

I CICLI DELLE TURBINE A GAS

Con riferimento al ciclo termodinamico riportato in fig. 1, è possibile individuare i seguenti parametri che ne caratterizzano l'andamento:

- Il rapporto di compressione: $\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$
- Il rapporto di temperature: $\mathcal{G} = \frac{T_3}{T_1}$

Il ciclo ideale.

Come è noto, lo studio del ciclo ideale è basato sull'ipotesi di trasformazioni internamente reversibili di un gas ideale. Con tali presupposti, lo stato del gas in ogni punto caratteristico del ciclo è valutato con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\frac{p}{\rho} = RT = \frac{R_o}{(m)} T$$

in cui R la costante caratteristica del gas, $R_o = 8314.3 \text{ J/(kmole K)}$ è la costante universale dei gas e (m) la massa molecolare del gas evolvente. L'ipotesi di gas ideale implica inoltre la costanza dei calori specifici fondamentali al variare del suo stato, e valgono quindi le relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_{p=\text{cost}} = \frac{k}{k-1} R \\ c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_{v=\text{cost}} = \frac{1}{k-1} R \\ c_p - c_v = R \quad ; \quad \frac{c_p}{c_v} = k \end{array} \right.$$

Le trasformazioni del gas sono calcolate con l'equazioni di primo principio per sistemi aperti stazionari e le relazioni di Gibbs:

$$dh = \delta Q - \delta L = Tds + vdp = cpdT$$

e quindi, in base alla costanza dei calori specifici, la variazione integrale di entalpia tra i due estremi di una trasformazione è data:

$$\Delta h = Q - L = cp\Delta T$$

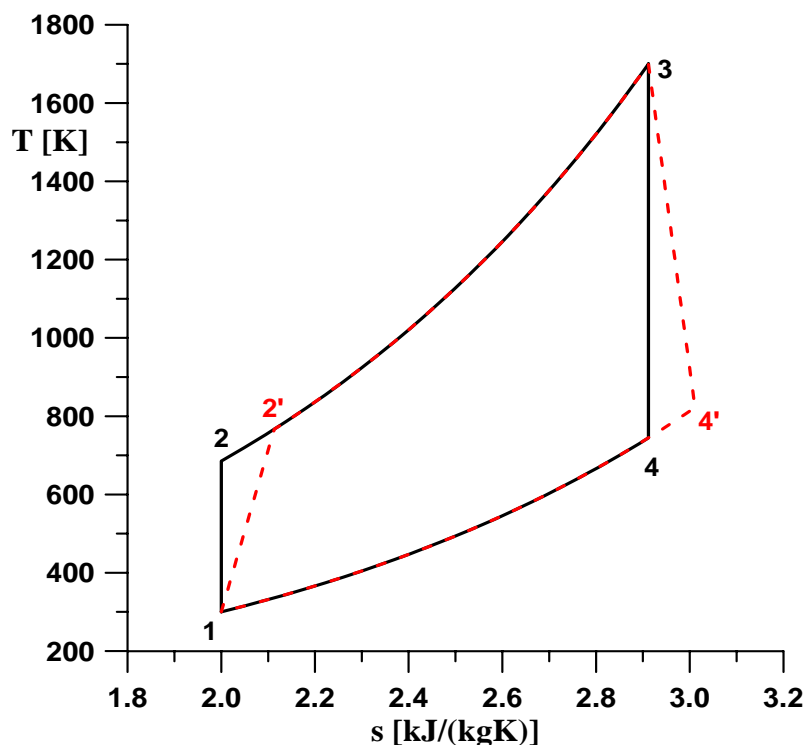
Va inoltre ricordato che:

- Nelle due ultime equazioni si sono adottate le classiche convenzioni della termodinamica per quanto riguarda i segni attribuiti alle quantità di energia trasferite al sistema nel modo “calore” o “lavoro”. Quindi, ad esempio, un aumento di entalpia è provocato da un’adduzione di calore ($Q > 0$) o da un trasferimento di energia meccanica al sistema ($L < 0$).
- L’ipotesi di trasformazioni internamente reversibili implica l’uguaglianza di secondo principio:

$$\delta Q = Tds$$

- Ne consegue che nelle equazione di primo principio le quantità di calore e lavoro sono valutate rispettivamente come:

$$\begin{cases} \delta Q = Tds & ; & Q = \int Tds \\ \delta L = vdp & ; & L = \int vdp \end{cases}$$



Il ciclo termodinamico ideale di Brayton (1-2-3-4-1 in fig. 1) è caratterizzato dalle seguenti trasformazioni:

- 1) Una compressione adiabatica reversibile (1-2)
- 2) Un'isobara reversibile di adduzione di calore (2-3)
- 3) Un'espansione adiabatica reversibile (3-4)
- 4) Un'isobara reversibile di sottrazione di calore (4-1)

In base alle precedenti relazioni è quindi immediato stimare le quantità di calore lungo le isobare e il lavoro scambiato nelle trasformazioni adiabatiche reversibili. Infatti:

Per le trasformazioni isobare:

$$dp = 0 \Rightarrow \delta L = 0 \quad ; \quad \delta Q = Tds = dh = c_p dT$$
$$Q = \int Tds = \Delta h = c_p \Delta T$$

Per le trasformazioni adiabatiche reversibili:

$$ds = 0 \Rightarrow \delta Q = 0 \quad ; \quad \delta L = vdp = dh = c_p dT$$
$$L = \int vdp = \Delta h = c_p \Delta T$$

Va infine ricordato che per le stesse adiabatiche reversibili valgono le equazioni:

$$\frac{dp}{dv} = -k \frac{p}{v} \quad ; \quad pv^k = \text{cost} \quad ; \quad \frac{T}{p^\lambda} = \text{cost} \quad \left(\lambda = \frac{k-1}{k} \right)$$

Le trasformazioni presenti nel ciclo ideale di Brayton e i relativi trasferimenti di energia sono quindi calcolabili nel modo seguente:

1) Compressione adiabatica reversibile (1-2)

- Temperatura finale della compressione: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2^\lambda}{p_1^\lambda} \Rightarrow T_2 = T_1 \beta^\lambda$

- Lavoro di compressione: $|L_c| = \left\{ \begin{array}{l} \int_1^2 v dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 (\beta^\lambda - 1) \\ h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \end{array} \right\} = c_p T_1 (\beta^\lambda - 1)$

(Si è riportato il valore assoluto del lavoro di compressione che – come è noto – è negativo. Nel seguito si ometterà il segno di valore assoluto ma questo lavoro verrà stimato come termine sottrattivo nei bilanci di energia meccanica)

2) Isobara reversibile di adduzione di calore (2-3)

- Calore fornito al ciclo: $Q_1 = h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2) = c_p T_1 (g - \beta^\lambda)$

3) Espansione adiabatica reversibile (3-4)

- Temperatura finale dell'espansione: $\frac{T_4}{T_3} = \frac{p_4^\lambda}{p_3^\lambda} \Rightarrow T_4 = \frac{T_3}{\beta^\lambda}$

- Lavoro di espansione: $L_t = \left\{ \begin{array}{l} \int_3^4 v dp = \frac{k}{k-1} p_3 v_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) \\ h_3 - h_4 = c_p (T_3 - T_4) \end{array} \right\} = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right)$

4) Isobara reversibile di sottrazione di calore (4-1)

Calore sottratto al ciclo: $|Q_2| = h_4 - h_1 = c_p (T_4 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{g}{\beta^\lambda} - 1 \right)$

(Anche in questo caso, si è riportato il valore assoluto del calore sottratto che – come è noto – è negativo. Nel seguito si ometterà il segno di valore assoluto ma questa quantità di calore verrà stimata come termine sottrattivo nei bilanci di energia termica)

BILANCI DI ENERGIA

E' immediato osservare come il ciclo sia caratterizzato da due fasi di apporto di energia al sistema (la fase di compressione e quella di adduzione di calore) e da due di restituzione di energia (quella di espansione e quella di sottrazione di calore). L'equazione di primo principio applicata al ciclo è esprimibile come:

$$\oint dh = \oint \delta Q - \oint \delta L = 0 \Rightarrow Q_1 - |Q_2| = L_t - |L_c|$$

E risulta confermata dalle relazioni prima riportate per il calcolo delle quantità di calore e lavoro.

Il lavoro utile del ciclo

La differenza tra il lavoro dell'espansione e quello della compressione rappresenta il lavoro utile del ciclo e risulta pari a:

$$L = L_t - |L_c| = c_p \left[T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) - T_1 (\beta^\lambda - 1) \right] = c_p T_1 \left[g \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) - (\beta^\lambda - 1) \right]$$

Sebbene l'espressione del lavoro utile sia stata ricavata in base alle ipotesi del ciclo ideale è già possibile procedere a una serie di considerazioni di interesse pratico:

- Ambedue le quantità di lavoro, di espansione e di compressione, crescono con il rapporto di compressione del ciclo, secondo leggi diverse, e aumentano con la temperatura iniziale (T3 o T1) delle rispettive trasformazioni. La loro differenza, pari al lavoro utile, è quindi influenzata dalla scelta del rapporto di compressione ma anche dal limite imposto alla massima temperatura del ciclo, T3.
- In particolare, per un assegnato rapporto di compressione e fissata la temperatura T1, il lavoro utile aumenterà con la temperatura T3 grazie all'aumento del lavoro di espansione.

- Non va però trascurata la dipendenza dalla temperatura T_1 . Per le turbine a gas a circuito aperto questa è, in pratica, la temperatura ambiente e risente quindi di oscillazioni giornaliere e stagionali oltre che delle condizioni atmosferiche della località di installazione della macchina. Le variazioni della T_1 influenzano direttamente il lavoro di compressione e, quindi, a parità degli altri parametri, il lavoro utile.

Proprio a causa della variabilità della temperatura ambiente o, più in generale, di quella della sorgente fredda, è usuale analizzare direttamente la forma dimensionale del lavoro utile:

$$\frac{L}{c_p T_1} = \left[g \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) - (\beta^\lambda - 1) \right]$$

Che risulta funzione solo del rapporto di temperature e di quello di compressione:

- Un primo punto di nullo del lavoro è associato evidentemente a un rapporto di compressione unitario, in quanto:

$$\beta = 1 \Rightarrow L_t = |L_c| = L = 0$$

Il ciclo degenera nel ramo di isobara alla pressione p_1 e compreso tra le temperature T_1 e T_3 , percorso in ambedue i versi.

- La funzione lavoro utile si annulla anche per un altro particolare valore del rapporto di compressione:

$$\beta = g^{\frac{1}{\lambda}} = \beta_{L=0} \Rightarrow L_t = |L_c| \quad ; \quad L = 0$$

In questo caso, infatti, la temperatura finale della compressione coincide con la massima temperatura del ciclo con la conseguente uguaglianza tra il lavoro di espansione e quello di compressione. Il ciclo degenera nel solo tratto di adiabatca reversibile tra le pressioni p_1 e p_2 , percorso in ambedue i versi.

- E' del resto facilmente verificabile che per un qualunque rapporto di compressione compreso nell'intervallo $(1, \beta_{L=0})$, il lavoro del ciclo assume valori positivi in quanto la configurazione del ciclo è quella generica riportata in figura 1, quindi con un lavoro di espansione maggiore di quello di compressione. Pertanto, in tale intervallo deve esistere

almeno un massimo del lavoro utile, per ogni valore assegnato del rapporto di temperature. L'analisi della funzione, peraltro alquanto elementare, conduce all'individuazione dell'unico punto di massimo, secondo la relazione:

$$\beta = g^{2\lambda} = \beta_{L_{max}} \Rightarrow L = L_{max} ; \frac{L_{max}}{c_p T_1} = \left(g^{\frac{1}{2}} - 1 \right)^2$$

In definitiva, le precedenti relazioni confermano il ruolo del rapporto g tra le temperature estreme sulle condizioni di massimo lavoro ma evidenziano anche l'importanza delle proprietà del gas: infatti, il rapporto di massimo lavoro è anche funzione dell'esponente λ prima introdotto e l'effettivo valore del massimo lavoro dipende dal calore specifico del gas evolvente.

Nel seguito si riporta un esempio valido per un ciclo ideale ad aria, i cui risultati possono rappresentare un primo riferimento per i cicli reali delle turbine a gas a combustione interna. I valori delle proprietà caratteristiche dell'aria sono:

- massa molecolare: $(m) = 29 \frac{kg}{kmole}$
- costante caratteristica: $R = \frac{R_o}{(m)} = 286.7 \frac{J}{kgK}$
- esponenti dell'adiabatica: $\frac{c_p}{c_v} = k = 1.4$; $\lambda = \frac{k-1}{k} = 0.2857$; $\frac{1}{\lambda} = 3.5$; $\frac{1}{2\lambda} = 1.75$
- calore specifico a pressione costante: $c_p = \frac{k}{k-1} R = 1003.5 \frac{J}{kgK} = 1.0035 \frac{kJ}{kgK}$

Nella tabella seguente sono riportati i rapporti di compressione di massimo lavoro e di lavoro nullo, assieme ai valori del massimo lavoro dimensionale ed effettivo, quest'ultimo riferito a una temperatura minima del ciclo pari a 300K.

\mathcal{G}	$\frac{1}{\mathcal{G}^{2\lambda}} = \beta_{L_{\max}}$	$\frac{1}{\mathcal{G}^{\lambda}} = \beta_{L=0}$	$\frac{L_{\max}}{c_p T_1}$	L_{\max} (per $T_1 = 300$ K) [kJ/kg]	$\frac{ L_c }{L_t}$ per $L = L_{\max}$
3	6.839	46.77	0.536	161.35	0.577
4	11.32	128.0	1.000	301.04	0.500
5	16.72	279.6	1.527	459.94	0.447
6	23.01	529.3	2.102	632.78	0.408
Tabella 1. ...					

I valori nella tabella evidenziano che:

- Mentre il rapporto di compressione di massimo lavoro assume valori realistici, simili a quelli effettivamente adottati per numerose turbine a gas della categoria “Heavy-Duty”, quelli di lavoro nullo sono notevolmente superiori: come si vedrà nel seguito, in tale condizione si raggiungerebbe un massimo teorico del rendimento ma, comunque, in una situazione di nessun interesse pratico (elevatissimi rapporti di compressione e lavoro nullo!)
- Anche per i più elevati valori del rapporto di temperature ($\mathcal{G} = 6$, corrispondente a una temperatura massima di 1800 K) i valori del massimo lavoro sono ben lontani da quelli ottenibili con un ciclo a vapore d’acqua, per il quale si raggiungono valori di 1200 – 1600 kJ/kg. Nel caso del ciclo a vapore a condensazione, l’elevato valore del lavoro utile è il risultato dell’elevato rapporto tra le pressioni estreme (si ricorda che nei cicli ottimizzati si passa da una pressione massima di 180 bar a una minima di circa 0.05 bar) e del volume specifico medio (nella condizione allo scarico della turbina il valore è di circa 20 m³/kg).
- Un’ulteriore importante considerazione, sempre in merito al confronto tra il ciclo a gas e quello a vapore, riguarda il rapporto tra il lavoro richiesto dalla fase di aumento di pressione del fluido evolvente e quello ottenuto dalla sua espansione. Si ricorda, infatti, che nei cicli a vapore il lavoro richiesto dalle pompe di estrazione e di alimento è una piccola aliquota del lavoro di espansione (usualmente tra il 2% e il 5%), grazie alla notevole differenza tra i volumi specifici della fase aeriforme e di quella liquida. Nel ciclo a gas in esame, i volumi specifici nella fase di espansione e di compressione sono dello stesso ordine di grandezza: ne consegue che il lavoro di compressione non è assolutamente trascurabile nel computo del lavoro utile del ciclo ma, al contrario, la sua incidenza è considerevole. Ad esempio, nelle condizioni di massimo lavoro è facile verificare che risulta:

$$\left(\frac{|L_c|}{L_t}\right)_{L=L_{\max}} = \frac{\beta^\lambda - 1}{g \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)} = \frac{g^{\frac{1}{2}} - 1}{g \left(1 - \frac{1}{g^{\frac{1}{2}}}\right)} = \frac{1}{g^{\frac{1}{2}}}$$

- La precedente tabella riporta anche il valore del rapporto tra il lavoro di compressione e quello di espansione, dimostrando quindi che il suo valore è mediamente di circa 0.5 nelle condizioni di massimo lavoro. Tale rapporto tende a incrementarsi per valori maggiori del rapporto di compressione fino a raggiungere il valore unitario provocando quindi, come già visto, l'annullamento del lavoro utile.

Per quanto riguarda, l'influenza delle proprietà del fluido, i valori caratteristici del rapporto di compressione dipendono, oltre che dal rapporto di temperature, dall'esponente dell'adiabatica del fluido evolvente. A titolo di esempio, nella tabella 2 si confrontano tali valori nel caso di gas monoatomici ($k=1.67$), biatomici ($k=1.4$) e triatomici ($k=1.67$). Si osservi come i primi consentirebbero di raggiungere le condizioni di massimo lavoro con valori ridotti del rapporto di compressione mentre gli ultimi comporterebbero l'adozione di rapporti di compressione notevolmente più elevati rispetto al caso di riferimento dei cicli ad aria (ipotizzata come miscela di soli gas biatomici).

