'integrale dell'ingresso, per il fattore K.

Sintesi di quanto visto con Simulink
Da completare



Sistemi non strettamente propri

Sono i sistemi in cui il grado del denominatore è uguale al grado del numeratore. Sistemi del primo ordine non strettamente propri presentano quindi uno zero:

$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{s^g}} \frac{1+\mathbf{s}\tau}{1+\mathbf{sT}} \begin{cases} \dfrac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{1+\mathbf{sT}}, & \mathbf{g} = 0 \\[2ex] \dfrac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{\mathbf{s}}, & \mathbf{g} = 1 \\[2ex] \dfrac{\mathbf{Ks}}{1+\mathbf{sT}}, & \mathbf{g} = -1 \end{cases}$$

$\boxed{\mathbf{g=0}}$ $\dfrac{K\,(1+\,s\,\tau\,)}{1+\,sT}$ Studiamo la *risposta allo scalino* u(t)=sca(t) $\Rightarrow$ U(s)=1/s: $Y(s)=G(s)U(s)=\dfrac{K}{s}\dfrac{(1+s\tau)}{1+sT}$

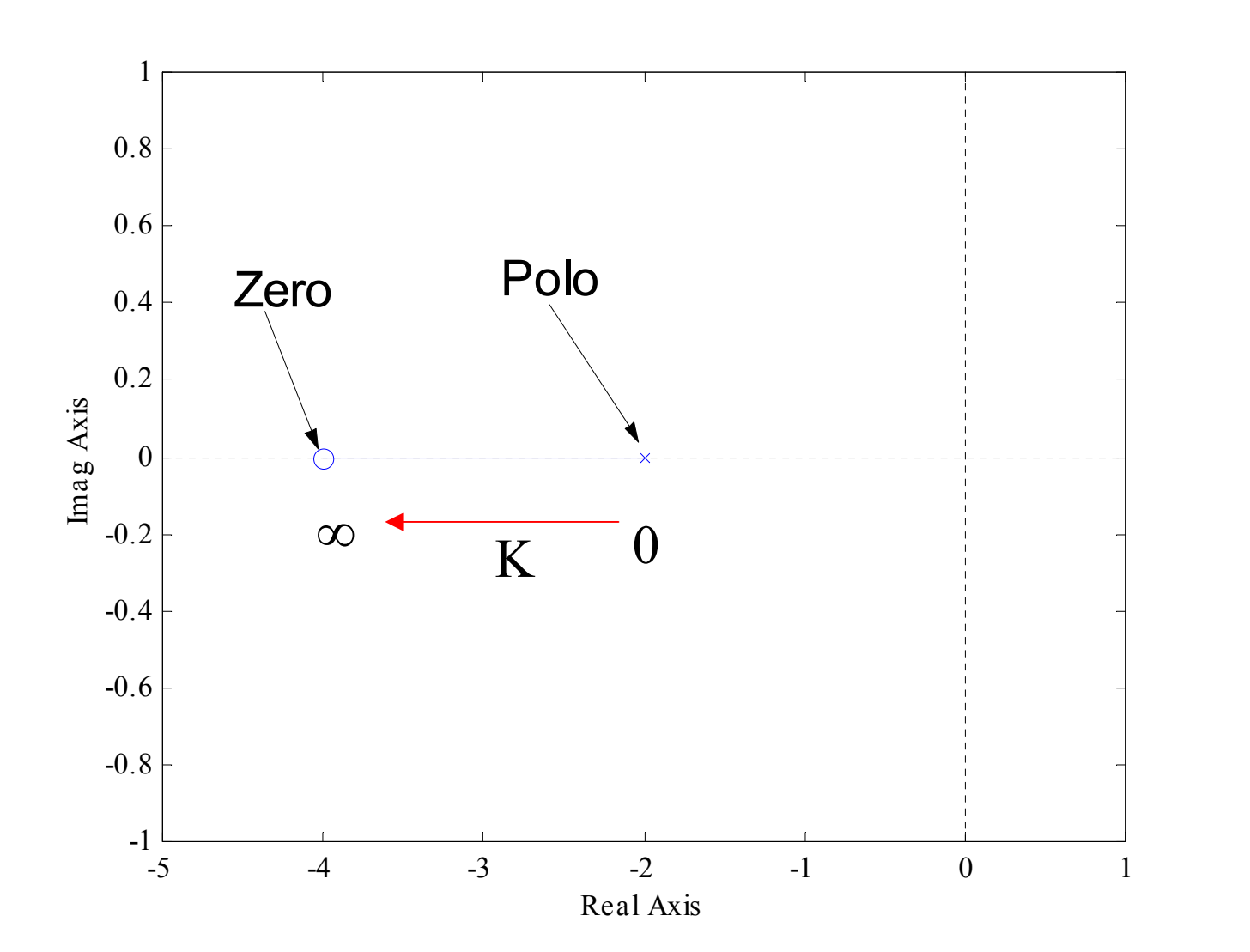
Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:
» syms K t s T tau ; ilaplace(K*(1+s*tau)/(s*(1+s*T))) $\Rightarrow$
K*(1-exp(-t/T)+exp(-t/T)/T*tau)=K(1+(tau/T-1)$e^{-t/T}$) Valida per t≥0.
Al variare del valore relativo di τ e *T* (e quindi della posizione relativa del polo e dello zero) la risposta allo scalino cambia sensibilmente (consideriamo solo il caso asintoticamente stabile,*T*>0):

A titolo di esempio studiamo alcuni sistemi aventi K=5; T= 0.5 > 0 e τ = 0.25, 0.75 e – 0.25 ossia uno zero a destra del polo (τ =0.25), sinistra del polo (τ =0.75) tutti nel semipiano sinistro del piano complesso e uno con zero nel semipiano destro (τ = -0.25).

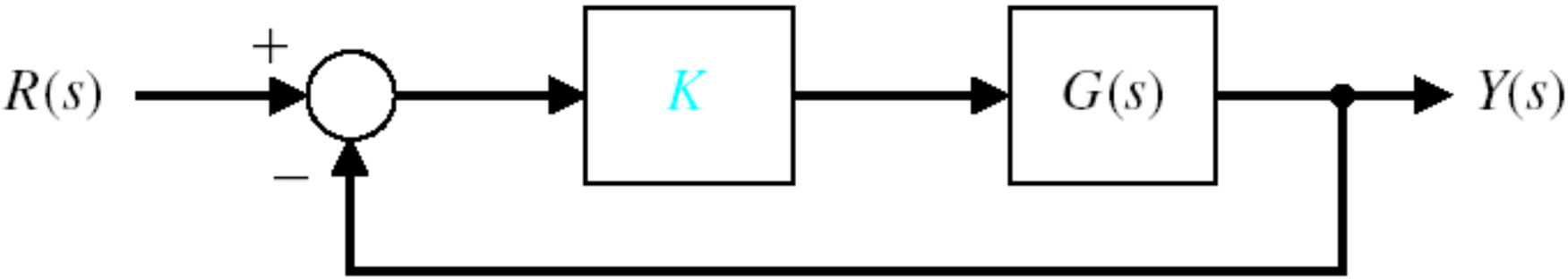
Studiamo la risposta allo scalino di questi sistemi tramite Matlab

