Corso di Calcolatori Elettronici I
A.A. 2011-2012

Minimizzazione delle funzioni booleane tramite metodo tabellare di Quine-McCluskey

Lezione 10

Prof. Antonio Pescapè

Università degli Studi di Napoli Federico II
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Metodo Quine-McCluskey

- Metodo esatto per la sintesi di reti a 2 livelli
- Fattibile fino a circa 20 ingressi
- In grado di considerare funzioni a piú uscite
- Puó minimizzare sia il costo degli implicanti che quello dei letterali

L'algoritmo (facilmente implementabile) opera in due fasi distinte

1) **Espansione**
2) **Copertura**

Il metodo di Quine-McCluskey – I Fase

1. Si considerano i mintermini appartenenti all'ON-Set e al DC-Set della funzione, espressi mediante i valori dei corrispondenti letterali, e li si ordina in senso crescente in base al numero di "1" contenuti, dividendoli in classi.
2. Ogni elemento di ciascuna classe viene confrontato con tutti gli elementi della classe immediatamente successiva allo scopo di individuare consensi: la variabile eventualmente eliminata in caso di consenso viene segnata con il simbolo di don't care nel nuovo implicante generato dal processo di espansione.

   - in caso di confronto fra implicanti contenenti don't care è possibile generare espansione solo se il simbolo di don't care si trova nella stessa posizione nei due implicanti di partenza ed essi differiscono solo per un letterale.

Il metodo di Quine-McCluskey – I Fase

3. Ogni volta che due implicanti partecipano ad un raccoglimento devono essere marcati poiché non rappresentano implicanti primi, e non devono quindi essere considerati nella seconda fase.

   - Nel caso di funzioni non completamente specificate se due mintermini entrambi appartenenti al DC-Set generano espansione, il nuovo implicante viene introdotto nella successiva tabella ma viene marcato a priori, poiché non sarà necessario coprirlo nella successiva fase.

4. Il procedimento viene ripetuto finché non è più possibile determinare consensi; gli implicanti che risulteranno non marcati alla fine della prima fase sono gli implicanti primi della funzione.

Quine-McCluskey – I Fase - ESEMPIO

x	y	z	v	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

m_i	x	y	z	v	
1	0	0	0	1	✓
4	0	1	0	0	✓
5	0	1	0	1	✓
6	0	1	1	0	✓
9	1	0	0	1	✓
7	0	1	1	1	✓
11	1	0	1	1	✓
14	1	1	1	0	✓
15	1	1	1	1	✓

$\{m_1 \dots m_n\}$	x	y	z	v	
1, 5	0	–	0	1	A
1, 9	–	0	0	1	B
4, 5	0	1	0	–	✓
4, 6	0	1	–	0	✓
5, 7	0	1	–	1	✓
6, 7	0	1	1	–	✓
6, 14	–	1	1	0	✓
9, 11	1	0	–	1	C
7, 15	–	1	1	1	✓
11, 15	1	–	1	1	D
14, 15	1	1	1	–	✓

$\{m_1 \dots m_n\}$	x	y	z	v	
4, 5, 6, 7	0	1	–	–	E
6, 7, 14, 15	–	1	1	–	F

A B C D E F sono tutti gli **implicanti primi** della funzione (non sono stati marcati durante il processo di espansione)

Esercizio 1 (1/4)

- Minimizzare con il metodo di Quine-McCluskey, la rete con quattro ingressi ed una uscita specificata come segue:

  ONSet={0,2,4,5,6,7,8,9,13,15}; DCSet=∅

Soluzione:

- Si considerino i valori degli ingressi delle configurazioni che costituiscono l'ONSet e si ricava:

ONSet={0000,0010,0100,0101,0110,0111,1000,1001,1101,1111}

- che dà origine alla seguente partizione:

ONSet={{0000}{0010,0100,1000}{0101,0110,1001}{0111,1101}{1111}}

Esercizio 1 – I fase (2/4)

Passo 0	Passo 1	Passo 2
0000 (0)~	00-0 (0,2)~	0--0 (0,4,2,6)
0010 (2)~	0-00 (0,4)~	01-- (4,5,6,7)
0100 (4)~	-000 (0,8)	-1-1 (5,7,13,15)
1000 (8)~	0-10 (2,6)~	
0101 (5)~	010- (4,5)~	
0110 (6)~	100- (8,9)	
1001 (9)~	01-0 (4,6)~	
0111 (7)~	01-1 (5,7)~	
1101 (13)~	-101 (5,13)~	
1111 (15)~	011- (6,7)~	
	1-01 (9,13)	
	-111 (7,15)~	
	11-1 (13,15)~	

Tutte le configurazioni che non sono state marcate con il simbolo "~" sono implicanti primi. Si determina così l'elenco completo degli implicanti primi da considerare:

P1	P2	P3	P4	P5	P6
!a!d	!ab	bd	!b!c!d	a!b!c	a!cd
(0,2,4,6)	(4,5,6,7)	(5,7,13,15)	(0,8)	(8,9)	(9,13)

Seconda fase: si considera la tabella implicanti/mintermini e, applicando i tre consueti criteri, viene semplificata.

Esercizio 1 – II fase (3/4)

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	X	X	X		X					
P2			X	X	X	X				
P3				X		X			X	X
P4	X						X			
P5							X	X		
P6								X	X	

P1 e P3 sono essenziali: cancello le righe corrispondenti e i mintermini da essi coperti.

La copertura di f è data da:

C(f)={P1,P3}

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	X	X	X		X					
P2			X	X	X	X				
P3				X		X			X	X
P4	X						X			
P5							X	X		
P6								X	X	

Esercizio 1 - II fase (4/4)

	8	**9**
~~**P4**~~	~~X~~	
P5	X	X
~~**P6**~~		~~X~~

P5 domina P4 e P6 che vengono cancellate.

La copertura di f è data da:

C(f)={P1,P3,P5}

f = P1+P3+P5= !a!d+bd+a!b!c