Queste situazioni saranno di interesse nell'analisi dei cicli delle turbine a gas a circuito chiuso, che consentono una più ampia scelta del fluido evolvente. Va però ricordato che il dato di maggiore interesse pratico è l'effettivo valore del lavoro per unità di massa, ottenuto moltiplicando quello dimensionale per ($c_p T_1$). Ricordando l'espressione dei calori specifici, esiste quindi un'ulteriore dipendenza dalla massa e dall'aggregazione molecolare del gas evolvente, che verrà discussa nel seguito.

g	$g^{2\lambda} = \beta_{L_{\max}}$			$g^\lambda = \beta_{L=0}$		
	$K=1.67$	$k=1.4$	$k=1.28$	$k=1.67$	$k=1.4$	$k=1.28$
3	3.948	6.839	11.84	15.59	46.77	140.3
4	5.657	11.32	22.63	32.00	128.0	512.0
5	7.477	16.72	37.38	55.90	279.6	1397.
6	9.391	23.01	56.34	88.18	529.3	3174.

Tabella 2

Il rendimento del ciclo

Il calcolo diretto del rendimento del ciclo ideale è basato sulla sua definizione:

$$\eta_{id} = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

Impiegando le relazioni prima ricavate per le quantità di calore addotto e sottratto al ciclo si ottiene quindi:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{g - \beta^\lambda}{\frac{g}{\beta^\lambda} - 1} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda}$$

Il rendimento del ciclo ideale di Brayton risulta quindi funzione crescente del solo rapporto di compressione, secondo l'esponente λ associato al gas evolvente e non dipende dal rapporto tra le temperature estreme. Il motivo è da ricercarsi nell'ulteriore formulazione del rendimento in base alle temperature medie di adduzione e di sottrazione di calore. Si ricorda infatti che le quantità di calore sono esprimibili come:

$$Q_1 = \int_2^3 T ds = T_{m1}(s_3 - s_2) = c_p(T_3 - T_2)$$
$$|Q_2| = \int_1^4 T ds = T_{m2}(s_4 - s_1) = c_p(T_4 - T_1)$$

Il rendimento ideale può quindi essere rappresentato attraverso il rapporto delle temperature medie:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}}$$

Ed essendo, per le due trasformazioni isobare caratterizzate dalla stessa variazione di entropia (fig. 1):

$$(s_3 - s_2) = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = (s_4 - s_1) = c_p \ln \frac{T_4}{T_1}$$

Le due temperature medie valgono:

$$T_{m1} = \frac{(T_3 - T_2)}{\ln \frac{T_3}{T_2}} \quad ; \quad T_{m2} = \frac{(T_4 - T_1)}{\ln \frac{T_4}{T_1}}$$

Per cui, dalla precedente uguaglianza si ottiene:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{\mathcal{G}^{\beta^\lambda} - 1}{\mathcal{G} - \beta^\lambda} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda}$$

Si riottene quindi la stessa espressione finale del rendimento ideale ma viene messo in evidenza come il rapporto delle temperature medie di adduzione e sottrazione di calore sia pari a:

$$\frac{T_{m1}}{T_{m2}} = \beta^\lambda = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

Quindi, un aumento della temperatura massima del ciclo T_3 a pari rapporto di compressione non produce alcuno effetto utile sul rendimento in quanto proporzionalmente aumenta anche la temperatura di fine espansione T_4 : pertanto, l'aumento della temperatura media di adduzione di calore è accompagnato da un aumento di quella di sottrazione di calore tale da lasciare inalterato il rapporto tra queste due temperature caratteristiche.

L'aumento della temperatura T_3 (o, più correttamente, del rapporto di temperature \mathcal{G}) produce, come visto in precedenza, un aumento del lavoro utile del ciclo e consente l'estensione dei limiti di applicabilità della formula del rendimento ideale. Si noti infatti che quest'ultimo tenderebbe asintoticamente al valore unitario al crescere del rapporto di compressione, per ogni assegnato valore di \mathcal{G} , esiste un limite rappresentato dalla condizione di lavoro nullo:

$$\beta = \mathcal{G}^{\frac{1}{\lambda}} = \beta_{L=0} \Rightarrow L_t = |L_c| \quad ; \quad L = 0$$

Come già visto in precedenza, in tale situazione il ciclo degenera nei soli tratti di adiabatica reversibile relativi alla compressione e all'espansione, in quanto la sola compressione produce l'aumento della temperatura del gas evolvente fino alla massima temperatura del ciclo:

$$\beta = g^{\frac{1}{\lambda}} = \beta_{L=0} \Rightarrow \begin{cases} T_2 = T_1 \beta^{\lambda} = T_1 g = T_3 & ; \quad Q_1 = 0 \\ T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\lambda}} = \frac{T_3}{g} = T_1 & ; \quad |Q_2| = 0 \end{cases}$$

Ne consegue che il valore rendimento del ciclo, pur assumendo il massimo valore compatibile con quello del rapporto g (fig. 2), è il risultato di una forma indeterminata:

$$\eta_{id} = \frac{L}{Q_1} = \frac{0}{0} = 1 - \frac{1}{g} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Si tratta quindi dell'unica situazione in cui il rendimento del ciclo ideale di Brayton coincide con quello di Carnot tra le temperature estreme T_1 e T_3 , raggiunta però in condizioni di lavoro utile e quindi di nessun interesse pratico.

A conclusione di questa analisi del ciclo ideale un esempio numerico è utile per evidenziare i livelli delle temperature caratteristiche e delle prestazioni del ciclo. Ci si riferisce a un caso di ciclo ad aria, nelle condizioni di massimo lavoro:

g	$\frac{1}{g^{2\lambda}} = \beta_{L_{\max}}$	$\frac{L_{\max}}{c_p T_1}$	L_{\max} (per $T_1 = 300$ K) [kJ/kg]	$\frac{ L_c }{L_t}$ per $L = L_{\max}$
5	16.72	1.527	459.94	0.447

In tali condizioni si ottiene:

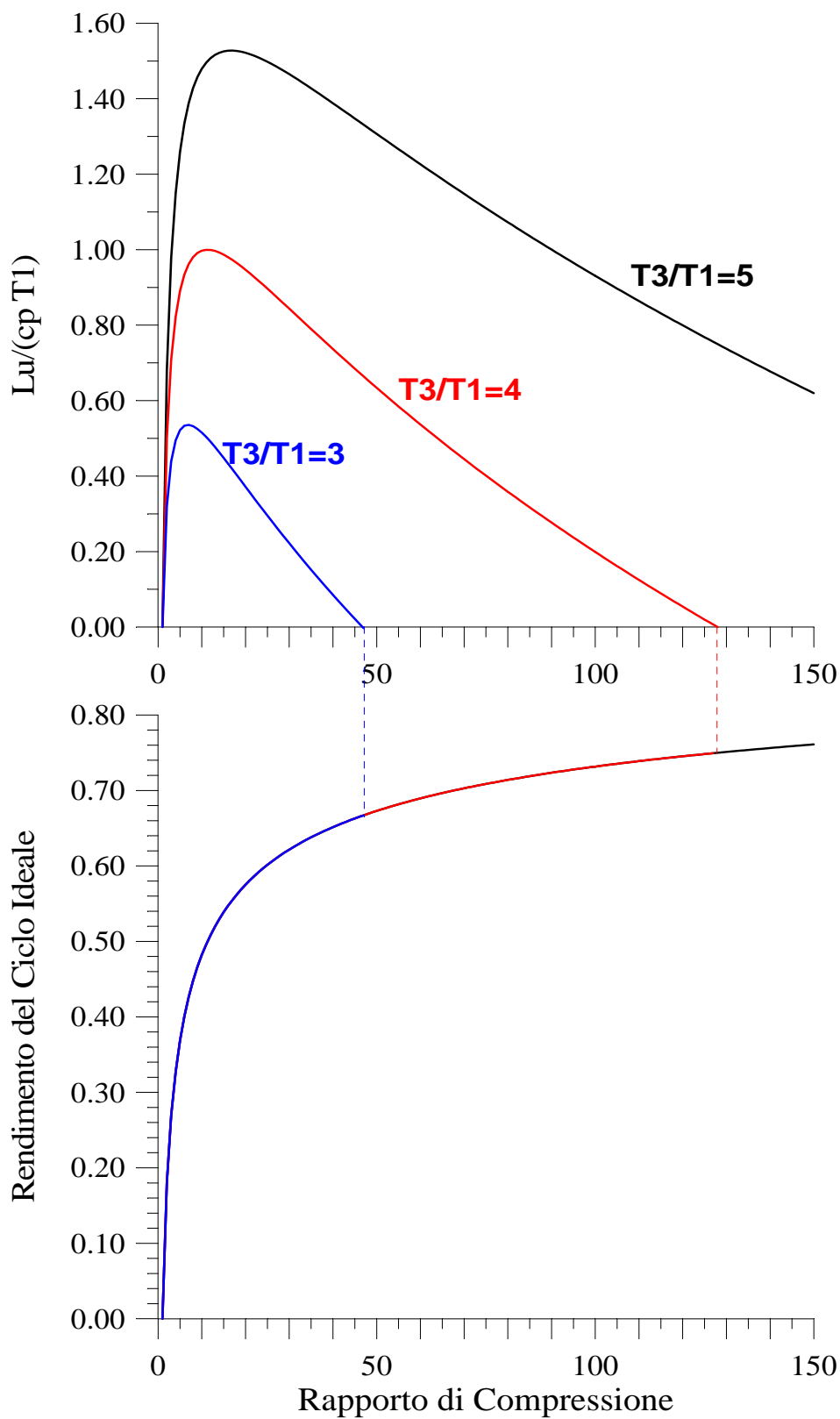
TEMPERATURE	LAVORO	CALORE	
$T_1 = 300.00$ K	$L_c = 372.10$ kJ/kg	$Q_1 = 832.04$ kJ/kg	LAVORO UTILE : 459.94 kJ/kg
$T_2 = 670.82$ K			
$T_3 = 1500.0$ K	$L_t = 832.04$ kJ/kg	$Q_2 = 372.10$ kJ/kg	RENDIMENTO: 0.553
$T_4 = 670.82$ K			
$T_{m1} = 1030.4$; $T_{m2} = 460.84$			

In questo particolare caso, il calcolo del rendimento sarebbe stato immediato in base alla relazione:

$$\beta = g^{2\lambda} = \beta_{L_{max}} \Rightarrow \eta_{id} = 1 - \frac{1}{g^2} = 0.553 < \eta_{Carnot} = 1 - \frac{1}{g} = 0.800$$

CICLI IDEALI

Rendimento e Lavoro del ciclo semplice al variare di $\varrho = \frac{T_3}{T_1}$



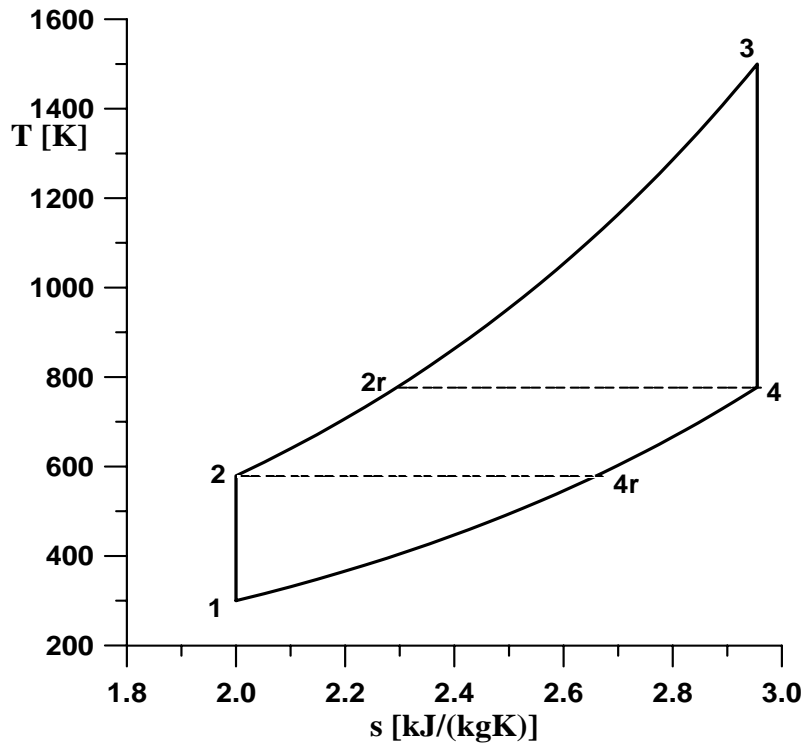
Volendo, anche in questo caso, confrontare i risultati del ciclo con quelli relativi a un ciclo limite a vapore d'acqua si osserva che il rendimento raggiunto è simile a quello ottenibili dal ciclo a vapore, nonostante le temperature massimo del ciclo decisamente più basse (si ricorda che le temperature massime del vapore surriscaldato sono usualmente di circa 800 K).

La ragione principale di tale situazione è l'elevata temperatura finale dell'espansione nel ciclo a gas, con una conseguente temperatura media di sottrazione di calore (circa 460 K nel caso esaminato) ben superiore a quella di un ciclo a vapore a condensazione (circa 300 K). L'elevata temperatura media di sottrazione di calore annulla, in pratica, i vantaggi delle notevoli temperature medie della fase di adduzione di calore e ciò suggerisce la necessità di aumentare l'efficienza energetica degli impianti basati sulla turbina a gas attraverso varie soluzioni:

- Adozione di cicli a gas complessi (rigenerativi, con compressioni ed espansioni multiple, etc.)
- Impiego di cicli combinati o di cicli misti gas-vapore
- Recupero del calore allo scarico in impianti cogenerativi.

Il ciclo ideale rigenerativo.

L'analisi del ciclo ideale ha mostrato come le temperature medie, di adduzione e di sottrazione di calore, dipendano dalle temperature dei punti caratteristici del ciclo e siano quindi variabili con il rapporto di compressione, raggiungendo il rapporto teoricamente più favorevole nelle condizioni di lavoro nullo. Ciò in quanto, fissate le temperature estreme T_1 e T_3 , la temperatura di fine compressione, T_2 , risulta crescente e quella di fine espansione, T_4 , è decrescente con il rapporto di compressione.



La rigenerazione applicata al ciclo ideale di Brayton può essere intesa come un tentativo per migliorare il rapporto tra le temperature medie, e quindi il rendimento del ciclo, senza ricorrere a rapporti di compressione eccessivamente elevati. L'idea della rigenerazione è basata sull'eventuale possibilità di un "recupero interno" di una parte del calore Q_2 , nel caso in cui la temperatura T_4 risulti maggiore della T_2 . Come più volte visto, nella situazione di massimo lavoro si ha:

$$\beta = g^{2\lambda} = \beta_{L_{\max}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_2 = T_1 g^{\frac{1}{\lambda}} \\ T_4 = \frac{T_3}{g^{\frac{1}{\lambda}}} \end{array} \right\} \Rightarrow T_2 = T_4$$

E quindi la condizione ($T_4 > T_2$) implica che il rapporto di compressione sia inferiore a quello di massimo lavoro. Una volta verificata tale condizione si ammetta, in accordo alle ipotesi del ciclo ideale, che:

- Lo scambiatore rigenerativo non provochi perdite di carico né sul percorso del gas in uscita dalla turbina, né su quello dei gas in uscita dal compressore
- Sia interamente recuperabile la quantità di calore disponibile tra le temperature T_4 e T_2 .

In altri termini, si immagina che anche lo scambiatore rigenerativo abbia un comportamento ideale, esente da processi irreversibili, al pari degli altri componenti dell'impianto. In tali ipotesi, è possibile trasferire dai gas di scarico dalla turbina a quelli in uscita dal compressore una quantità di calore:

$$|Q_{2r}| = c_p(T_4 - T_{4r}) = Q_{1r} = c_p(T_{2r} - T_2) = c_p(T_4 - T_2)$$

Nel recupero termico ideale, si è quindi ipotizzato che il gas freddo all'uscita dallo scambiatore assuma la stessa temperatura di quello caldo in ingresso e, analogamente, il gas caldo ceda calore fino al raggiungimento della temperatura iniziale del gas freddo:

$$T_{2r} = T_4 \quad ; \quad T_{4r} = T_2$$

La fase di adduzione di calore richiede quindi solo la quantità di calore necessaria al riscaldamento del fluido motore dalla temperatura T_{2r} alla temperatura T_3 ; quella di sottrazione di calore comporta solo il raffreddamento del gas evolvente dalla T_{4r} alla T_1 . Le relative quantità di calore sono quindi:

$$\begin{cases} (Q_1)_{rig} = c_p(T_3 - T_{2r}) = Q_1 - Q_{1r} = c_p(T_3 - T_4) \\ |(Q_2)_{rig}| = c_p(T_{4r} - T_1) = |Q_2| - |Q_{2r}| = c_p(T_2 - T_1) \end{cases}$$

E il rendimento del ciclo vale:

$$(\eta_{id})_{rig} = \frac{L}{(Q_1)_{rig}} = \frac{L}{Q_1 - Q_{1r}} = 1 - \frac{|(Q_2)_{rig}|}{(Q_1)_{rig}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{\beta^\lambda - 1}{g - \frac{g}{\beta^\lambda}}$$

E' evidente quindi che il rendimento del ciclo rigenerativo risulta maggiore di quello del ciclo semplice in ogni situazione in cui sia possibile un recupero interno dell'aliquota di calore Q_{1r} , vale a dire nei casi in cui sia rispettata la condizione ($T_4 > T_2$). Infatti è necessaria una minore quantità di lavoro per raggiungere la temperatura T_3 a parità di lavoro utile: a differenza dei cicli rigenerativi

a vapore d'acqua non è necessario alcuno spillamento di fluido evolvente in turbina per realizzare la rigenerazione.