»K=5; T=0.5; **tau=0.25**; num=[tau*K K]; den=[T 1]; sys=tf(num,den)

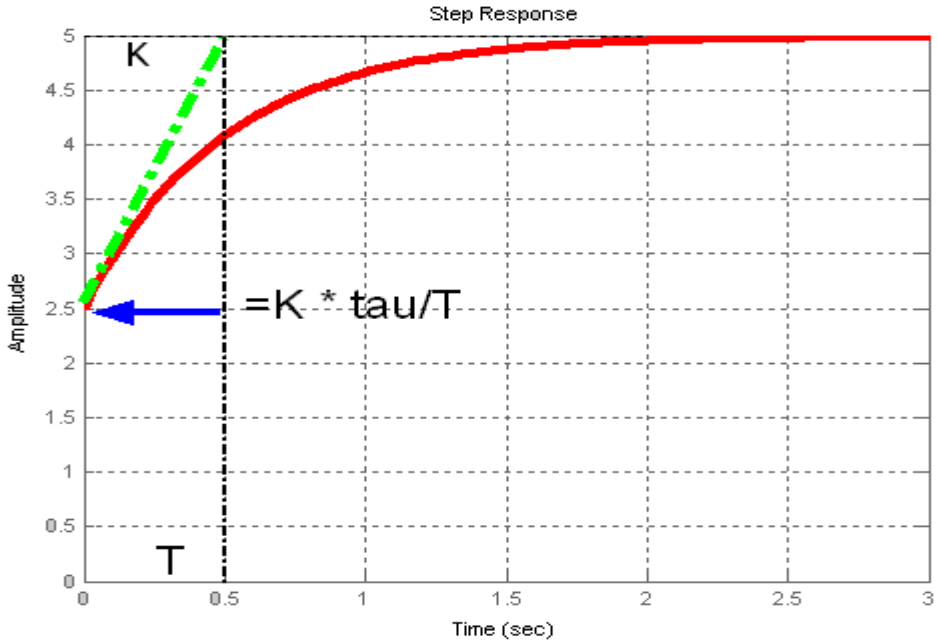
(1.25 s + 5)/(0.5 s + 1) » step(sys) » grid » rlocus(sys)



» help rlocus: RLOCUS(SYS) computes and plots the root locus of the single-input,single-output LTI model SYS. The root locus plot is used to analyze the negative feedback loop

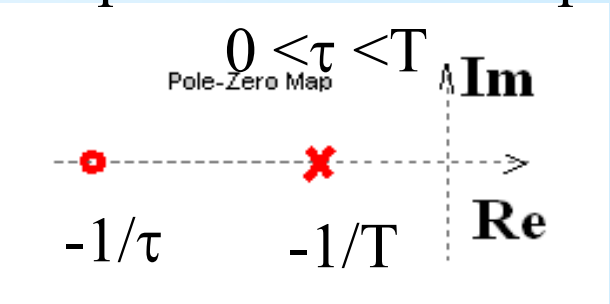


and shows the trajectories of the closed-loop poles when the feedback gain K varies from 0 to Inf. RLOCUS automatically generates a set of positive gain values that produce a smooth plot. RLOCUS(SYS,K) uses a user-specified vector K of gains. [R,K] = RLOCUS(SYS) or R = RLOCUS(SYS,K) returns the matrix R of complex root locations for the gains K. R has LENGTH(K) columns and its j-th column lists the closed-loop roots for the gain K(j)..



