

**PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA I**  
**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA**  
**A.A. 2011-2012**  
**PROF. U. DE MAIO**

**ELEMENTI DI TEORIA DEGLI INSIEMI:** Elementi di logica: proposizioni, connettivi e quantificatori. Cenni di teoria degli insiemi. Relazioni di equivalenza, relazioni d'ordine e relazioni funzionali. Funzioni e nozioni relative. Grafico di una funzione. Funzione composta e funzione inversa.

**INSIEMI NUMERICI:** Insieme dei numeri naturali. Principio di induzione. Insieme dei numeri interi relativi e insieme dei numeri razionali. Non completezza di  $\mathbb{Q}$ . Insiemi separati. Elementi di separazione. Insiemi contigui. Il campo ordinato dei numeri reali. Massimo e minimo. Maggioranti e minoranti. Estremo superiore ed estremo inferiore. Proprietà di completezza. Valore assoluto. Insiemi limitati. Intervalli. Intorni di un punto. Intorni destri e sinistri. Insiemi aperti e insiemi chiusi. Densità di  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{R}$ . Punti di accumulazione. Teorema di Bolzano-Weierstrass (sd). L'insieme ampliato dei numeri reali. Coefficienti binomiali e binomio di Newton.

**FUNZIONI REALI:** Funzioni limitate. Proprietà algebriche. Massimo e minimo di una funzione. Estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione. Funzioni monotone e strettamente monotone. Successioni monotone di numeri reali. Il numero di Nepero.

**FUNZIONI ELEMENTARI:** Funzione potenza  $n$ -sima e radice  $n$ -sima. Funzione potenza con esponente reale. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Funzioni trigonometriche e trigonometriche inverse. Funzioni iperboliche e loro inverse. Disequazioni.

**NUMERI COMPLESSI ED OPERAZIONI ALGEBRICHE:** Generalità. Operazioni con i numeri complessi. Coordinate polari. Forma algebrica, forma trigonometrica e forma esponenziale dei numeri complessi. Potenza e radici di un numero complesso.

**LIMITI DELLE FUNZIONI REALI:** Generalità. Teorema di unicità del limite, della permanenza del segno, di confronto. Limite destro e sinistro. Operazioni sui limiti. Limiti delle funzioni composte. Limiti delle funzioni monotone. Limiti delle funzioni elementari. Limiti di polinomi e funzioni razionali. Limiti notevoli. Confronto locale di funzioni. Simboli di Landau. Infiniti e infinitesimi. Parte principale di un infinito o di un infinitesimo. Principio di sostituzione degli infiniti e infinitesimi.

**LIMITI DI SUCCESSIONI:** Limiti di successioni e teoremi sui limiti di successioni. Successioni estratte. Massimo e minimo limite: Proprietà caratteristiche, caso delle successioni regolari. Teorema di Bolzano-Weierstrass (sd). Criterio di convergenza di Cauchy per le successioni.

**FUNZIONI CONTINUE:** Generalità. Caratterizzazione mediante successioni. Punti di discontinuità. Operazioni con le funzioni continue. Continuità delle funzioni composte. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Continuità delle funzioni monotone. Discontinuità delle funzioni monotone. Monotonia di funzioni continue iniettive. Continuità della funzione inversa. Funzioni uniformemente continue. Teorema di Cantor. Funzioni lipschitziane e loro uniforme continuità.

**FUNZIONI DERIVABILI:** Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica. Continuità delle funzioni derivabili. Differenziale di una funzione. Derivata destra e sinistra. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione. Derivazione della funzione composta. Derivazione della funzione inversa. Derivate di ordine superiore.

**APPLICAZIONI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE:** Teorema di Rolle. Teorema di Cauchy. Teorema di Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange. Discontinuità della derivata. Primo teorema dell'Hopital. Secondo teorema dell'Hopital(sd). Formula di Taylor con il resto di Peano e con il resto di Lagrange. Applicazione al calcolo dei limiti. Massimi e minimi relativi di una funzione. Condizioni necessarie e sufficienti per i punti di massimo e minimo relativo. Massimi e minimi assoluti di una funzione. Concavità, convessità e flessi. Condizioni necessarie e sufficienti per la concavità e la convessità di una funzione. Condizioni necessarie e sufficienti per i punti di flesso. Studio del grafico di una funzione.

**INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN:** Suddivisione di un intervallo. Definizione di funzione integrabile secondo Riemann: caratterizzazione. Interpretazione geometrica dell'integrale. Integrabilità delle funzioni monotone e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale: linearità (sd), monotonia (sd), additività (sd). Teorema della media. Integrale definito. Primitive: proprietà. Teorema di esistenza di primitive. Formula fondamentale del calcolo integrale. Integrali immediati o ad essi riconducibili. Regola di integrazione per parti e per sostituzione. Integrali di funzioni razionali fratte. Area di un dominio normale.

**INTEGRALI IMPROPRI:** Integrali impropri di funzioni non limitate in intervalli limitati e integrali impropri di funzioni su intervalli illimitati. Assoluta integrabilità. Criterio di confronto. Integrali impropri campione. Criterio sull'ordine di infinito o infinitesimo.

**SERIE NUMERICHE:** Generalità sulle serie numeriche. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. La serie geometrica. Operazioni con le serie. Criterio di Cauchy per la convergenza di una serie. Serie resto. Serie a termini di segno costante e loro carattere. Serie armonica. Criteri di confronto. Criterio del rapporto. Criterio della radice. Criterio dell'integrale. Serie assolutamente convergenti: proprietà. Serie alternanti. Criterio di Leibnitz. Serie armonica a segni alterni. Serie armonica generalizzata a segni alterni.

- Gli argomenti o i teoremi contrassegnati con (sd) sono senza dimostrazione.

TESTI CONSIGLIATI:

- R. FIORENZA, D. GRECO, *Lezioni di Analisi Matematica* volume primo Liguori Ed.
- E. GIUSTI, *Analisi Matematica 1*, Bollati Boringhieri Ed.
- P. MARCELLINI- C. SBORDONE, *Analisi Matematica Uno*, Liguori Ed.
- P. MARCELLINI- C. SBORDONE, *Esercitazioni di Matematica*, vol. I, (parte prima e seconda) Liguori Ed.
- A. ALVINO – L. CARBONE– G. TROMBETTI, *Esercitazioni di Matematica*, vol. I (parte prima e seconda), Liguori ed.
- C. TRAPANI, *Analisi Matematica. Funzioni di una variabile*, McGraw-Hill ed.