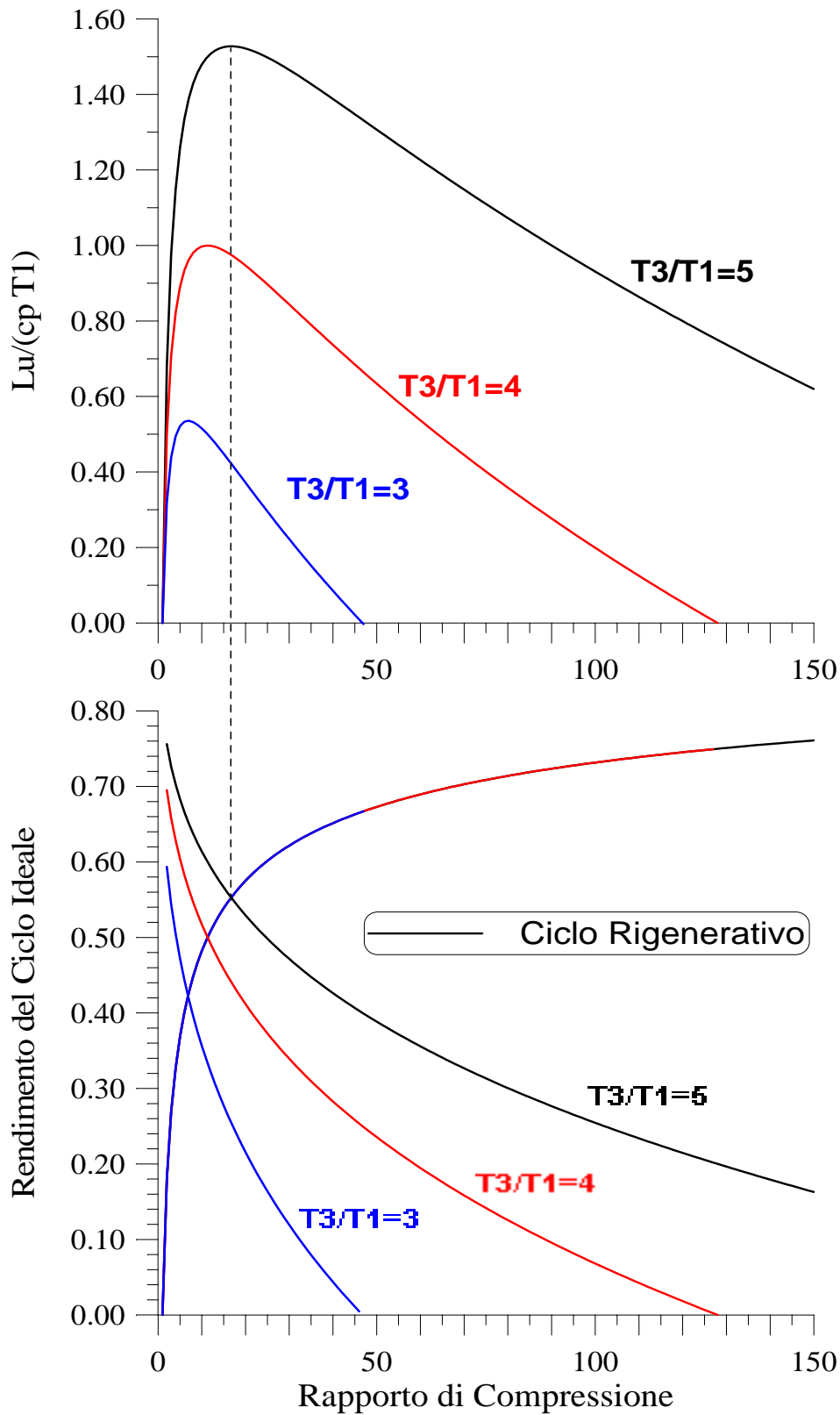
Dal punto di vista analitico, dall'ultima espressione del rendimento si ottiene:

$$(\eta_{id})_{rig} = 1 - \frac{\beta^\lambda}{g} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \frac{\beta^{2\lambda}}{g} \geq \eta_{id} \quad \forall \beta \in \left[1, g^{\frac{1}{2\lambda}} \right]$$

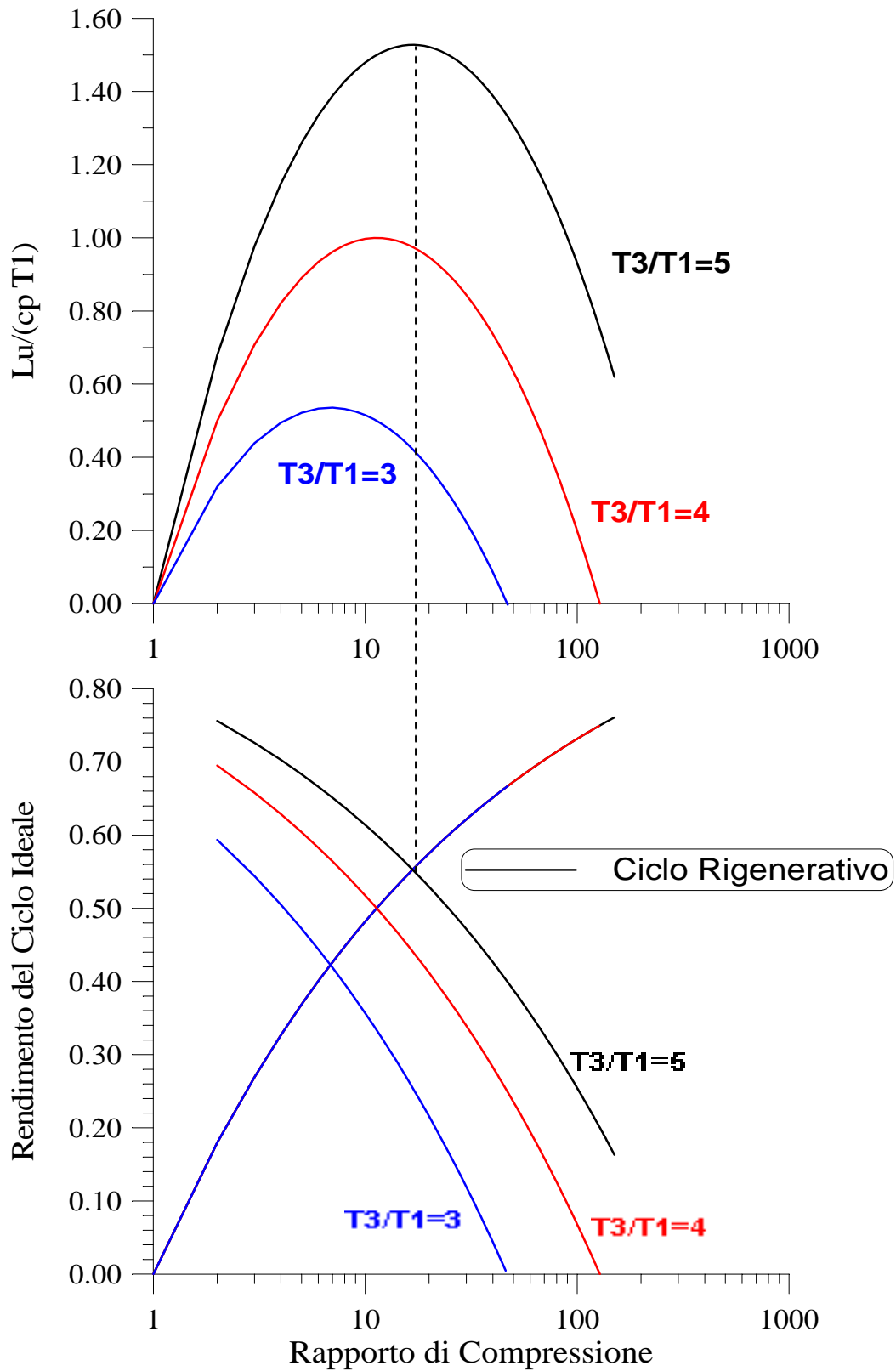
Che conferma come il miglioramento del rendimento attraverso la rigenerazione sia possibile nel campo di rapporti di compressione che vanno dal valore unitario fino a quello di massimo lavoro utile. Si ottiene così il risultato (evidenziato nelle fig. e) di ottenere per bassi rapporti di compressione valori di rendimento altrimenti raggiungibili solo con elevati valori di β nel caso di ciclo semplice. Va inoltre ricordato che:

- Il rendimento del ciclo rigenerativo aumenta con il rapporto di temperature g ;
- La rappresentazione in scala logaritmica (fig...) mette meglio in evidenza come le curve del rendimento del ciclo rigenerativo siano speculari di quella del ciclo semplice. In particolare, il rendimento massimo, pari a quello di Carnot tra le temperature estreme, è ora raggiunto in corrispondenza del rapporto di compressione unitario;
- Sebbene la rigenerazione nel ciclo ideale lasci inalterati i lavori di compressione e di espansione, è comunque necessario rinunciare alla condizione di massimo lavoro utile per ottenere un efficace risultato dal ciclo rigenerativo.

Rendimento e Lavoro del ciclo rigenerativo al variare di $\vartheta = \frac{T_3}{T_1}$



Rendimento e Lavoro del ciclo rigenerativo al variare di $\vartheta = \frac{T_3}{T_1}$



Il ciclo con trasformazioni irreversibili

In questo paragrafo si analizzano i cicli delle turbine a gas considerando, innanzitutto, i principali effetti delle irreversibilità che intervengono nelle trasformazioni di compressione e di espansione. Il ciclo termodinamico che ne risulta sarà denominato impropriamente “ciclo reale” ma viene, al momento, calcolato sotto le seguenti ipotesi semplificative:

- Si continua a considerare un gas ideale in assenza di reazioni chimiche
- Le trasformazioni associate alle fasi di adduzione e sottrazione di calore sono ancora delle isobare reversibili.

Il motivo di queste assunzioni è la possibilità di pervenire a una stima sufficientemente realistica delle prestazioni effettivamente raggiungibili dai cicli delle turbine a gas, senza rinunciare a semplici relazioni analitiche.

Con le ipotesi prima riportate, il ciclo assume l'andamento in fig. 1 e, rispetto al ciclo ideale prima analizzato è caratterizzato dalle trasformazioni:

- 1) Una compressione adiabatica irreversibile (1-2')
- 2) Un'isobara reversibile di adduzione di calore (2'-3)
- 3) Un'espansione adiabatica irreversibile (3-4')
- 4) Un'isobara reversibile di sottrazione di calore (4'-1)

A parità di rapporti di compressione e di temperature, β e \mathcal{G} , le isobare di adduzione e sottrazione di calore e il punto (3) di massima pressione e temperatura coincidono con quelli del ciclo ideale prima analizzato. La principale differenza consiste, come detto, negli aumenti di entropia associati alle adiabatiche irreversibili di compressione e di espansione il cui risultato più evidente è nelle differenti variazioni di entropia nelle fasi di adduzione e sottrazione di calore:

$$(s_3 - s_{2'}) < (s_{4'} - s_1)$$

Del resto, le produzioni nella compressione e nell'espansione sono direttamente correlabili ai rispettivi rendimenti politropici, η_{pc} e η_{pt} . Si ricorda, infatti, che tali rendimenti interni sono infatti associati alle perdite interne alle macchine e alla loro degradazione in energia di seconda specie.

Il calcolo delle singole trasformazioni conduce a:

1) Compressione adiabatica irreversibile (1-2')

- Temperatura finale della compressione: $\frac{T_{2'}}{T_1} = \beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} \Rightarrow T_{2'} = T_1 \beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} > T_2$
- Lavoro di compressione: $|L'_c| = h_{2'} - h_1 = c_p(T_{2'} - T_1) = c_p T_1 \left(\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} - 1 \right) > |L_c|$

2) Isobara reversibile di adduzione di calore (2'-3)

- Calore fornito al ciclo: $Q'_1 = h_3 - h_{2'} = c_p(T_3 - T_{2'}) = c_p T_1 \left(\vartheta - \beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} \right) < Q_1$

3) Espansione adiabatica irreversibile (3-4')

- Temperatura finale dell'espansione: $\frac{T_{4'}}{T_3} = \frac{1}{\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pt}}}} \Rightarrow T_{4'} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pt}}}} > T_4$
- Lavoro di espansione: $L'_t = h_3 - h_{4'} = c_p(T_3 - T_{4'}) = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pt}}}} \right) < L_t$

4) Isobara reversibile di sottrazione di calore (4'-1)

Calore sottratto al ciclo: $|Q'_2| = h_{4'} - h_1 = c_p(T_{4'} - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{\vartheta}{\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pt}}}} - 1 \right) > |Q_2|$

Nelle precedenti relazioni è stato sempre evidenziato il confronto con i risultati del ciclo ideale a parità di rapporto di compressione e di temperature, ed è quindi immediato pervenire alle seguenti considerazioni:

- Il lavoro utile del ciclo reale (approssimato secondo le ipotesi descritte) è minore di quello del ciclo ideale:

$$\left\{ \begin{array}{l} |L'_c| > |L_c| \\ L'_t < L_t \end{array} \right\} \Rightarrow L_r = L'_t - |L'_c| < L = L_t - |L_c|$$

- Dal confronto tra le quantità di calore, risulta che il rendimento del ciclo reale è inferiore a quello del ciclo ideale:

$$\left\{ \begin{array}{l} |Q'_2| > |Q_2| \\ Q'_1 < Q_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \eta_r = 1 - \frac{|Q'_2|}{Q'_1} < \eta_{id} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

Come nel caso del ciclo ideale, è usuale analizzare l'andamento del lavoro e del rendimento del ciclo in funzione dei principali parametri, i rapporti di compressione e di temperature, β e \mathcal{G} , ricordando che in questo i risultati sono influenzati dai valori dei rendimenti politropici di compressione e di espansione. Risulta quindi:

$$\text{Lavoro del ciclo "reale": } L_r = L'_t - |L'_c| = c_p T_1 \left[\mathcal{G} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\lambda \eta_{pt}}} \right) - \left(\beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} - 1 \right) \right]$$

$$\text{Rendimento del ciclo "reale": } \eta_r = 1 - \frac{|Q'_2|}{Q'_1} = 1 - \frac{\frac{\mathcal{G}}{\beta^{\lambda \eta_{pt}}} - 1}{\mathcal{G} - \beta^{\eta_{pc}}}$$

E' immediato osservare che l'espressione del lavoro reale risulta formalmente analoga a quella ricavata per il ciclo ideale mentre quella del rendimento è considerevolmente diversa. E' quindi da attendersi per il lavoro un andamento qualitativamente simile a quello visto nel caso del ciclo ideale, mentre per il rendimento sono possibili sostanziali variazioni del suo andamento rispetto al caso ideale.