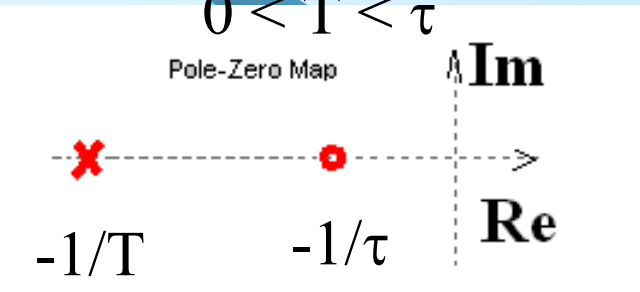
Risposta allo scalino per

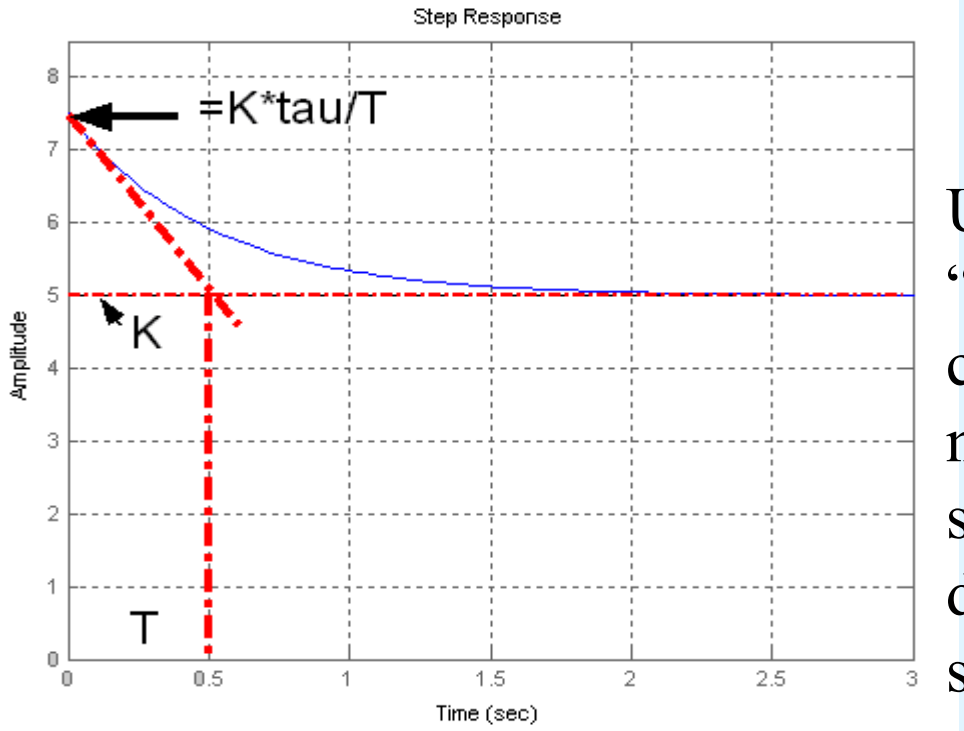
$0 < \tau < T$



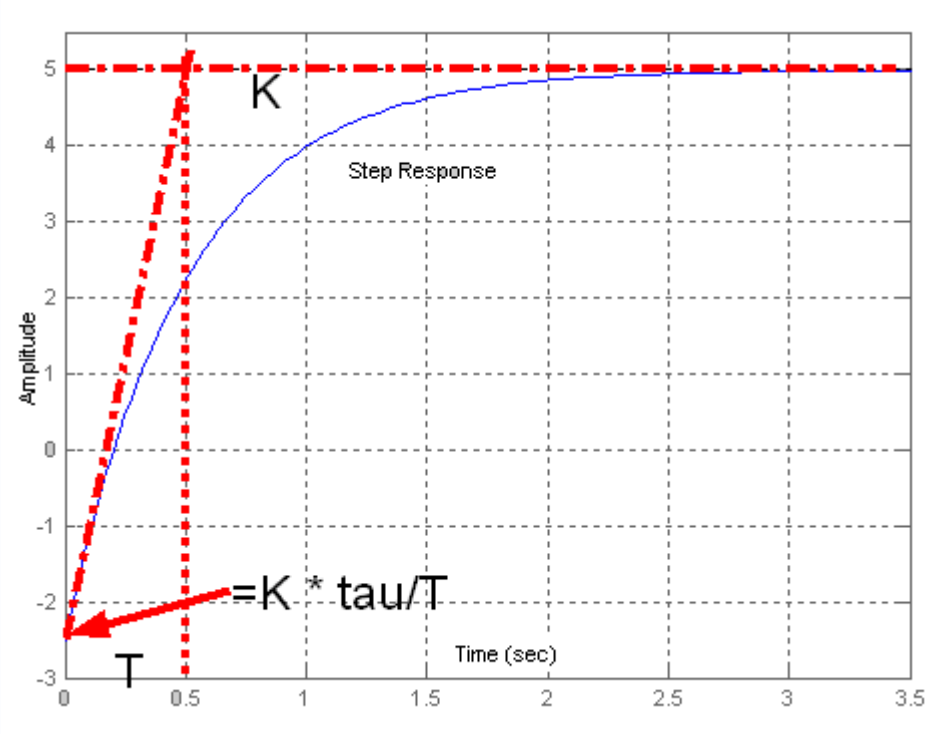
Risposta allo scalino per

$0 < T < \tau$



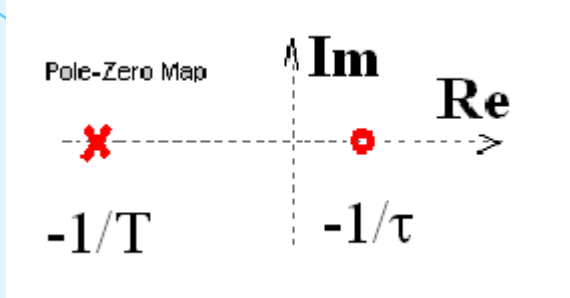


Uno zero nel semipiano sinistro "anticipa" la risposta rispetto al caso di sistema privo di zero, nel senso che la risposta stessa si porta inizialmente ad un valore diverso da zero, dello stesso segno del valore di regime.



Risposta allo scalino per

$\tau < 0 < T$



Uno zero nel semipiano destro "ritarda" la risposta rispetto al caso di sistema privo di zero, nel senso che la risposta stessa si porta inizialmente ad un valore diverso da zero, di segno opposto al valore di regime (***risposta inversa***). Questo tipo di comportamento è tipico dei sistemi con zeri nel semipiano destro, che per ragioni che saranno chiare più avanti nel corso, prendono anche il nome di sistemi

a fase non minima.

$\boxed{g=1}$ $\dfrac{K\,(1+s\tau)}{s}$ Studiamo la *risposta allo scalino* u(t)=sca(t) $\Rightarrow$ U(s)=1/s:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{K}{s^2}(1+s\tau)$$

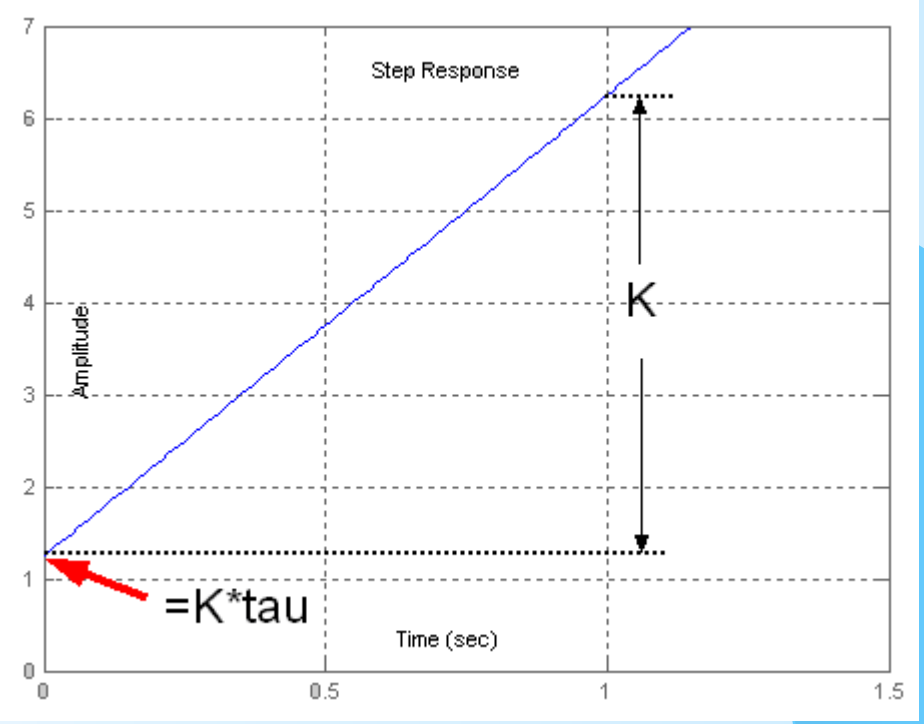
Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:

» syms K t s T tau ; ilaplace(K*(1+s*tau)/s^2) $\Rightarrow$ K*(t+tau)

Studiamo la risposta allo scalino di questi sistemi tramite Matlab

»K=5; **tau=0.25**; num=[tau*K K]; den=[1 0]; sys=tf(num,den)

(1.25 s + 5)/ s » step(sys)

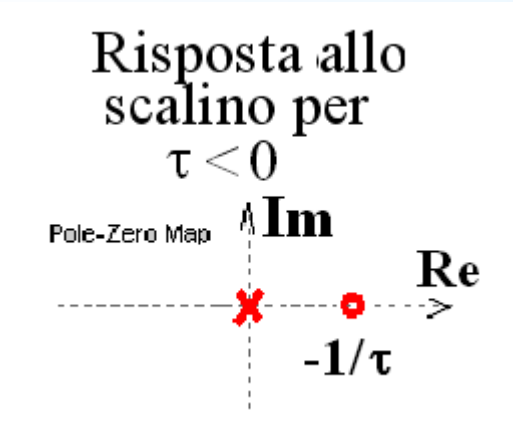


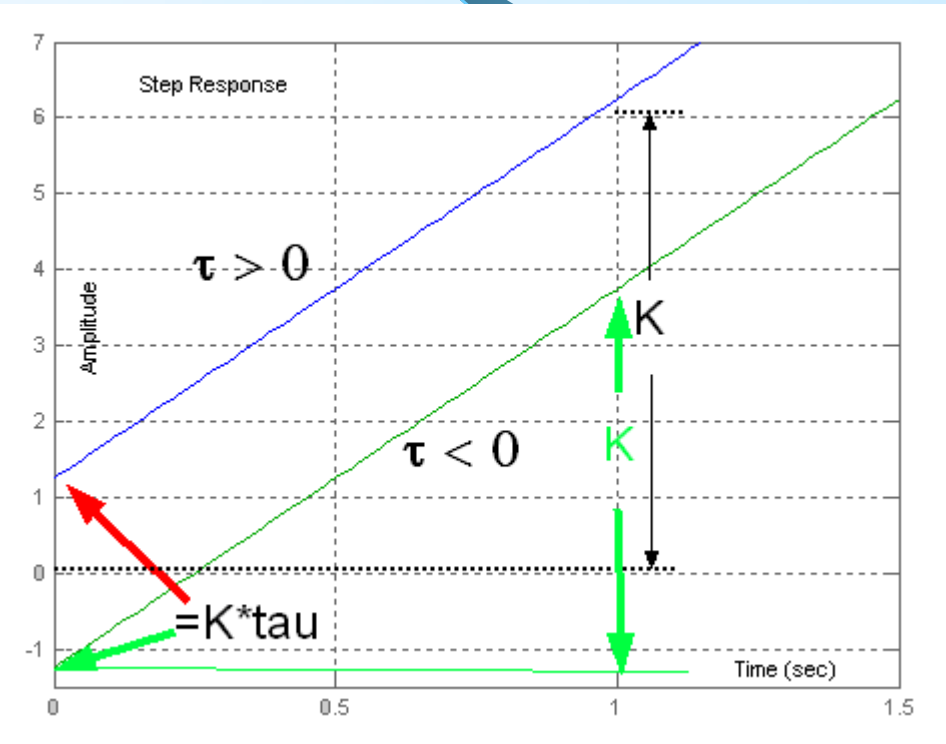
Studiamo la risposta allo scalino di questi sistemi tramite Matlab

K*(t+tau)

»K=5; **tau= - 0.25**; num=[tau*K K]; den=[1 0]; sys=tf(num,den)

(-1.25 s + 5)/ s » step(sys)





$\boxed{g = -1}$

$$\frac{Ks}{1 + sT}$$

Studiamo la *risposta allo scalino* u(t)=sca(t) $\Rightarrow$ U(s)=1/s: $\mathbf{Y(s) = G(s)U(s) = \frac{K}{1+sT}}$

Usiamo Matlab per trovare la risposta nel dominio del tempo:

» syms K t s T ; ilaplace(K/(1+s*T)) $\Rightarrow$ K*exp(-t/T)/T

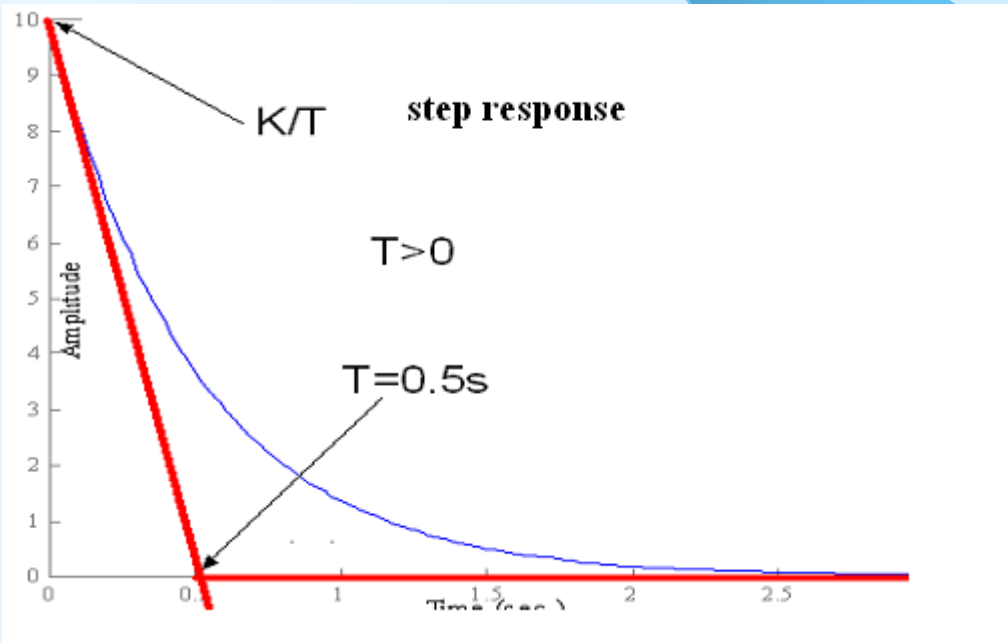
K=5; T=0.5;**tau= 0**; num=[K tau*K];

den=[T 1]; sys=tf(num,den) $\Rightarrow$ 5 s/(0.5 s + 1)

step(sys)

Risposta allo scalino per

$0 < T$



Sistemi del secondo ordine

Per i sistemi del secondo ordine (che presentano cioè due poli) ci limiteremo ad esaminare alcuni casi particolari, rinunciando alla casistica completa.

Sistemi con poli reali e nessuno zero

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Assumiamo $T1$ e $T2$ positivi, ossia il sistema asintoticamente stabile (i suoi poli, in $s = -1/T1$,$s = -1/T2$, sono nel semipiano sinistro). La trasformata di Laplace della risposta allo scalino è data da:

$$G(s) = \frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

L'antitrasformata si ottiene con Matlab:

```
»syms T1 T2 t s K
ilaplace(K/(s*(1+s*T1)*(1+s*T2)))
```

➔K*(T2-T1*exp(-t/T1)/(-T1+T2)-T2*exp(-t/T2)/(-T1+T2))➔

K*[T1-T2-T1*e$^{(-t/T1)}$+T2*e$^{(-t/T2)}$] /(T1- T2)

In base al teorema del valore iniziale si ha:

$$\mathbf{y}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{s\to\infty}\frac{\mathbf{K}}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = 0$$

$$\dot{\mathbf{y}}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{sL}(\dot{\mathbf{y}})] = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}(\mathbf{sY(s)} - \mathbf{y}(0))] =$$

$$= \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}^2\mathbf{Y(s)}] = \lim_{s\to\infty}\frac{\mathbf{Ks}}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = 0$$

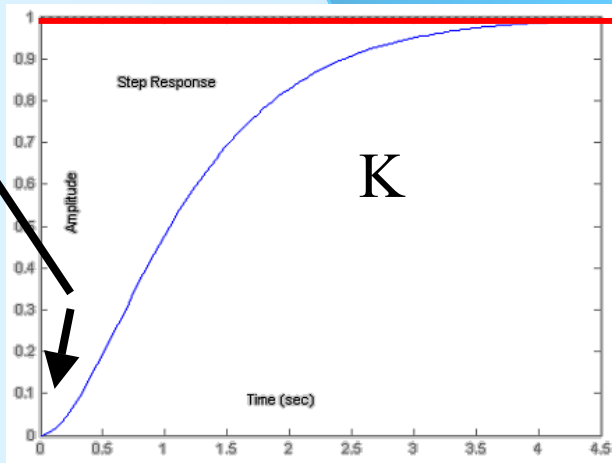
$$\ddot{\mathbf{y}}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{sL}(\ddot{\mathbf{y}})] = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}(\mathbf{s}^2\mathbf{Y(s)} - \dot{\mathbf{y}}(0))] =$$

$$= \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}^3\mathbf{Y(s)}] = \lim_{s\to\infty}\frac{\mathbf{Ks}^2}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2} > 0$$