- 1) **Il lavoro del ciclo reale.** In base alle considerazioni prima fatte, sono possibili le seguenti osservazioni:
- Fissato il rapporto di temperature, per ogni rapporto di compressione il ciclo reale realizza un lavoro inferiore a quello del ciclo ideale. L'entità della differenza dipende dai valori dei rendimenti politropici di compressione ed espansione;
 - Risultando aumentato il lavoro di compressione e diminuito quello di espansione, il loro rapporto è più alto di quello valutato nel ciclo ideale. In altri termini, una percentuale ancora più alta del lavoro della turbina è necessaria alla compressione del fluido motore;
 - Per quanto riguarda le condizioni di massimo lavoro utile, queste sono individuate dall'esame dell'espressione analitica sopra riportata, che conduce alla determinazione del rapporto di compressione di massimo lavoro:

$$\frac{\partial L_r}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \beta_{L_{r,max}} = (\eta_{pc} \eta_{pt} g)^\lambda \frac{\eta_{pc}}{(\eta_{pc} \eta_{pt} + 1)}$$

Che, nel caso di rendimenti politropici unitari, riconduce alla relazione prima trovata per il ciclo ideale:

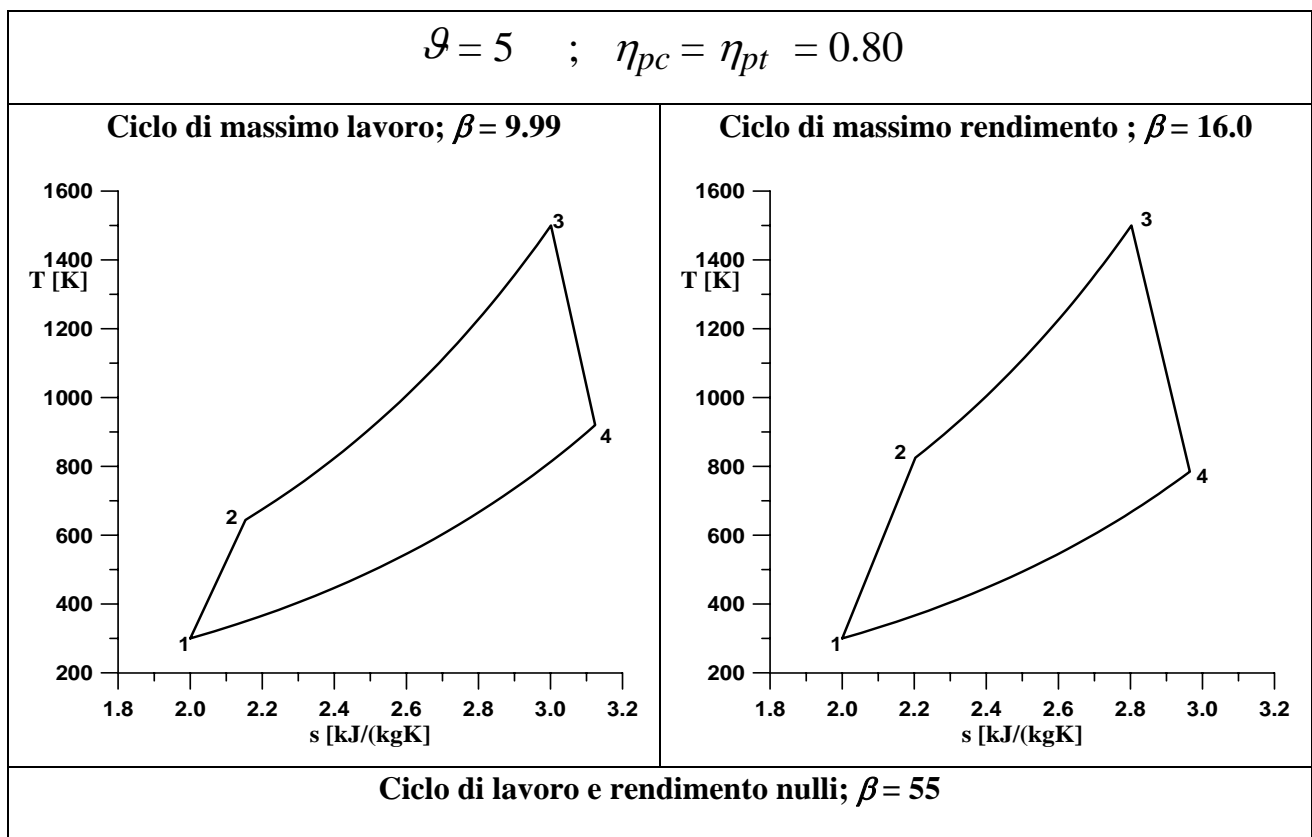
$$\beta_{L_{r,max}} = g^{2\lambda}$$

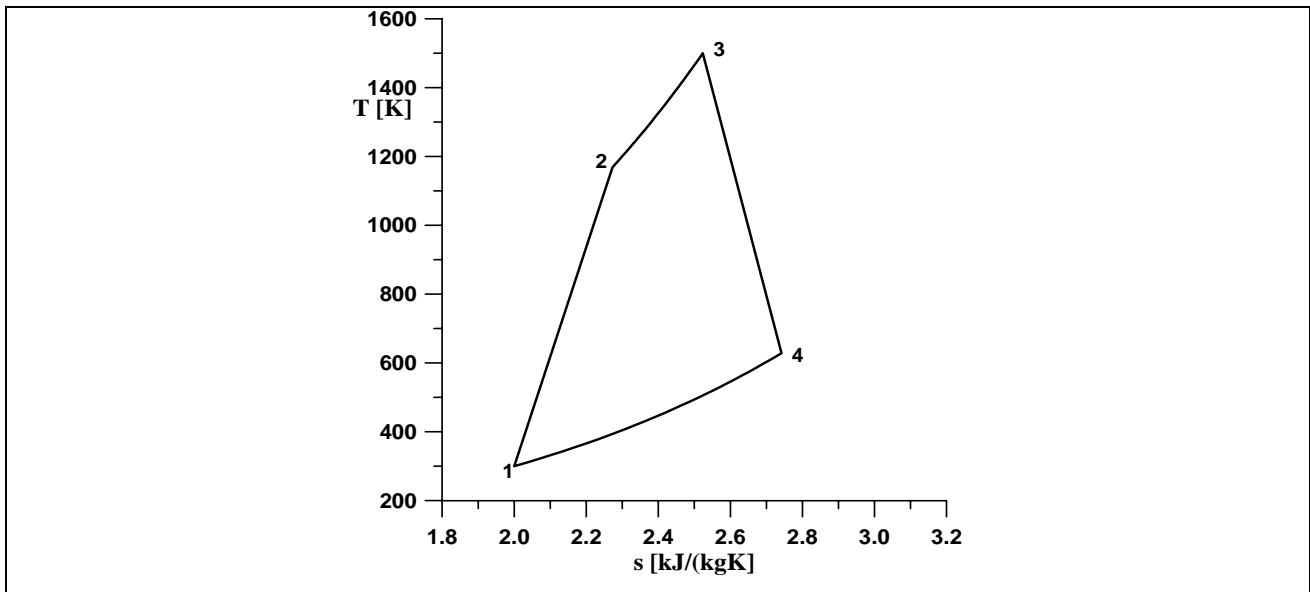
Nella tabella sono riportati i valori dei rapporti di compressione ottimale al variare del rapporto di temperatura e per vari livelli di rendimento politropico.

g	$\beta_{L_{max}}$			
	$\eta_{pc} = \eta_{pt} = 1$	$\eta_{pc} = \eta_{pt} = 0.88$	$\eta_{pc} = \eta_{pt} = 0.80$	$\eta_{pc} = \eta_{pt} = 0.75$
3	6.839	5.213	4.176	3.561
4	11.32	8.591	6.825	5.776
5	16.72	12.65	9.990	8.402
6	23.01	17.36	13.64	11.41

2) **Il rendimento del ciclo reale.** Le relazioni analitiche già ricavate e le precedenti considerazioni portano alle seguenti conclusioni:

- Come già visto, il rendimento del ciclo reale risulta, a parità di β e \mathcal{G} , inferiore a quello del ciclo ideale in quanto va restituita una maggiore quantità di calore associata alle irreversibilità nelle fasi di scambio di lavoro.
- La condizione di lavoro nullo, viene raggiunta sia per $\beta=1$, sia in una situazione di uguaglianza dei lavori di compressione e di espansione in cui però, a differenza del caso ideale, è necessaria una quantità di calore da fornire al ciclo per raggiungere la temperatura T_3 : ne consegue che il rendimento del ciclo reale si annulla per due valori del rapporto di compressione e – tra questi due valori - presenta un punto di massimo. Nella successiva figura sono rappresentati i cicli di massimo lavoro, massimo rendimento e di lavoro e rendimento nulli.





Nelle successive figure, i diagrammi del lavoro specifico del ciclo e del rendimento confermano le precedenti considerazioni, mostrando come ambedue crescano sia con il rapporto di temperature, sia con i rendimenti politropici delle trasformazioni di compressione e di espansione. Valgono, in particolare, le seguenti osservazioni:

- La condizione di massimo del rendimento implica un rapporto di compressione più alto di quello di massimo lavoro, ponendo quindi un'alternativa tra le due scelte.
- Va però notato che, stante l'andamento delle due curve – più ripida quella del lavoro, più piatta quella del rendimento – la scelta della condizione di massimo lavoro consente comunque un buon livello di rendimento; al contrario, la scelta del rapporto di compressione di massimo lavoro provoca una non trascurabile caduta del livello di lavoro utile
- Il confronto tra i cicli di massimo lavoro e massimo rendimento (si veda la precedente figura) evidenzia inoltre che in quest'ultimo caso la temperatura finale dell'espansione, T_4 , risulta inferiore e quindi, in genere, meno favorevole a un'applicazione in ciclo combinato gas-vapore.
- Da punto di vista pratico, le turbine a gas heavy-duty operano usualmente con rapporti di compressione vicini a quelli di massimo lavoro, ottenendosi così alti livelli di potenza contenendo le portate massicce di gas.
- Le turbine di derivazione aeronautica sono invece caratterizzate da più elevati rapporti di compressione, necessari anche a ottenere più elevate temperature dell'aria in ingresso alla camera di combustione e raggiungono quindi, a parità degli altri parametri, rendimenti più elevati; come detto, il loro utilizzo in ciclo combinato non è però efficace come quello delle

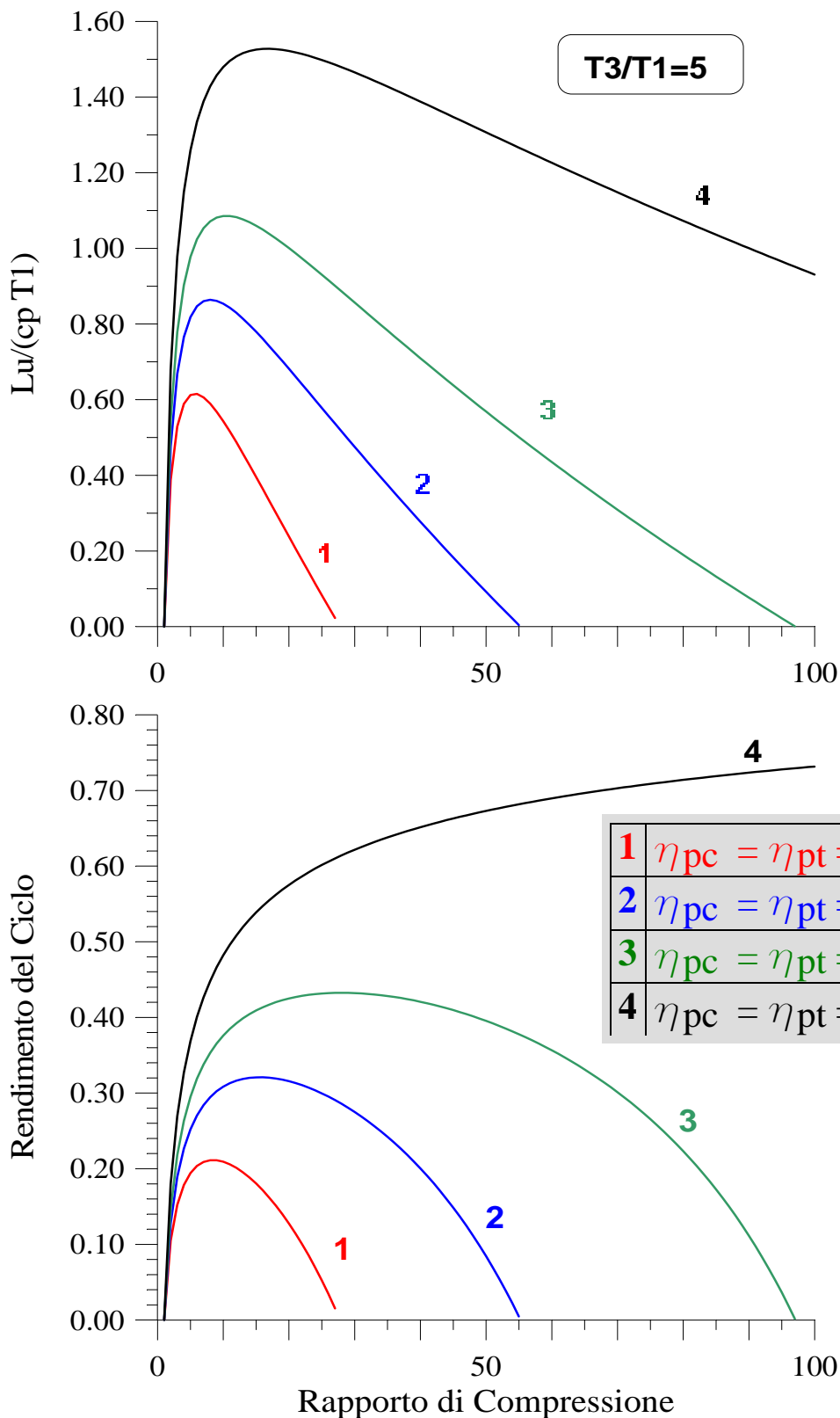
turbine heavy-duty, pur non mancando esempi di turbine di derivazione aeronautica in impianti combinati.

Infine, i diagrammi riassuntivi (lavoro-rendimento) danno una visione immediata delle potenzialità dei cicli delle turbine a gas legate all'evoluzione tecnologica, sia in termini di aumento delle massime temperature, sia per quanto riguarda il miglioramento dell'efficienza del compressore e della turbina. Le curve chiuse nelle due figure sono ottenute dai diagrammi di lavoro e rendimento in funzione del rapporto di compressione: quindi ogni punto di tali curve presenta direttamente le prestazioni del ciclo con riferimento a un differente rapporto di compressione. Con l'utilizzo di tali curve è ancora più immediato stimare il risultato delle due possibili scelte citate prima: infatti, il punto a tangente orizzontale è quello di massimo rendimento mentre quello a tangente verticale corrisponde alla condizione di massimo lavoro.

Cicli Reali

Rendimento e Lavoro del ciclo semplice

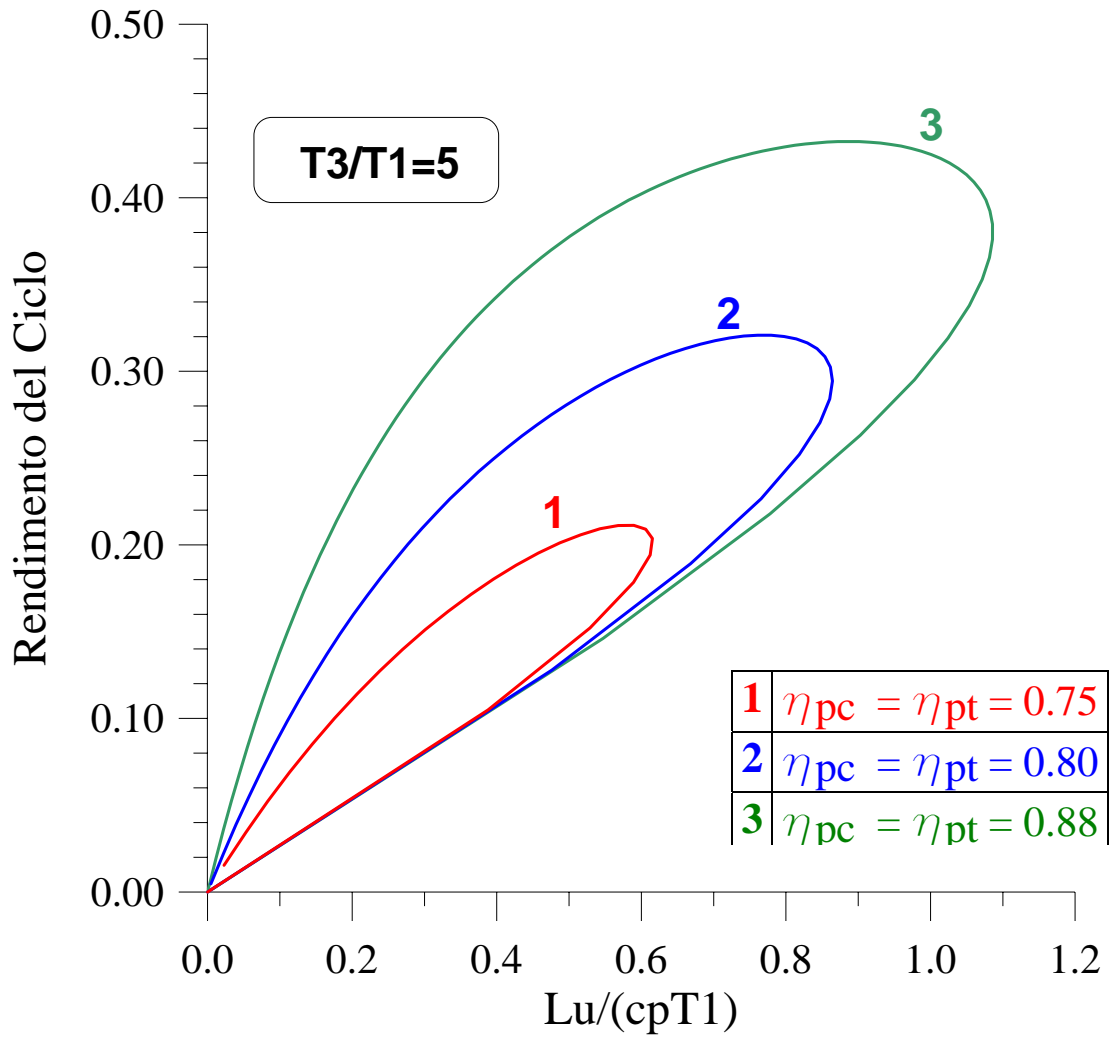
al variare dei rendimenti di turbina e compressore