In base al teorema del valore finale si ha:

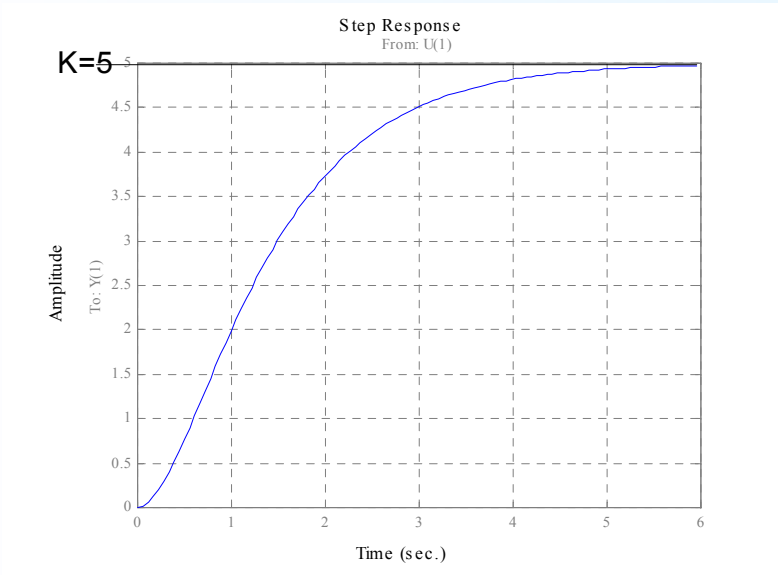
$$\mathbf{y}(\infty) = \lim_{s\to 0}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{s\to 0}\frac{\mathbf{K}}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = \mathbf{K}$$

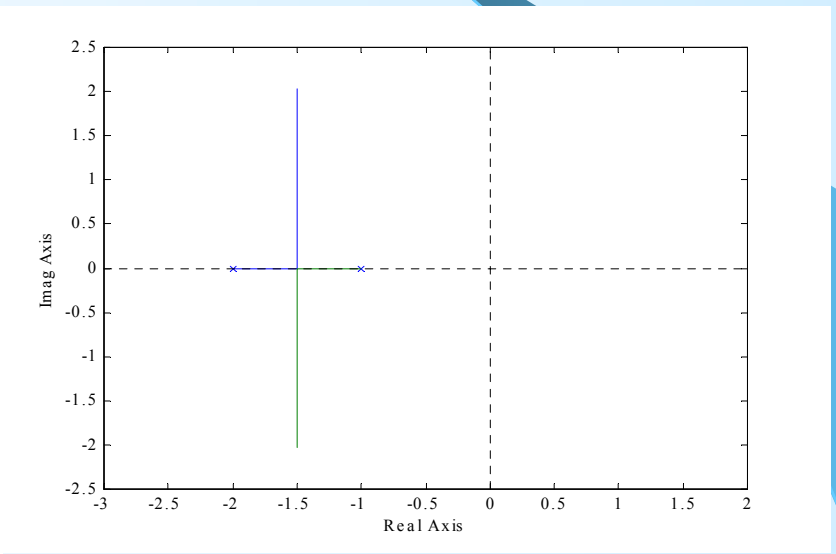
La risposta parte quindi da zero, con tangente orizzontale e concavità rivolta verso l'alto. Tende poi al valore K. L'andamento tipico è a forma di "S".



Esempio: Poniamo T1=1; T2=0.5; K=5;

```
» T1=1; T2=0.5; K=5;
» num=5; den=conv([1 1],[0.5 1]) ;
» sys=tf(num,den)➔5/(0.5 s^2 + 1.5 s + 1)
» step(sys) » grid »figure; rlocus(sys)
```

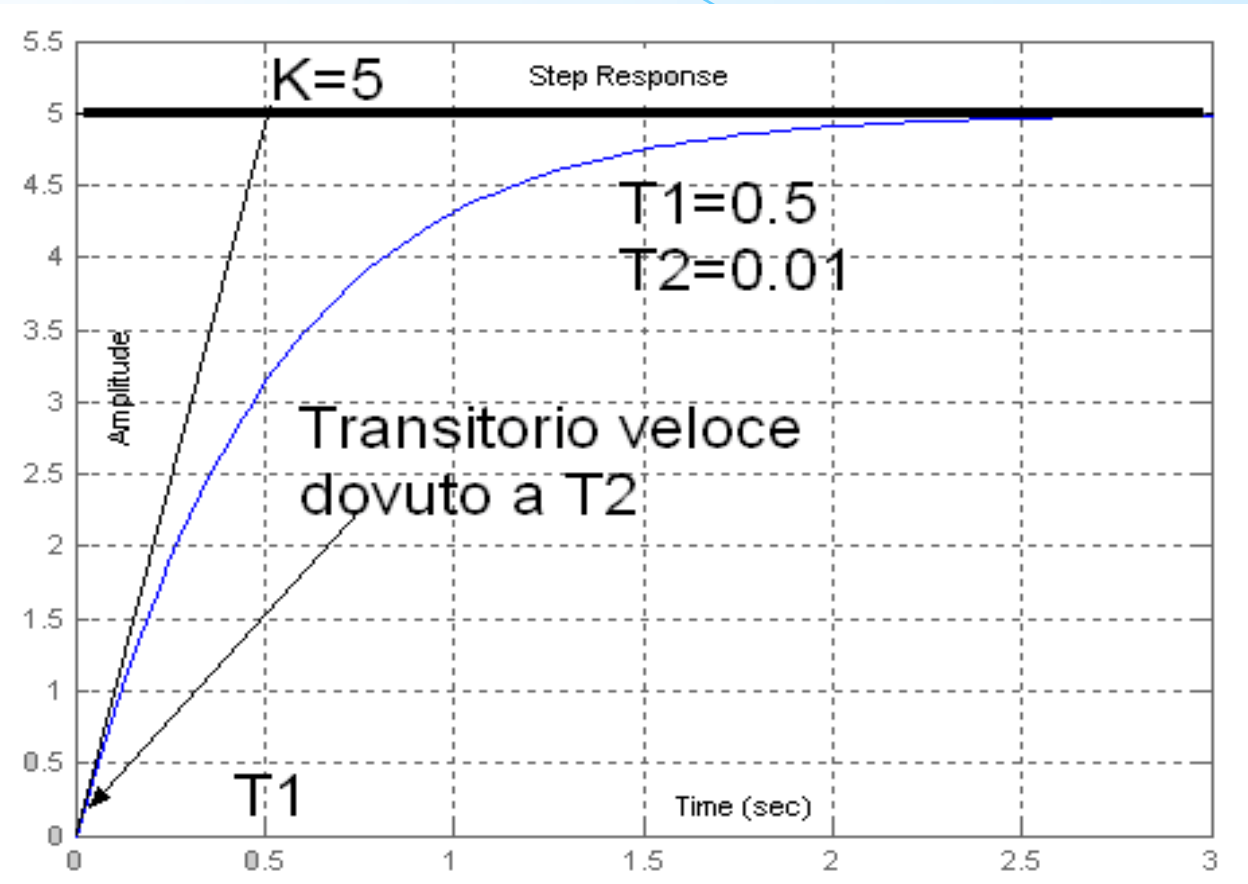




La durata del transitorio può essere facilmente legata alle due costanti di tempo *T*1 e *T*2 solo se i due valori sono molto diversi tra loro: in tal caso, infatti, conta solo il valore della costante di tempo più grande.

Se, ad esempio $T1 >> T2$, allora:

$$K*[T1-T2-T1*e^{(-t/T1)}+T2*e^{(-t/T2)}]\ /(T1-T2) \approx K(1-e^{-t/T1}) \text{ con } t\geq 0$$



Sistemi con poli reali ed uno zero

$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)}$$

Assumiamo T1 e T2 positivi, ossia il sistema asintoticamente stabile.

La trasformata di Laplace è, come al solito data da:

$$\mathbf{Y(s)} = \frac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{\mathbf{s}(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)}$$

In base al teorema del valore iniziale si ottiene:

$$\mathbf{y}(0) = \lim_{\mathbf{s}\to\infty}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{\mathbf{s}\to\infty}\frac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = 0$$

$$\dot{\mathbf{y}}(0) = \lim_{\mathbf{s}\to\infty}[\mathbf{sL}(\dot{\mathbf{y}})] = \lim_{\mathbf{s}\to\infty}[\mathbf{s}(\mathbf{sY(s)} - \mathbf{y}(0))] =$$

$$= \lim_{\mathbf{s}\to\infty}[\mathbf{s}^2\mathbf{Y(s)}] = \lim_{\mathbf{s}\to\infty}\frac{\mathbf{Ks}(1+\mathbf{s}\tau)}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = \frac{\mathbf{K}\tau}{\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2}$$

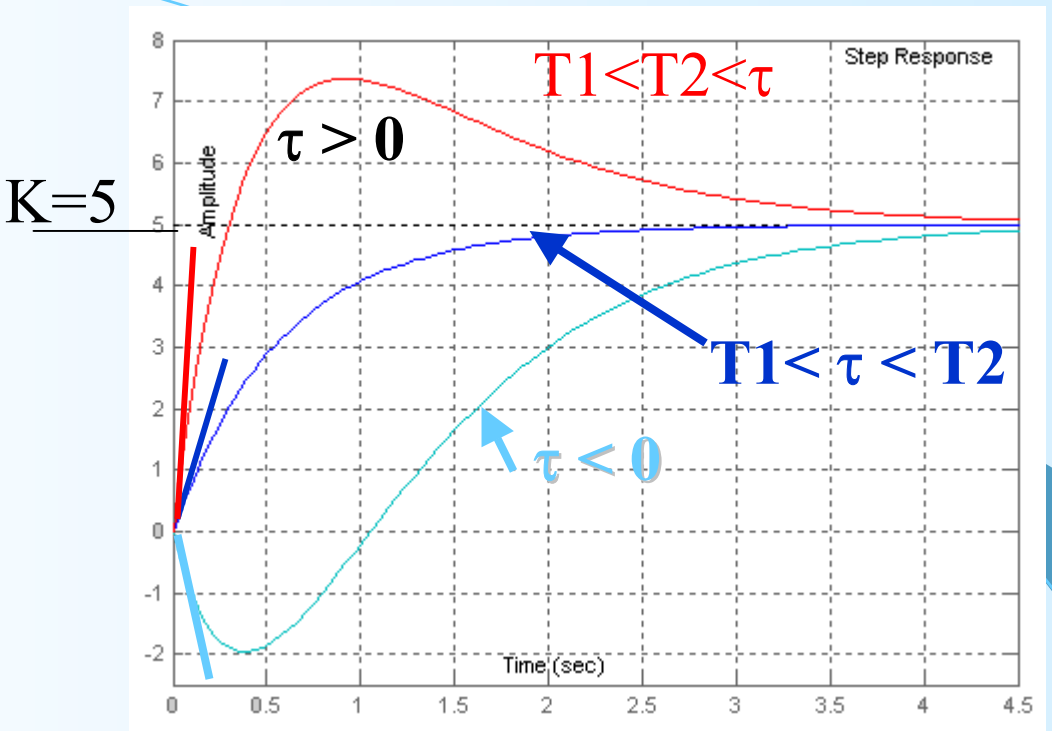
In base al teorema del valore finale si ha:

$$\mathbf{y}(\infty) = \lim_{\mathbf{s}\to 0}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{\mathbf{s}\to 0}\frac{\mathbf{K}(1+\mathbf{s}\tau)}{(1+\mathbf{sT}_1)(1+\mathbf{sT}_2)} = \mathbf{K}$$

La risposta parte quindi da zero, con tangente verso l'alto per $\tau > 0$, verso il basso per $\tau < 0$.

La risposta tende poi al valore di K.

Esempi con Matlab



Sintesi delle risposte allo scalino per i vari casi esaminati

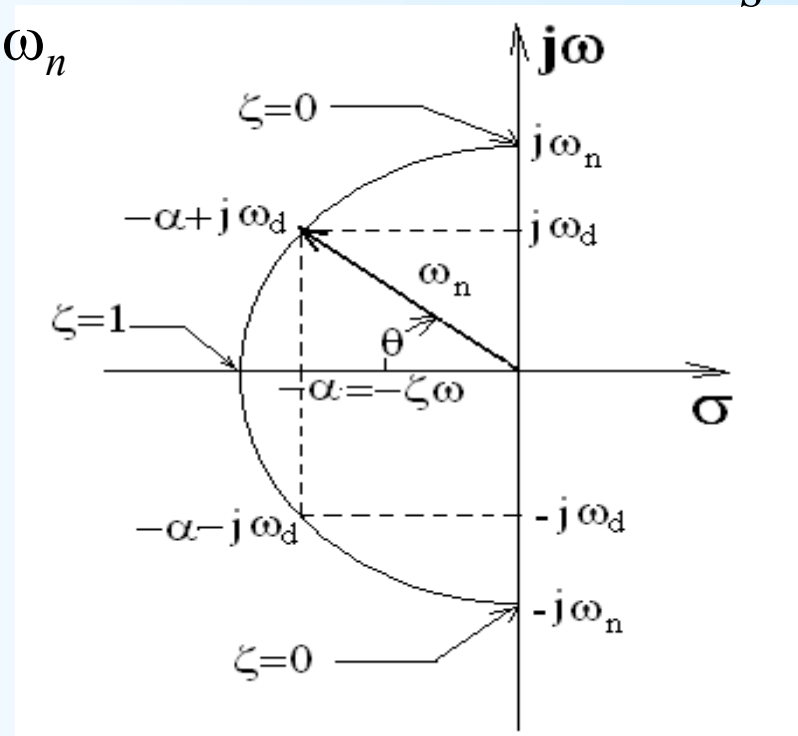
Sistemi con poli complessi e coniugati e nessuno zero