CICLI REALI

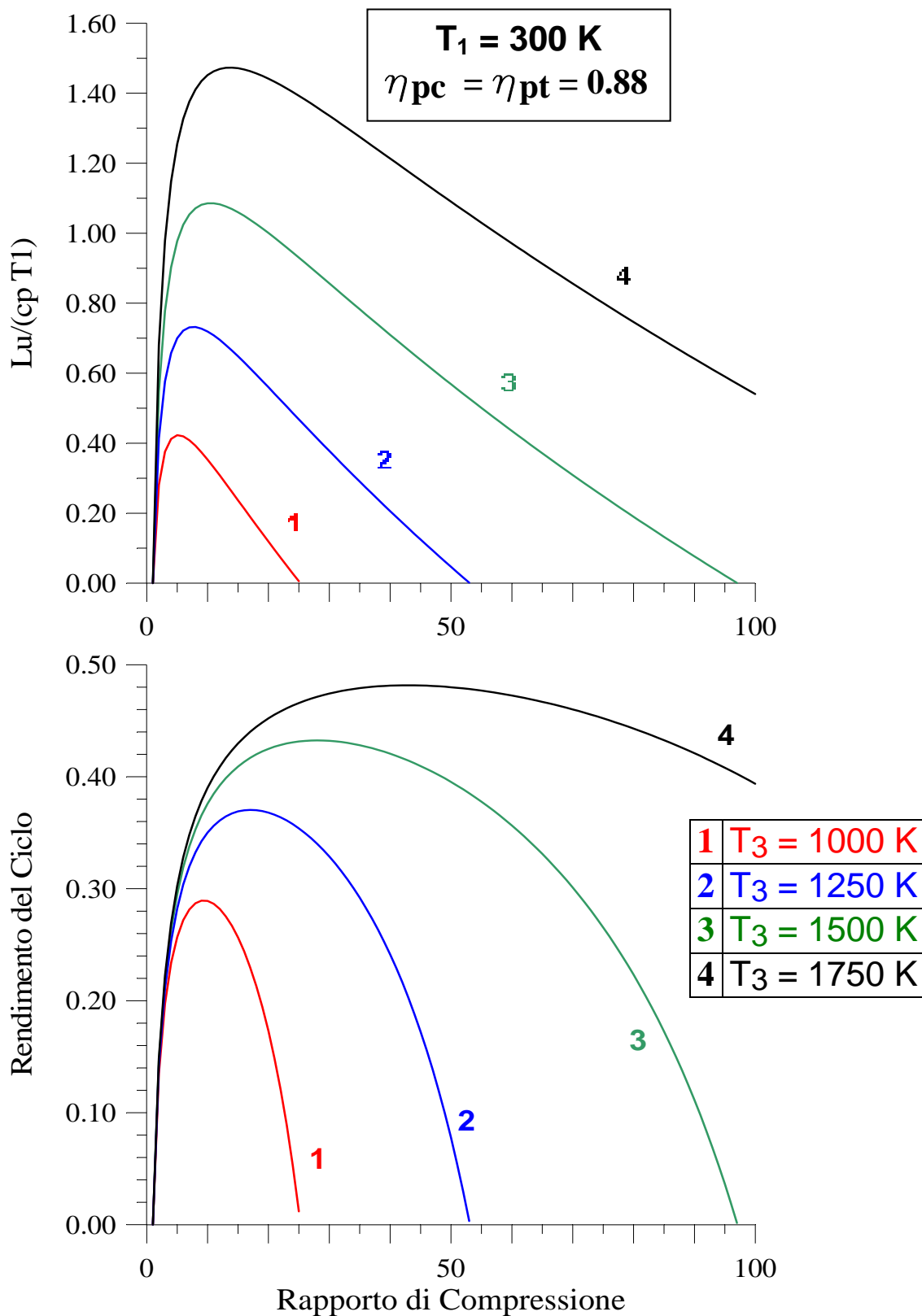
Rendimento e Lavoro del ciclo semplice

al variare dei rendimenti di turbina e compressore



CICLI REALI

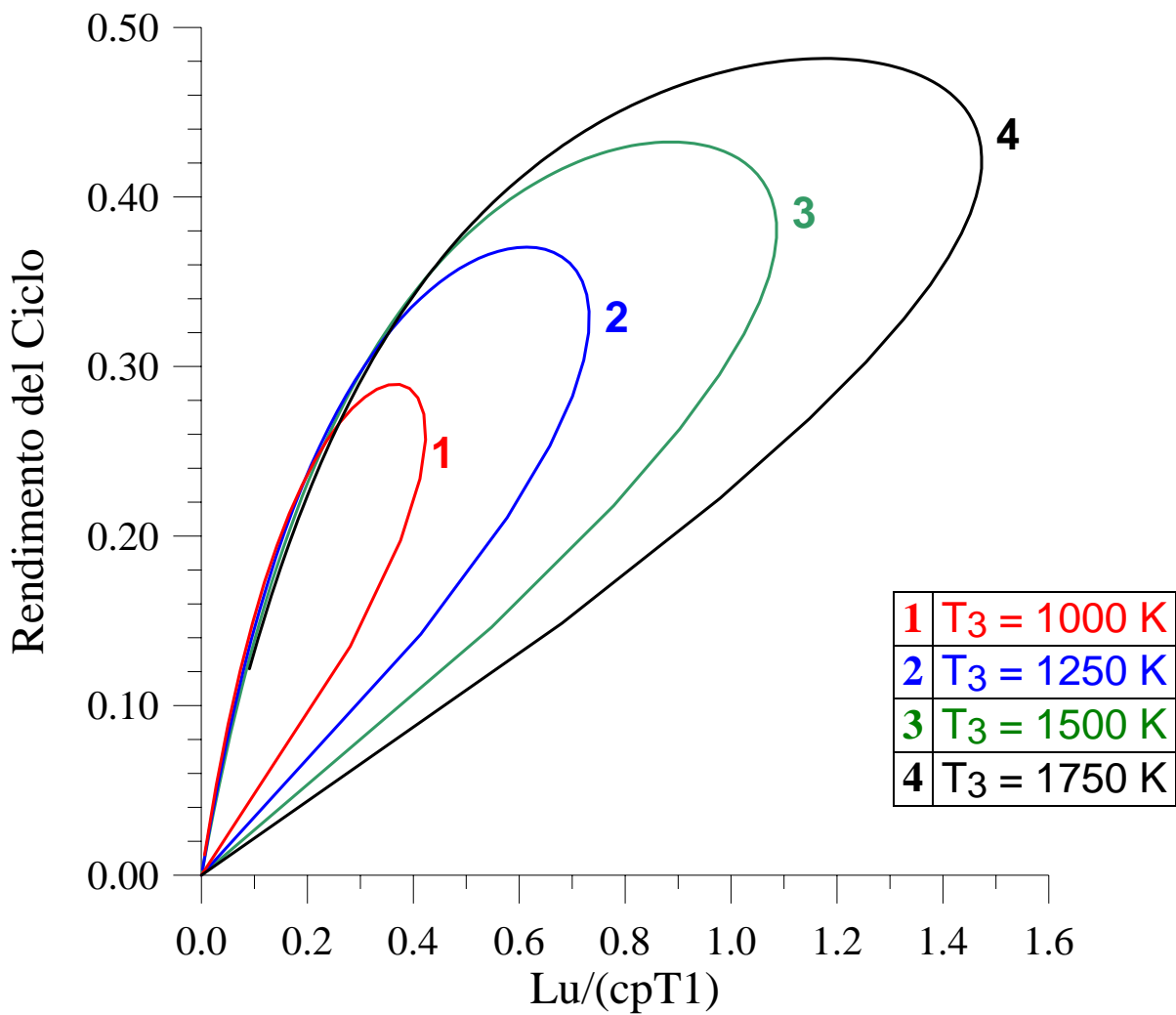
Rendimento e Lavoro del ciclo semplice al variare della Temperatura massima



CICLI REALI

Rendimento e Lavoro del ciclo semplice
al variare della Temperatura massima

$T_1 = 300 \text{ K}$
 $\eta_{pc} = \eta_{pt} = 0.88$



Ulteriori parametri che influenzano il ciclo reale.

Tutti i precedenti diagrammi descrivono gli andamenti del lavoro e del rendimento di un ciclo “reale” in cui l’unico scostamento dalle ipotesi tipiche del ciclo ideale è rappresentato dalla irreversibilità delle trasformazioni di compressione e di espansione, rappresentate attraverso i rispettivi rendimenti politropici o adiabatici. Pur costituendo, questa, la principale causa che influenza l’andamento delle prestazioni del ciclo reale, non vanno trascurate ulteriori parametri, quali:

- Le perdite di carico all’aspirazione del compressore: la pressione in ingresso al compressore non è pari a quella ambiente ma è inferiore a causa delle perdite di carico attraverso i sistemi di aspirazione. L’effettiva pressione di compressione risulta quindi pari a :

$$p_{1'} = p_1(1 - \varepsilon_{asp})$$

in cui ε_{asp} è il coefficiente di perdita di carico all’aspirazione definito come:

$$\varepsilon_{asp} = \frac{p_1 - p_{1'}}{p_1}$$

- Le perdite di carico nella camera di combustione che comporta una pressione in uscita p_3 inferiore a quella di ingresso p_2 :

$$p_3 = p_2(1 - \varepsilon_{CC})$$

in cui ε_{CC} è il coefficiente di perdita di carico attraverso la camera di combustione. Nel caso di una turbina a gas a combustione interna bisognerà tener conto, in modo analogo, delle perdite di carico attraverso lo scambiatore di adduzione di calore.

- Le perdite di carico attraverso i sistemi di scarico: camino, eventuali generatori a recupero, scambiatori rigenerativi. Tali perdite implicano una pressione di scarico dalla turbina, p_4 , più alta della pressione esterna p_1 :

$$p_4 = \frac{p_1}{(1 - \varepsilon_{sc})}$$

in cui ε_{sc} è il coefficiente di perdita di carico attraverso i sistemi di scarico.

L'esistenza di tali coefficienti di perdita di carico (in genere dell'ordine di qualche punto percentuale rispetto alla pressione di ingresso) comporta, innanzitutto, una differenza tra i rapporti di compressione e di espansione. Risulta infatti:

$$\beta_c = \frac{p_2}{p_1'} > \beta_t = \frac{p_3}{p_4} = \frac{p_2}{p_1'} (1 - \varepsilon_{asp}) (1 - \varepsilon_{CC}) (1 - \varepsilon_{sc})$$

A parità di rapporto di compressione e di temperature estreme del ciclo, il lavoro di turbina risulta quindi penalizzato e, con esso, il lavoro utile del ciclo e il rendimento. Rimane infatti immutata la quantità di calore da fornire al ciclo tra e temperature T_2 e T_3 .

Il rendimento e il lavoro del ciclo risultano in definitiva funzione anche dei coefficienti di perdita di carico prima introdotti e si avrà quindi:

$$L_r, \eta_r = f(\beta_c, \vartheta, \eta_{pc}, \eta_{pt}, \varepsilon_{asp}, \varepsilon_{CC}, \varepsilon_{sc})$$

Va infine ricordato che quanto fin qui discusso si riferisce a cicli di turbine a gas prive del sistema di raffreddamento delle pale. Come verrà mostrato in un altro capitolo, la necessità di mantenere le pale della turbina a un livello di temperatura inferiore a un limite imposto per la durata dei materiali:

$$T_{bl} < T_{bl,lim}$$

impone che la pala stessa subisca un processo di raffreddamento, in genere operato da una frazione dell'aria estratta dal compressore (dal suo scarico o dagli stadi intermedi). Tale frazione di aria non partecipa quindi al processo di combustione o, comunque, a quello di adduzione di calore ma viene indirizzata ai canali di raffreddamento delle pale statoriche e rotoriche della turbina per poi mescolarsi al flusso principale di gas. Ne consegue un'ulteriore diminuzione di lavoro utile e rendimento, la cui entità è crescente al diminuire della temperatura limite $T_{bl,lim}$ e all'aumentare del

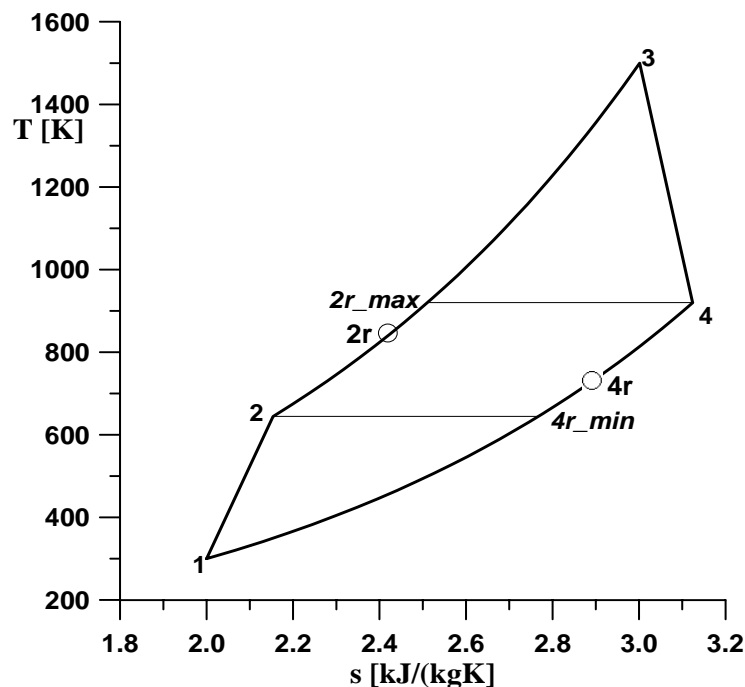
numero di stadi della turbina. Infatti, un maggior numero di elementi palettati da raffreddare comporta una maggiore quantità di aria da estrarre dal compressore.

Anche discutendo di cicli avanzati di turbine a gas come nei prossimi paragrafi, si trascurerà inizialmente l'effetto del raffreddamento delle pale, che influirà comunque in modo peggiorativo sui risultati presentati nel seguito.

Il ciclo reale rigenerativo.

Ferme restando le considerazioni già riportate sulle differenze tra il ciclo ideale e reale e i rispettivi lavori e rendimenti, la possibilità di operare la rigenerazione è, anche nel caso del ciclo reale, legata all'esistenza di una differenza di temperatura positiva tra la temperatura di fine espansione, T_4 , e quella di fine compressione, T_2 :

$$T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\lambda \eta_{pt}}} \quad ; \quad T_2 = T_1 \beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} \quad ; \quad T_4 - T_2 = T_1 \left[\frac{g}{\beta^{\lambda \eta_{pt}}} - \beta^{\frac{\lambda}{\eta_{pc}}} \right]$$



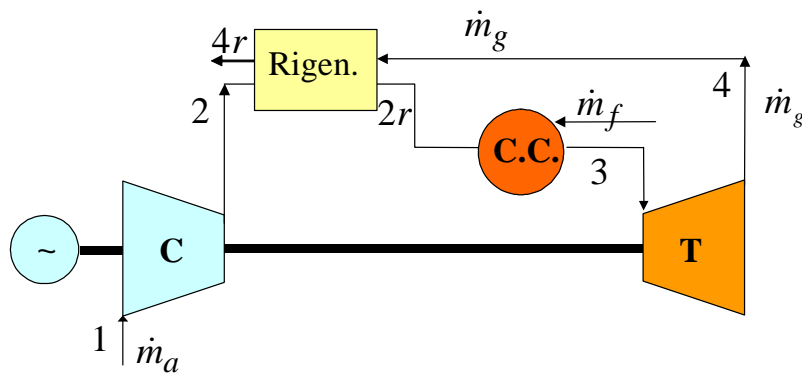
Tale differenza di temperatura dipende quindi non solo dal rapporto di temperature estreme e dal rapporto di compressione del ciclo ma anche dai rendimenti interni delle trasformazioni di compressione di espansione. La differenza di temperatura ($T_4 - T_2$) è inoltre proporzionale alla massima quantità di calore recuperabile internamente al ciclo:

$$|Q_{2r}|_{max} = c_p (T_4 - T_{4r_min}) = Q_{1r_max} = c_p (T_{2r_max} - T_2) = c_p (T_4 - T_2)$$

La massima quantità di calore corrisponde però all'ipotesi, come si vede dal ciclo in figura, che il fluido freddo assuma la stessa temperatura di quello caldo in ingresso e, analogamente, il gas caldo ceda calore fino al raggiungimento della temperatura iniziale del gas freddo:

$$T_{2r_max} = T_4 \quad ; \quad T_{4r_min} = T_2$$

Se tale ipotesi risultava accettabile nel caso del ciclo ideale, lo studio del ciclo reale richiede considerazioni circa il comportamento effettivo dei vari componenti. Lo scambiatore rigenerativo riportato nello schema di impianto richiede, come è noto, superfici tanto più grandi quanto minore è la differenza di temperatura media tra i due fluidi. L'ipotesi precedente corrisponderebbe quindi all'assunzione di superfici di scambio infinite.



E' quindi più realistico assumere come ulteriore parametro per lo studio del ciclo reale rigenerativo l'efficienza della rigenerazione definita come:

$$R = \frac{T_{2r} - T_2}{T_4 - T_2}$$

E' evidente che il caso $R=1$ corrisponde all'ipotesi di massimo recupero termico; nel caso più generale sarà invece:

$$Q_{1r} = c_p (T_{2r_max} - T_2) = R Q_{1r_max} = R c_p (T_4 - T_2)$$

Il valore di dell'efficienza di rigenerazione R dipende dalle scelte operate per l'entità delle superfici di scambio termico, Infatti, il costo aggiuntivo di questo componente potrebbe ridurre eccessivamente i benefici derivanti dal possibile aumento di rendimento.

Per quanto riguarda le prestazioni del ciclo rigenerativo va ricordato che:

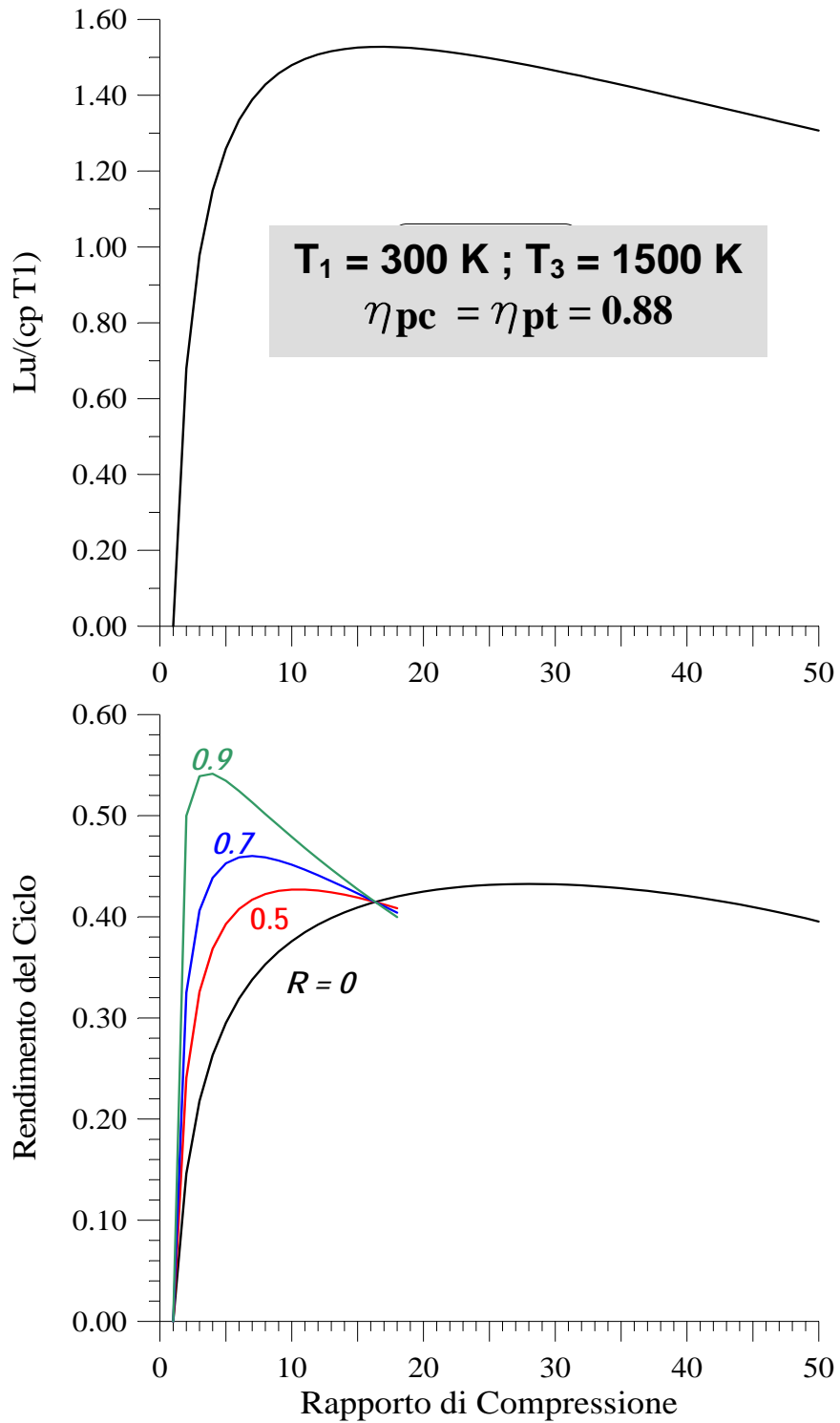
- Lo scopo della rigenerazione rimane, come nel caso del ciclo ideale, quello di ridurre la quantità di calore da fornire al ciclo e di quello sottratto:

$$\begin{cases} (Q_1)_{rig} = c_p(T_3 - T_{2r}) < Q_1 = c_p(T_3 - T_2) \\ |(Q_2)_{rig}| = c_p(T_{4r} - T_1) < |Q_2| = c_p(T_4 - T_1) \end{cases}$$

- A differenza del caso ideale, il lavoro utile del ciclo può subire una riduzione, a causa delle ulteriori perdite di carico provocate dalla presenza dello scambiatore sia sul percorso del fluido freddo, sia su quello dei gas di scarico. Ne consegue che, a parità di rapporto di compressione, il rapporto di espansione risulta diminuito anche a causa di queste perdite di carico aggiuntive.
- L'effetto dell'efficienza della rigenerazione sul rendimento del ciclo è rappresentato nei diagrammi della figura successiva, che evidenziano risultati simili – ma diversi quantitativamente da quelli suggeriti dal ciclo ideale rigenerativo: la rigenerazione consente rendimenti elevati con bassi rapporti di compressione del ciclo. Ad esempio, un'efficienza di rigenerazione di circa 0.5 consentirebbe di raggiungere il massimo rendimento con un rapporto di compressione inferiore a 10, mentre nel ciclo semplice sarebbe necessario un valore di oltre 25.

CICLI REALI

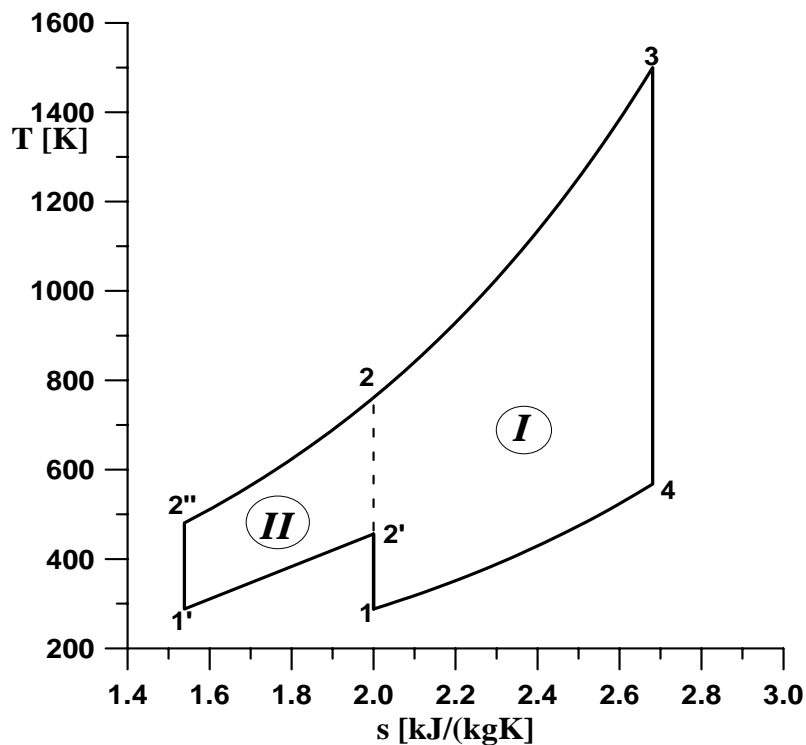
Rendimento del ciclo rigenerativo al variare del grado di rigenerazione



- L'esempio riportato in figura si riferisce a un rapporto di temperature estreme pari a 5. I risultati sono notevolmente variabili con questo rapporto. Va rilevato che in piccole turbine a gas (come le micro-turbine a gas) con bassi rapporti di compressione e di temperature estreme, l'adozione della rigenerazione con alte efficienze ($R = 0.8 - 0.9$) è praticamente indispensabile per ottenere rendimenti del ciclo accettabili.
- Il diagramma precedente non considera l'effetto delle perdite di carico nello scambiatore rigenerativo: queste provocano, come detto, una riduzione del lavoro di turbina, e quindi del lavoro utile e del rendimento.
- Va infine segnalato che le prestazioni dello scambiatore rigenerativo possono peggiorare nel tempo, soprattutto a causa di depositi di particolato solido contenuto nei gas combusti. Ne consegue una progressiva diminuzione dei coefficienti di scambio termico (e quindi dell'efficienza della rigenerazione) e un aumento delle perdite di carico lungo il percorso dei gas caldi, a causa della riduzione delle aree di passaggio attraverso i tubi dello scambiatore.

I CICLI CON COMPRESSIONE INTERREFRIGERATA.

Se l'adozione della rigenerazione mira a migliorare il rapporto tra le temperature medie di sottrazione e adduzione di calore del ciclo a gas, i cicli con compressione interrefrigerata o con riscaldamenti ripetuti hanno lo scopo di superare un altro limite tipico dei cicli delle turbine a gas: il rapporto eccessivamente alto tra il lavoro di compressione e quello di espansione, con le conseguenti limitazioni sul lavoro utile del ciclo.



Il ciclo ideale interrefrigerato

La compressione interrefrigerata viene realizzata frazionando l'intera compressione, con rapporto di compressione β , in due compressioni parziali caratterizzate dai rapporti di compressione:

$$\beta_1 = \frac{p_{2'}}{p_1} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{p_{2''}}{p_{2'}} = \frac{p_2}{p_{2'}} \quad \Rightarrow \quad \beta_1 \beta_2 = \beta = \frac{p_2}{p_1}$$

Al termine della prima compressione adiabatica reversibile ($1 - 2'$), un raffreddamento a pressione costante ($2' - 1'$) riporta il gas compresso alla temperatura iniziale T_1 . La seconda compressione adiabatica reversibile avviene quindi lungo il percorso ($1' - 2''$) anziché quello ($2' - 2''$)

2) realizzato nel ciclo semplice. Confrontando quindi i lavori della normale compressione adiabatica (1 – 2) con quelli della compressione interrefrigerata (IR) si ottiene:

$$|L_{c1}| = \int_1^2 v dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 (\beta_1^\lambda - 1) = c_p T_1 (\beta_1^\lambda - 1); \left\{ \begin{array}{l} |L_{c2}| = \int_{2'}^2 v dp = \frac{k}{k-1} p_{2'} v_{2'} (\beta_2^\lambda - 1) = c_p T_{2'} (\beta_2^\lambda - 1) \\ |L_{c2_{IR}}| = \int_{1'}^{2''} v dp = \frac{k}{k-1} p_{2'} v_{1'} (\beta_2^\lambda - 1) = c_p T_{1'} (\beta_2^\lambda - 1) \end{array} \right.$$

I lavori di compressione totali valgono quindi:

- Compressione non-interrefrigerata: $|L_c| = |L_{c1}| + |L_{c2}|$
- Compressione interrefrigerata: $|L_{c_{IR}}| = |L_{c1}| + |L_{c2_{IR}}|$

Dalle precedenti relazioni si può osservare, del resto, che il lavoro della seconda compressione risulta diminuito a seguito della interrefrigerazione in quanto la diminuzione di temperatura iniziale di questa trasformazione incide proporzionalmente sul lavoro stesso. Infatti, il volume specifico iniziale (e quello medio lungo la trasformazione) risulta inferiore grazie alle più basse temperature:

$$T_{1'} < T_{2'} \Rightarrow v_{1'} < v_{2'} \Rightarrow |L_{c2_{IR}}| < |L_{c2}| \Rightarrow |L_{c_{IR}}| < |L_c|$$

Il lavoro di compressione totale risulta quindi diminuito grazie al minor lavoro richiesto dalla seconda compressione. Conseguentemente, il lavoro utile del ciclo aumenta, in quanto rimane inalterata la trasformazione di espansione (3 – 4) con il relativo lavoro. Risulta quindi

$$L_{IR} = L_t - |L_{c_{IR}}| > L = L_t - |L_c|$$

Da quanto sopra, va quindi sottolineato che il metodo della compressione interrefrigerata ha per scopo principale quello di aumentare il lavoro del ciclo, grazie al diminuito rapporto tra lavoro di compressione e quello di espansione. Si osservi anche come i risultati dipendano dalla scelta del rapporto di compressione parziale β_1 , al cui variare cambiano i lavori delle due compressioni.

Il lavoro del ciclo interrefrigerato. Come detto, il lavoro utile del ciclo dipende ora da un ulteriore parametro, rispetto al caso del ciclo semplice:

Ciclo semplice: $L = f(\mathcal{G}, \beta)$

Ciclo interrefrigerato: $L_{IR} = f(\mathcal{G}, \beta, \beta_1)$

Per ogni coppia di valori (\mathcal{G}, β) , il rapporto di compressione intermedio β_1 determina quindi un nuovo valore del lavoro delle due compressioni parziali e quindi di quello totale. Sarà quindi, formalmente:

$$L_{IR}(\mathcal{G}, \beta) = f(\beta_1) \quad \forall \beta_1 \in [1, \beta]$$

In generale, è da attendersi un incremento di lavoro utile dato da:

$$\Delta L = L_{IR} - L$$

E' del resto intuitivo che nei due valori estremi di β_1 si ottiene:

- $\beta_1 = 1$: La prima compressione, di fatto, non ha luogo, e non vi è quindi alcuna interrefrigerazione. Risulta quindi:

$$|L_{c1}| = 0 \quad ; \quad |L_{c_{IR}}| = |L_{c2_{IR}}| = |L_{c2}| = |L_c| \quad ; \quad \Delta L = 0$$

- $\beta_1 = \beta$: La prima compressione realizza l'intero rapporto di compressione, e la seconda non ha luogo. Sarà, allora:

$$|L_{c2}| = 0 \quad ; \quad |L_{c_{IR}}| = |L_{c1}| = |L_c| \quad ; \quad \Delta L = 0$$

Nei due valori estremi di β_1 non si ha quindi alcuna diminuzione del lavoro di compressione e, quindi, alcun aumento di lavoro utile. Tale aumento è invece realizzato per qualunque valore di β_1 interno all'intervallo. Ne consegue che il lavoro utile del ciclo interrefrigerato, per assegnati

valori dei rapporti di temperature e di compressione totale (\mathcal{G}, β), presenta un massimo corrispondente alla condizione di minimo lavoro di compressione:

$$L_{IR} \equiv \max \Rightarrow |L_{c_{IR}}| \equiv \min$$

L'analisi dell'andamento del lavoro di compressione con conduce alla condizione ottimale:

$$L_{IR} \equiv \max \Rightarrow |L_{c_{IR}}| \equiv \min \Rightarrow \beta_{1,opt} = \beta_{2,opt} = \sqrt{\beta}$$

Il rendimento del ciclo interrefrigerato. Se la compressione interrefrigerata garantisce un aumento del lavoro utile del ciclo, va considerato che essa comporta anche una variazione nelle quantità di calore trasferito. Alle quantità di calore tipiche del ciclo semplice (1-2-3-4-1):

- Calore fornito al ciclo: $Q_1 = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2) = c_p T_1 (\mathcal{G} - \beta^\lambda)$

- Calore sottratto al ciclo: $|Q_2| = h_4 - h_1 = c_p(T_4 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{\mathcal{G}}{\beta^\lambda} - 1 \right)$

Si aggiungono infatti la quantità di calore necessario a riscaldare il gas compresso nel tratto di isobara (2''-2) e quello da sottrarre per l'interrefrigerazione nel tratto di isobara (2'-1'):

- Calore aggiuntivo da fornire: $\Delta Q_1 = h_2 - h_{2''} = c_p(T_2 - T_{2''})$

- Calore aggiuntivo da sottrarre: $|\Delta Q_2| = h_{2'} - h_{1'} = c_p(T_{2'} - T_{1'})$