In questo caso è comodo riscrivere l'espressione della funzione di trasferimento nella forma equivalente:

$$\mathbf{G(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}}$$

dove ζ è lo **smorzamento**, e ω_n è la **pulsazione naturale**,

Si riporta per comodità il significato dei parametri ζ e ω_n già illustrato



$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$s = -\alpha \pm j\omega_d$$

$$\omega_d \equiv \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \equiv \frac{1}{\zeta\omega_n} \equiv \tau$$

Si osservi inoltre che: sistema

$\zeta>0$: due poli nel semipiano sinistro $\Rightarrow$ *asintoticamente stabile*

$\zeta=0$: due poli sull'asse immaginario $\Rightarrow$ *semplicemente stabile*

$\zeta<0$: due poli nel semipiano destro $\Rightarrow$ *instabile*

Studiamo la *risposta allo scalino*:

$$\mathbf{Y(s)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{s}} \frac{\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n \mathbf{s} + \omega_n^2}$$

In base al teorema del valore iniziale si ha:

$$\mathbf{y}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{s\to\infty} \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{s}} \frac{\mathbf{s}\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n \mathbf{s} + \omega_n^2} = 0$$

$$\dot{\mathbf{y}}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}\,\mathbf{L}(\dot{\mathbf{y}})] = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}(\mathbf{sY}(\mathbf{s}) - \mathbf{y}(0))] =$$

$$= \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}^2\mathbf{Y}(\mathbf{s})] = \lim_{s\to\infty} \frac{\mathbf{Ks}\,\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n \mathbf{s} + \omega_n^2} = 0$$

$$\ddot{\mathbf{y}}(0) = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}\,\mathbf{L}(\ddot{\mathbf{y}})] = \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}(\mathbf{s}^2\mathbf{Y}(\mathbf{s}) - \dot{\mathbf{y}}(0))] =$$

$$= \lim_{s\to\infty}[\mathbf{s}^3\mathbf{Y}(\mathbf{s})] = \lim_{s\to\infty} \frac{\mathbf{Ks}^2\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n \mathbf{s} + \omega_n^2} = \mathbf{K}\,\omega_n^2 > 0$$

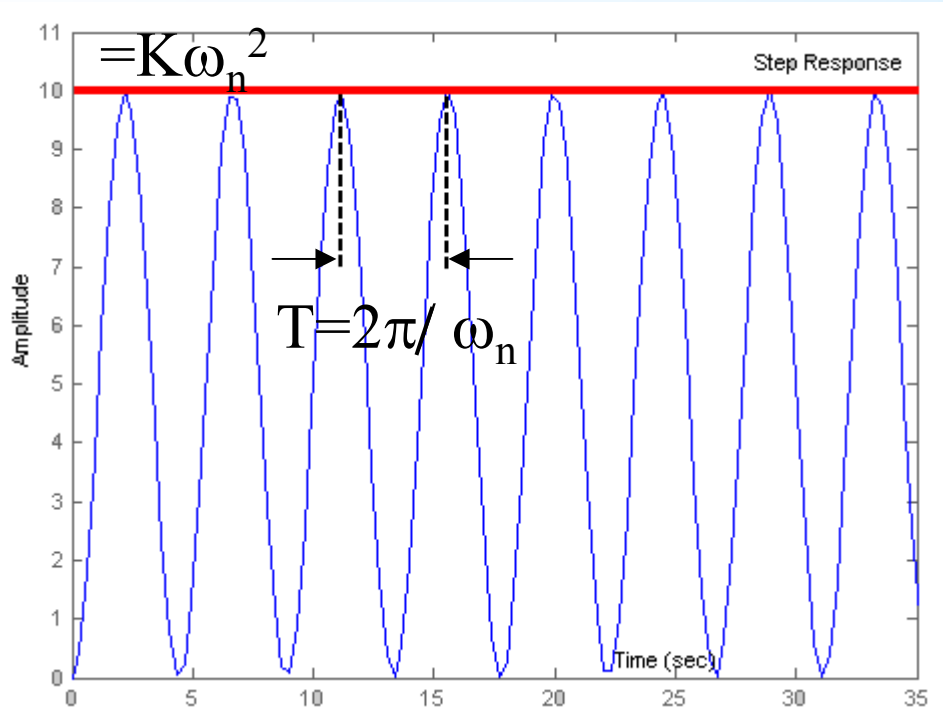
$$\mathbf{y}(\infty) = \lim_{s\to 0}[\mathbf{sY(s)}] = \lim_{s\to 0} \frac{\mathbf{K}\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n \mathbf{s} + \omega_n^2} = \mathbf{K}$$

Teorema del valore finale

L'espressione analitica della risposta allo scalino, ottenibile per antitrasformazione, è la seguente:

$$\mathbf{y(t)} = \mathbf{K}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\mathbf{e}^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\mathbf{t} + \alpha\right]$$ dove $\zeta = \cos(\alpha)$.

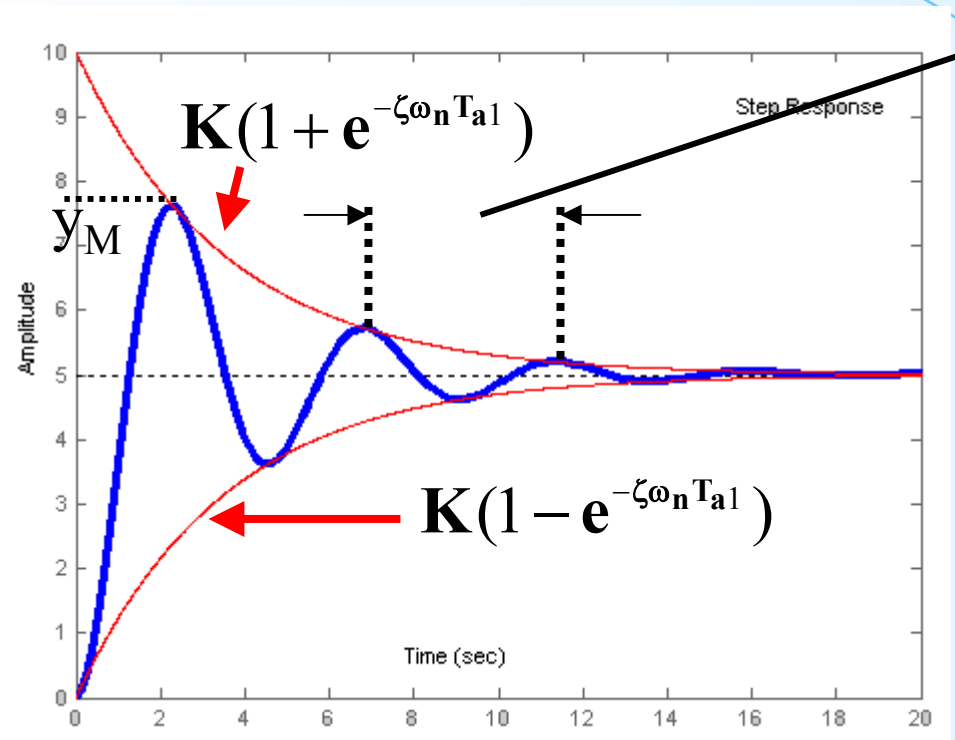
Per ζ=0, si ha: $\mathbf{y(t)} = \mathbf{K}[1 - \cos(\omega_n \mathbf{t})]$ ossia una cosinusoide di pulsazione ω_n:



Risposta allo scalino per ζ=0

Per $\zeta \neq 0$ la risposta ha l'andamento di una sinusoide inviluppata da due esponenziali (convergenti nel caso asintoticamente stabile, $\zeta>0$, divergenti nel caso instabile, $\zeta<0$).