Anche queste due quantità aggiuntive dipendono dal valore del rapporto di compressione intermedio β_1 , e in corrispondenza dei due valori estremi si verifica:

- $\beta_1 = 1$: In questo caso non vi è alcuna refrigerazione intermedia e risulta quindi:

$$\Delta Q_1 = |\Delta Q_2| = 0 \quad ; \quad \Delta L = 0$$

- $\beta_1 = \beta$: In questo caso la refrigerazione avverrebbe dopo l'intera compressione e si avrebbe quindi la massima sottrazione di calore (con conseguente necessità di fornire il massimo calore aggiuntivo) senza peraltro ottenere alcun incremento di lavoro utile:

$$\Delta Q_1 = |\Delta Q_2| \equiv \max \quad ; \quad \Delta L = 0$$

In generale, per un valore del rapporto β_1 interno al suo intervallo di variazione, va considerato che l'aumento di lavoro utile ΔL implica un aumento ΔQ_1 del calore da somministrare al ciclo termodinamico. Si può osservare che l'ampliamento dell'area del ciclo (che nel caso del ciclo ideale corrisponde all'aumento di lavoro ΔL) equivale all'affiancamento di un nuovo ciclo ($I'-2''-2-2'-I'$), denominato *II* ciclo, a quello originario ($I-2-3-4-I$), denominato *I* ciclo. Il rendimento del ciclo interrefrigerato può quindi essere valutato come:

$$\eta_{id,IR} = \frac{L + \Delta L}{Q_1 + \Delta Q_1} = \frac{Q_1 \eta_I + \Delta Q_1 \eta_{II}}{Q_1 + \Delta Q_1} \quad ; \quad \begin{aligned} \eta_I = \eta_{id} &= \frac{L}{Q_1} \\ \eta_{II} &= \frac{\Delta L}{\Delta Q_1} \end{aligned}$$

Il rendimento del ciclo interrefrigerato $\eta_{id,IR}$ è quindi pari alla “media ponderale” dei rendimenti dei due cicli, i cui pesi sono le rispettive quantità di calore addotte. Del resto, il rendimento del primo ciclo è pari a quello del ciclo semplice ed è quindi pari a:

$$\eta_I = \eta_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda}$$

Il secondo ciclo presenta ancora le caratteristiche di un ciclo ideale ma con un rapporto di compressione più basso, in quanto pari a quello della seconda compressione. Il suo rendimento sarà quindi:

$$\eta_{II} = 1 - \frac{1}{\beta_2^\lambda} < \eta_I$$

Il valore di η_{II} interviene quindi negativamente nell'espressione del rendimento del ciclo interrefrigerato in quanto provoca una diminuzione rispetto a quello del ciclo semplice. Tale diminuzione aumenta con il rapporto di compressione intermedio β_1 in quanto a suoi valori crescenti corrispondono valori decrescenti del rapporto β_2 e quindi del rendimento η_{II} . Si è già visto inoltre che all'aumentare di β_1 aumenta anche il peso (in questo caso negativo) del secondo rendimento, quindi con effetti peggiorativi sulla media ponderale tra i rendimenti dei due cicli.

In definitiva, l'analisi del ciclo ideale mostra come la soluzione del ciclo interrefrigerato conduca ad aumenti del lavoro utile, bilanciati però da una diminuzione di rendimento. A titolo di esempio, si mostrano nelle tabella seguenti i risultati relativi al ciclo illustrato in figura:

CICLO IDEALE SEMPLICE:

RAPPORTO DI TEMPERATURE: $\vartheta = 5.21$

RAPPORTO DI COMPRESSIONE: $\beta = 30$

TEMPERATURE	LAVORO	CALORE	
T ₁ = 288.00 K	L _c = 474 kJ/kg	Q ₁ = 741 kJ/kg	LAVORO UTILE : 461 kJ/kg
T ₂ = 761.07 K			
T ₃ = 1500.0 K	L _t = 935 kJ/kg	Q ₂ = 280 kJ/kg	RENDIMENTO: 0.622
T ₄ = 567.61 K			

CICLO IDEALE INTERREFRIGERATO:

RAPPORTO DI TEMPERATURE: $\vartheta = 5.21$

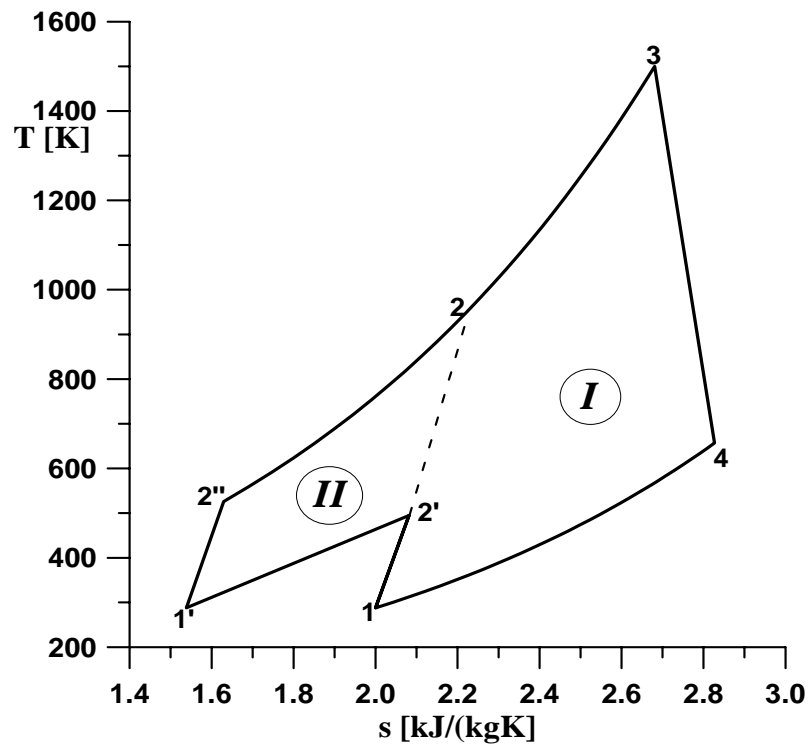
RAPPORTO DI COMPRESSIONE TOTALE: $\beta = 30$

RAPPORTO DI COMPRESSIONE INTERMEDIO: $\beta_1 = 5$

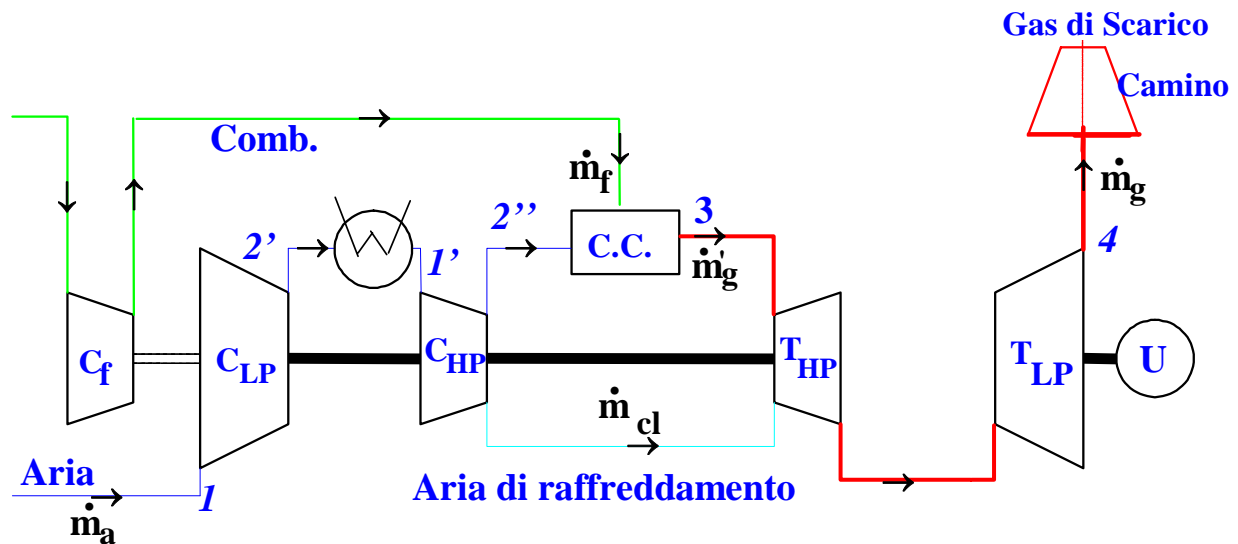
TEMPERATURE	LAVORO	CALORE	
T ₁ = 288.00 K	L _c = 361 kJ/kg	Q ₁ = 1022 kJ/kg	LAVORO UTILE : 574 kJ/kg
T _{2''} = 480.50 K			
T ₃ = 1500.0 K	L _t = 935 kJ/kg	Q ₂ = 448 kJ/kg	RENDIMENTO: 0.562
T ₄ = 567.61 K			

Il ciclo reale interrefrigerato

In questo paragrafo si analizzano gli effetti della compressione interrefrigerata sul ciclo reale delle turbine a gas, ipotizzando per ora – come già avvenuto nel caso del ciclo reale semplice – che le uniche cause di irreversibilità siano associate ai processi reali di compressione ed espansione adiabatiche, quindi caratterizzate dai rispettivi rendimenti politropici.



La descrizione delle fasi della compressione interrefrigerata è pertanto identica a quelle fornita nel caso del ciclo reale. Le fasi del ciclo in figura trovano riscontro nei componenti della turbina a gas secondo lo schema di seguito riportato.



E' da osservare che lo schema si riferisce a una turbina a gas a combustione interna, quindi con variazioni di specie evolventi nei vari componenti, mentre il ciclo e le trasformazioni che verranno considerate nel seguito ipotizzano lo stesso fluido evolvente nelle varie trasformazioni.

La compressione è quindi frazionata, come nel caso ideale, in due fasi realizzate rispettivamente nel compressore di bassa e in quello di alta pressione, con rapporti di compressione β_1 e β_2 . Ipotizzando lo stesso valore del rendimento politropico per le due compressioni, pari a quello dell'unica compressione (1-2) del ciclo semplice, si può eseguire un confronto analogo a quello del caso ideale:

$$|L_{c1}| = c_p T_1 (\beta_1^{\lambda/\eta_{pc}} - 1) \quad ; \quad \begin{cases} |L_{c2}| = c_p T_2 (\beta_2^{\lambda/\eta_{pc}} - 1) \\ |L_{c2_{IR}}| = c_p T_{1'} (\beta_2^{\lambda/\eta_{pc}} - 1) \end{cases}$$

I lavori di compressione totali valgono quindi:

- Compressione non-interrefrigerata: $|L_c| = |L_{c1}| + |L_{c2}|$

- Compressione interrefrigerata: $|L_{c_{IR}}| = |L_{c1}| + |L_{c2_{IR}}|$

Il lavoro della seconda compressione risulta diminuito a seguito della interrefrigerazione in quanto la diminuzione di temperatura iniziale (da $T_{2'}$ a $T_{1'}$) di questa trasformazione incide proporzionalmente sul lavoro stesso.

$$T_{1'} < T_{2'} \Rightarrow |L_{c2_{IR}}| < |L_{c2}| \Rightarrow |L_{c_{IR}}| < |L_c|$$

Anche nel caso del ciclo reale, quindi, il lavoro di compressione totale risulta quindi diminuito grazie al minor lavoro richiesto dalla seconda compressione. Conseguentemente, il lavoro utile del ciclo aumenta, in quanto rimane inalterata la trasformazione di espansione (3 – 4) con il relativo lavoro. Risulta quindi

$$L_{IR} = L_t - |L_{c_{IR}}| > L = L_t - |L_c|$$

E' quindi possibile affermare che lo scopo primario della interrefrigerazione rimane quello di aumentare il lavoro utile del ciclo reale, ma occorre in questo caso analizzare con maggiore attenzione il suo effetto sul rendimento del ciclo: infatti, la fase di refrigerazione dell'aria provoca anche un "rallentamento" degli effetti di controrecupero che, come è noto, si manifestano in misura maggiore all'aumentare del rapporto di compressione. La refrigerazione intermedia, abbassando il volume specifico del fluido compresso, evita che gli effetti delle perdite nella prima compressione siano avvertiti nella seconda.

Il lavoro del ciclo reale interrefrigerato. Il lavoro utile del ciclo dipende ora da un ulteriore parametro, rispetto al caso del ciclo semplice:

Ciclo semplice: $L = f(\vartheta, \beta, \eta_{pc}, \eta_{pt})$

Ciclo interrefrigerato: $L_{IR} = f(\vartheta, \beta, \beta_1, \eta_{pc}, \eta_{pt})$

A parità dei rapporti (ϑ, β) e dei rendimenti politropici di compressione e di espansione, la scelta del rapporto di compressione intermedio β_1 influisce sul valore del lavoro del ciclo interrefrigerato

$$L_{IR}(\mathcal{G}, \beta) = f(\beta_1) \quad \forall \beta_1 \in [1, \beta]$$

e, come nel caso del ciclo ideale, il lavoro utile del ciclo assume il suo massimo valore nella situazione:

$$L_{IR} \equiv \max \Rightarrow |L_{c_{IR}}| \equiv \min \Rightarrow \beta_{1,opt} = \beta_{2,opt} = \sqrt{\beta}$$

Il rendimento del ciclo reale interrefrigerato. L'impostazione di massima dello studio del rendimento del ciclo interrefrigerato è analoga a quella per il ciclo ideale e viene qui di seguito ripetuta.

Alle quantità di calore tipiche del ciclo semplice, si aggiungono quella necessaria a riscaldare il gas compresso nel tratto di isobara (2''-2) e quella da sottrarre per l'interrefrigerazione nel tratto di isobara (2'-1')

- Calore aggiuntivo da fornire: $\Delta Q_1 = h_2 - h_{2''} = c_p(T_2 - T_{2''})$

- Calore aggiuntivo da sottrarre: $|\Delta Q_2| = h_{2'} - h_{1'} = c_p(T_{2'} - T_{1'})$

Anche queste due quantità aggiuntive dipendono dal valore del rapporto di compressione intermedio β_1 , e in corrispondenza dei due valori estremi si verifica:

- $\beta_1 = 1$: In questo caso non vi è alcuna refrigerazione intermedia e risulta quindi:

$$\Delta Q_1 = |\Delta Q_2| = 0 \quad ; \quad \Delta L = 0$$

- $\beta_1 = \beta$: In questo caso la refrigerazione avverrebbe dopo l'intera compressione e si avrebbe quindi la massima sottrazione di calore (con conseguente necessità di fornire il massimo calore aggiuntivo) senza peraltro ottenere alcun incremento di lavoro utile:

$$\Delta Q_1 = |\Delta Q_2| \equiv \max \quad ; \quad \Delta L = 0$$

In generale, per un valore del rapporto β_1 interno al suo intervallo di variazione, va considerato che l'aumento di lavoro utile ΔL implica un aumento ΔQ_1 del calore da somministrare al ciclo termodinamico. Anche nel caso reale si verifica l'affiancamento di un nuovo ciclo ($I'-2''-2-2'-I'$), denominato *II* ciclo, a quello originario ($I-2-3-4-I$), denominato *I* ciclo. Il rendimento del ciclo reale interrefrigerato può quindi essere valutato come:

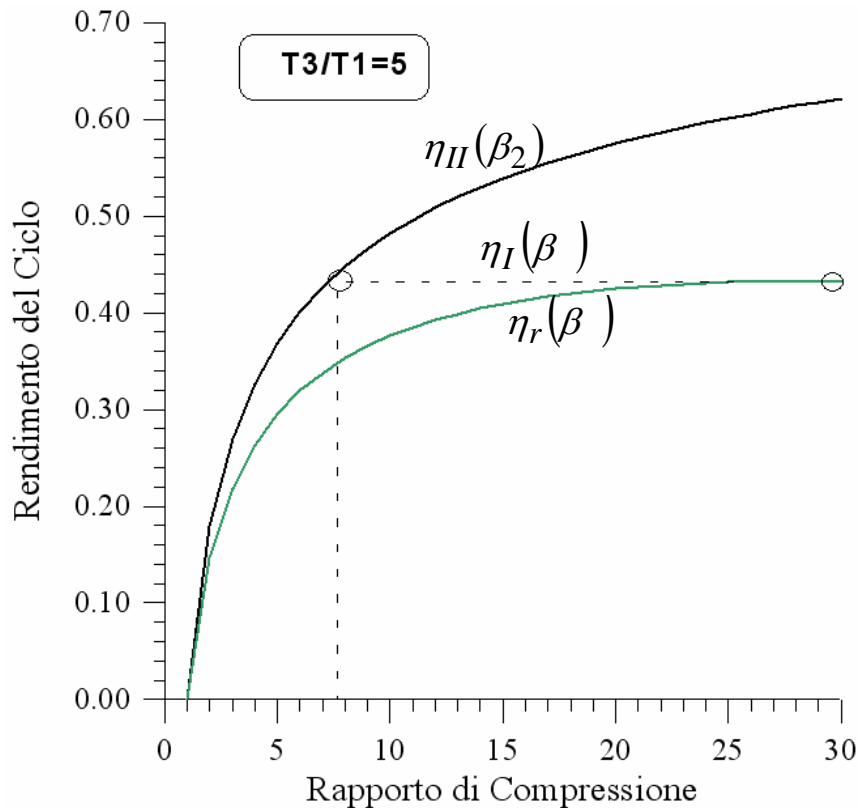
$$\eta_{r,IR} = \frac{L + \Delta L}{Q_1 + \Delta Q_1} = \frac{Q_1 \eta_I + \Delta Q_1 \eta_{II}}{Q_1 + \Delta Q_1} \quad ; \quad \begin{aligned} \eta_I &= \eta_r = \frac{L}{Q_1} \\ \eta_{II} &= \frac{\Delta L}{\Delta Q_1} \end{aligned}$$

La sostanziale differenza, rispetto al caso dei cicli ideale, consiste nel fatto che mentre il rendimento del primo ciclo è pari al rendimento del ciclo reale originario, quello del secondo ciclo va stimato in maniera differente. Si osservi infatti che tale ciclo presenta una compressione adiabatica reale ($I'-2''$) ad entropia crescente ma anche un'espansione fittizia ($2-2'$) ad entropia decrescente. Il suo rendimento non è quindi assimilabile a quello un ciclo Brayton reale ma, piuttosto, a quello di un ciclo *pseudo-ideale* in cui l'esponente caratteristico delle trasformazioni di compressione e di espansione è pari a λ/η_{pc} . Risulta quindi:

$$\eta_{II} = 1 - \frac{1}{\beta_2^{\lambda/\eta_{pc}}}$$

Per alti valori del secondo rapporto di compressione β_2 (e quindi per bassi valori di β_1) può quindi verificarsi che il valore di η_{II} superi quello di η_I e, in tal caso, il rendimento reale del ciclo interrefrigerato può superare quello del ciclo semplice. Va, naturalmente considerato, che – oltre al valore di η_{II} - ha importanza il suo peso rappresentato dalla quantità di calore ΔQ_1 . Peraltro tale quantità risulta nulla proprio in corrispondenza del massimo valore possibile per β_2 e quindi per il rendimento η_{II} .