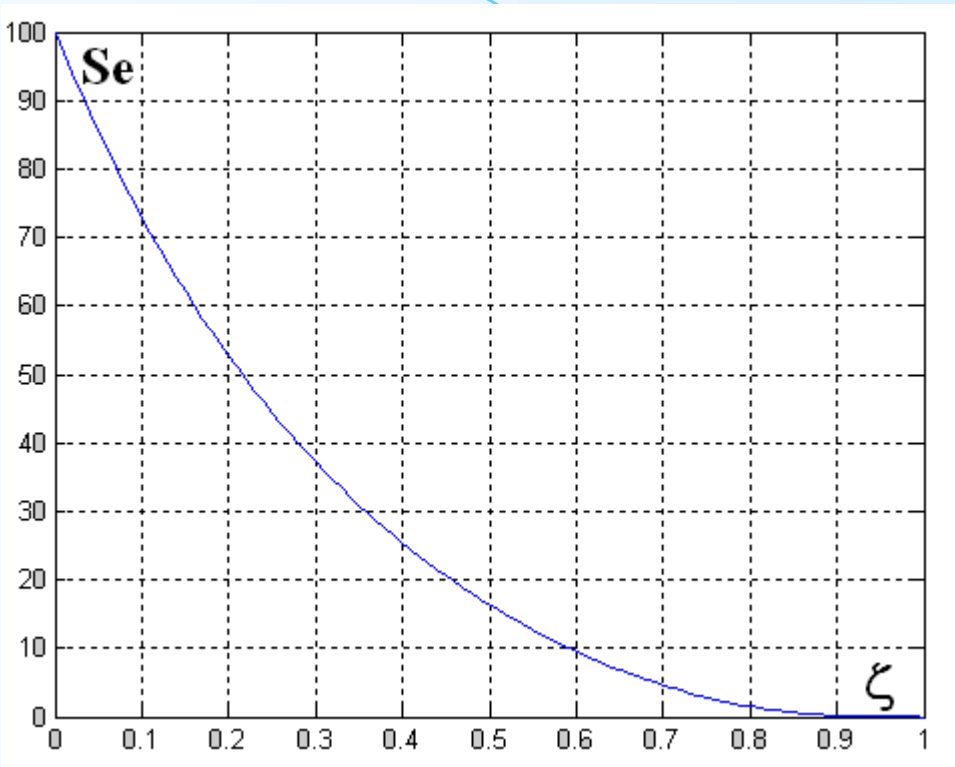
$$T=2\pi/\ \omega_d= 2\pi/\ (\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})$$



Risposta allo scalino per $\zeta>0$

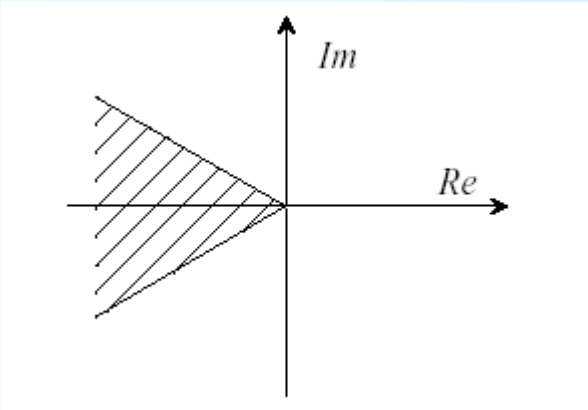
Si può dimostrare che, nel caso asintoticamente stabile, la *sovraelongazione percentuale massima*, ossia il rapporto percentuale tra l'escursione del primo picco della risposta rispetto al valore di regime ed il valore di regime stesso, dipende esclusivamente dal fattore di smorzamento ζ

$$\mathbf{Se} = 100\frac{\mathbf{y_M} - \mathbf{K}}{\mathbf{K}} = 100\mathbf{e}^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$



Sovraelongazione percentuale massima rispetto al fattore di smorzamento

Per fare in modo che la sovraelongazione percentuale massima sia inferiore ad un valore assegnato, occorrerà quindi che i poli del sistema appartengano ad un determinato settore del semipiano sinistro del piano complesso (come quello tratteggiato in figura):



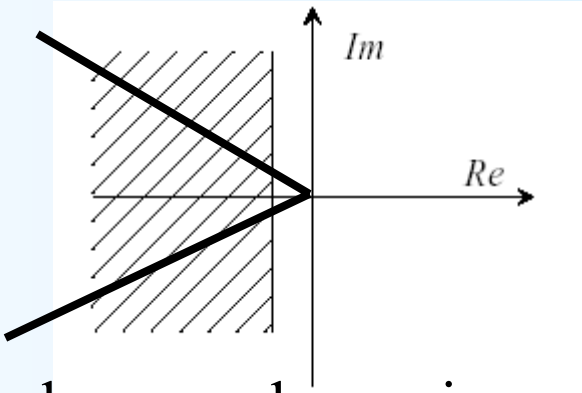
Il **tempo di assestamento** può invece essere determinato con buona approssimazione (per eccesso) facendo riferimento anziché alla risposta ad uno dei suoi inviluppi. Volendo quindi calcolare ad esempio il tempo di assestamento al 99% ($Ta1$) , si imporrà:

$$\mathbf{K}(1-\mathbf{e}^{-\zeta\omega_n T_{a1}}) = 0.99\mathbf{K} \Rightarrow \mathbf{e}^{-\zeta\omega_n T_{a1}} = 0.01 \Rightarrow \zeta\omega_n \mathbf{T}_{a1} = \ln 100$$

Da cui:

$$\mathbf{T}_{a1} = \frac{\ln 100}{\zeta\omega_n} \approx \frac{4.6}{\zeta\omega_n}$$

Il tempo di assestamento risulta quindi inversamente proporzionale al modulo della **parte reale dei poli**. Per limitare il tempo di assestamento occorrerà quindi che i poli del sistema siano caratterizzati da un prodotto $\zeta\omega_n$ sufficientemente grande, ossia che appartengano ad un semipiano incluso nel semipiano sinistro del piano complesso sufficientemente lontano dall'asse immaginario (come quello tratteggiato in figura):



Volendo contenere sia la sovraelongazione sia il tempo di assestamento, i poli della funzione di trasferimento dovranno trovarsi in una regione del piano complesso intersezione delle due regioni tratteggiate nelle precedenti figure.