La condizione ottimale per il rendimento $\eta_{r,IR}$ va quindi ricercata in un intervallo di valori di β_2 (ovvero di β_1) compreso tra $\beta_2 = \beta$ (ovvero, $\beta_1 = 1$) e il valore di β_2 per il quale risulta $\eta_{II} = \eta_I$.



Nell'esempio in figura, con un ciclo il cui rapporto di compressione totale è pari a 30, nell'intervallo di valori di β_2 [7.5, 30] risulta $\eta_{II} > \eta_I$, ed è quindi possibile migliorare il rendimento del ciclo interrefrigerato rispetto a quello del ciclo semplice.

Sebbene l'analisi completa dei cicli interrefrigerati meriti uno studio più approfondito, va ricordato che sia il lavoro che il rendimento variano al variare del rapporto di compressione totale. L'obiettivo di un ciclo con interrefrigerazione è quindi quello di superare i massimi valori di rendimento e di lavoro di un ciclo semplice. Nella figura seguente si mostra a titolo di esempio l'andamento del lavoro e del rendimento di cicli interrefrigerati con tre diversi rapporti di compressione totale ($\beta = 10, 28, 50$) al variare del rapporto di compressione intermedio (espresso in termini di rapporto $[\log(\beta_1) / \log(\beta_{tot})]$). Viene confermato che il massimo lavoro si ottiene sempre per $\log(\beta_1) / \log(\beta_{tot}) = 0.5$ e quindi assumendo i rapporti delle due compressioni uguali:

$$\beta_{1,opt} = \beta_{2,opt} = \sqrt{\beta_{tot}}$$

Il lavoro del ciclo interrefrigerato può quindi superare il massimo lavoro del ciclo semplice e il miglior risultato in assoluto si ottiene in corrispondenza delle condizioni:

$$\beta_{tot} = 28 \quad ; \quad \beta_{1,opt} = \beta_{2,opt} = \sqrt{\beta_{tot}} = 5.29$$

Il rendimento del ciclo interrefrigerato supera il massimo valore del ciclo semplice solo per i rapporti di compressione più elevati e il massimo assoluto, tra i tre casi esaminati corrisponde alle condizioni:

$$\beta_{tot} = 50 \quad ; \quad \beta_{1,opt} = \beta_{tot}^{1/3} = 3.68 \quad ; \quad \beta_{2,opt} = 13.6$$

Dalla figura si nota ancora come l'aumento di lavoro utile sia, in ogni caso, più rilevante di quello del rendimento.

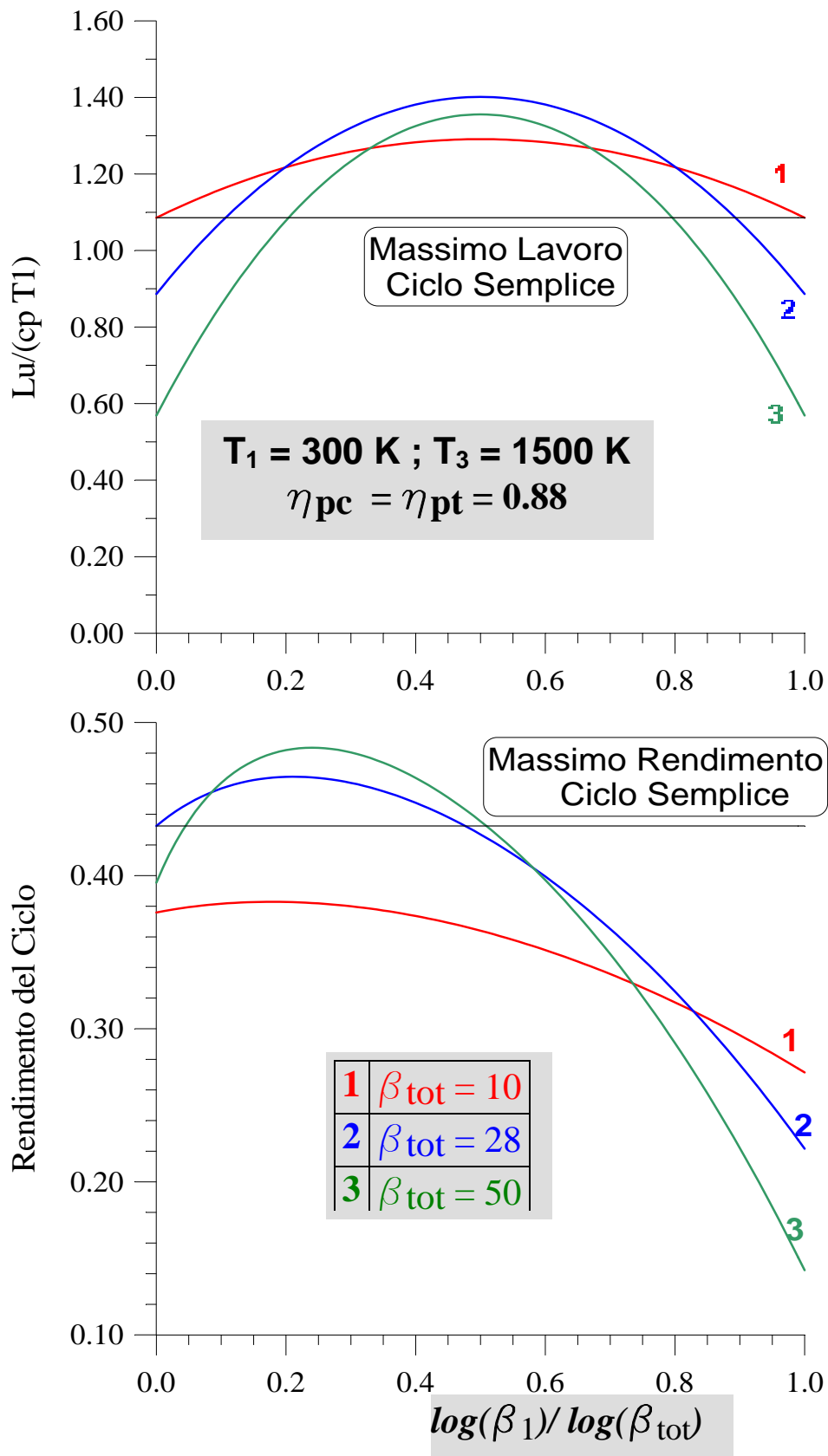
Si ricorda, inoltre, che i risultati cambiano ancora al variare del rapporto di temperature estreme.

Vanno infine citati alcuni ulteriori aspetti pratici legati ai cicli interrefrigerati:

- La minore temperatura di fine compressione consente il raffreddamento delle pale della turbina con una minore portata di aria di raffreddamento. Questo è un aspetto positivo in quanto, come già visto, l'estrazione di aria per il raffreddamento produce riduzioni di lavoro utile e rendimento.
- La stessa diminuzione di temperatura è però sfavorevole alle condizioni di auto-accensione del combustibile. Ciò comporta la necessità di aumentare i tempi di residenza in camera di combustione e, talora, di ricorrere a una fiamma pilota per favorire l'accensione in combustori del tipo "lean-premixed". Ne consegue un possibile aumento della formazione di specie inquinanti.

CICLI REALI CON INTERREFRIGERAZIONE

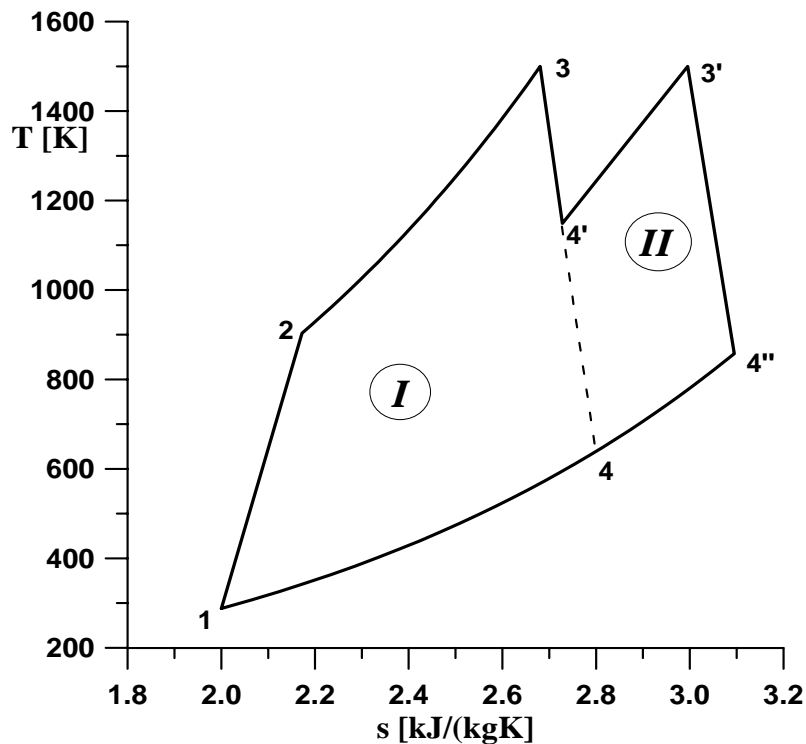
Rendimento e Lavoro del ciclo al variare del Rapporto di Compressione Intermedio



I CICLI CON RISCALDAMENTI RIPETUTI

L'adozione di cicli a riscaldamenti ripetuti rappresenta la soluzione speculare rispetto a quella dei cicli a compressione interrefrigerata: l'obiettivo rimane infatti quello di migliorare il rapporto tra lavoro di espansione e quello di compressione, ma in questo caso esso viene raggiunto attraverso un aumento del lavoro totale di espansione.

La soluzione a riscaldamenti ripetuti si manifesta, nella pratica delle turbine a gas a combustione interna, attraverso la realizzazione di "combustioni sequenziali" e conduce a realizzare cicli termodinamici il cui andamento generale (nel caso di cicli reali) è rappresentato in figura:

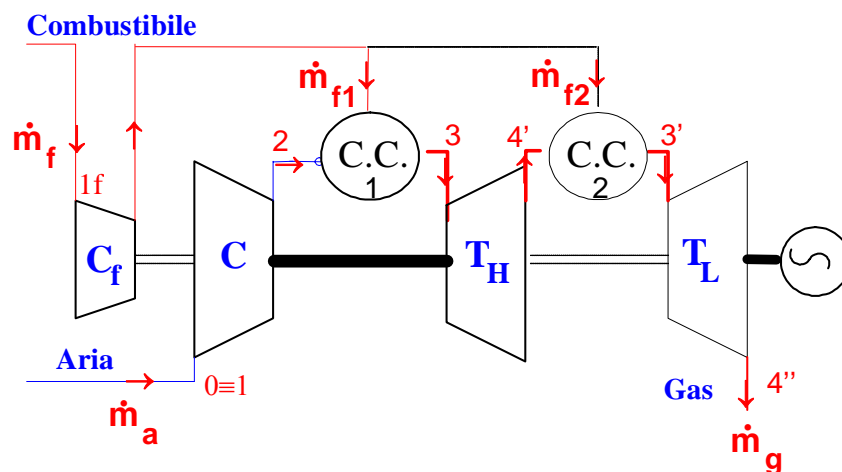


La variazione rispetto al ciclo semplice di Brayton consiste nel frazionamento dell'espansione in una prima fase (3-4'), con rapporto di espansione β_{t1} , seguita da una nuova adduzione di calore, in genere fino allo stesso livello di temperatura massima T_3 . Segue quindi la seconda espansione (3'-4'') che, partendo da una temperatura più elevata rispetto alla normale espansione (4'-4), consente un aumento del lavoro totale.

Lo studio dei cicli ideale e reale non viene qui riportato ma si svolge con le stesse modalità di quello dei cicli interrefrigerato. Si riassumono quindi soltanto i risultati principali:

- Il lavoro del ciclo ideale a riscaldamenti ripetuti risulta aumentato, come detto, rispetto a quello del ciclo semplice: il massimo aumento di lavoro si ottiene attraverso la scelta ottimale del rapporto di espansione intermedio β_{t1} . Come nel ciclo interrefrigerato il migliore risultato si ottiene per $\beta_{t1} = \beta_{t2} = \sqrt{\beta}$.
- Il rendimento del ciclo ideale subisce invece una diminuzione a causa dell'aggiunta, al ciclo principale (*I*) di un secondo ciclo (*II*) con un rapporto di compressione più basso.
- Il lavoro del ciclo reale, a parità di rendimenti politropici di espansione, risulta aumentato rispetto a quello del ciclo semplice. In questo caso, un'opportuna scelta del rapporto β_{t1} può anche portare a un aumento di rendimento. In analogia al caso dei cicli interrefrigerati, i valori ottimali di β_{t1} sono differenti a seconda che si voglia ottimizzare il lavoro utile o il rendimento. In particolare, i migliori valori del rendimento si ottengono per più bassi valori di β_{t1} .

Lo schema di una turbina a gas che realizza i riscaldamenti ripetuti attraverso una combustione sequenziale è riportato nella figura seguente



Vanno ancora ricordati alcuni particolari che caratterizzano, in pratica, i cicli a combustione ripetuta:

- La seconda combustione è resa possibile dall'eccesso di aria con cui, tipicamente, viene realizzata la prima combustione: i gas in uscita dalla prima camera contengono quindi ancora ossigeno per un secondo processo di combustione.
- La scelta del rapporto di espansione intermedio β_{t1} va operata anche in base alle esigenze di sviluppo della seconda combustione: un valore di β_{t1} troppo elevato abbasserebbe infatti troppo la temperatura T_4 di ingresso nella seconda camera di combustione. Ne conseguirebbero difficoltà di autoaccensione e la possibilità di incombusti a causa dell'aumento della seconda portata di combustibile.
- L'aumento di temperatura in ingresso alla turbina di bassa pressione TL rende necessaria anche per questa seconda turbina l'adozione di materiali più pregiati. Inoltre, può rendersi necessario anche per questa seconda turbina un sistema di raffreddamento con conseguente estrazione di un'ulteriore portata di aria dal compressore. In questo caso, verrebbe meno il possibile l'aumento di rendimento previsto dall'analisi dei cicli senza raffreddamento.
- A causa di quest'ultima considerazione, le turbine a gas a combustione ripetuta presentano una temperatura massima del ciclo più bassa rispetto a quella delle più moderne turbine a gas a ciclo semplice: in pratica, la combustione sequenziale viene adottata per ottenere turbine a gas a elevato rendimento e lavoro specifico senza eccessivi incrementi della temperatura massima del ciclo.
- La temperatura allo scarico dalla turbina è più alta rispetto a quella delle turbine a gas a ciclo semplice: nelle applicazioni in impianti combinati, ciò consente una maggiore produzione di vapore nel generatore a recupero o un aumento della temperatura del vapore surriscaldato prodotto.