

(* Studio della deformazione di una trave a sezione circolare in acciaio soggetta a flessione e torsione *)

Quit[]

(* Dati in Kg, cm : Momento flettente, Momento torcente, Modulo di Poisson, Luce , raggio della sezione circolare, modulo di Young, Modulo di elasticità tangenziale, Momento d'inertia, Momento d'inertia polare, angolo specifico di torsione in radianti*)

Mx = 500000;

Mt = 300000;

v = 0.3;

L = 150;

R0 = 5;

E0 = 2100000;

G0 = E0 / (2 * (1 + v))

I0 = N[(Pi * R0^4) / 4]

Ip = N[(Pi * R0^4) / 2]

ϑ1 = Mt / (G0 * Ip)

807692.

490.874

981.748

0.000378334

(* Campo di spostamento soluzione del problema elastico nel riferimento (0, x, y, z) *)

$$u = -v * \frac{Mx}{E0 * I0} * x * y - \vartheta1 * y * z$$

$$v = - \left(v * \frac{Mx}{2 * E0 * I0} * (y^2 - x^2) + \frac{Mx}{2 * E0 * I0} * z^2 \right) + \vartheta1 * x * z$$

$$w = \frac{Mx}{E0 * I0} * y * z$$

$$-0.000145513 x y - 0.000378334 y z$$

$$-0.0000727565 (-x^2 + y^2) + 0.000378334 x z - 0.000242522 z^2$$

$$0.000485044 y z$$

(* Tensore Gradiente di spostamento *)

MatrixForm[

H = {{D[u, x], D[u, y], D[u, z]}, {D[v, x], D[v, y], D[v, z]}, {D[w, x], D[w, y], D[w, z]}}

$$\begin{pmatrix} -0.000145513 y & -0.000145513 x - 0.000378334 z & -0.000378334 y \\ 0.000145513 x + 0.000378334 z & -0.000145513 y & 0.000378334 x - 0.000485044 z \\ 0 & 0.000485044 z & 0.000485044 y \end{pmatrix}$$

(* Tensore Gradiente di deformazione *)

MatrixForm[F = H + IdentityMatrix[3]]

$$\begin{pmatrix} 1 - 0.000145513 y & -0.000145513 x - 0.000378334 z & -0.000378334 y \\ 0.000145513 x + 0.000378334 z & 1 - 0.000145513 y & 0.000378334 x - 0.000485044 z \\ 0 & 0.000485044 z & 1 + 0.000485044 y \end{pmatrix}$$

(* Tensore di deformazione finita di Green-Lagrange *)

MatrixForm[Def = FullSimplify[(1 / 2) * (H + Transpose[H] + Transpose[H].H)]]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} (-0.000291026 y + 2.11741 \times 10^{-8} y^2 + (0.000145513 x + 0.000378334 z)^2) & x (0. + 0. y) + (0. + 0. y) z & 1.0587 \times 10^{-8} \\ 2.75263 \times 10^{-8} x^2 + 2.75263 \times 10^{-8} (-6872.23 + y) y + 3.62782 \times 10^{-8} x z - 9.17543 \times 10^{-8} z^2 & & \end{pmatrix}$$

(* Tensore di deformazione infinitesima *)

MatrixForm[Edef = FullSimplify[(1/2) * (H + Transpose[H])]]

$$\begin{pmatrix} -0.000145513y & 0.x + 0.z & -0.000189167y \\ 0.x + 0.z & -0.000145513y & 0.000189167x + 0.z \\ -0.000189167y & 0.000189167x + 0.z & 0.000485044y \end{pmatrix}$$

(* Tensore di deformazione infinitesima calcolato nel punto di coordinate $x=R0/\sqrt{2}$,

$y=R0/\sqrt{2}$, $z=L/2$ *)

MatrixForm[P = Edef /. {x → R0/√2, y → R0/√2, z → L/2}]

$$\begin{pmatrix} -0.000514466 & 0. & -0.000668806 \\ 0. & -0.000514466 & 0.000668806 \\ -0.000668806 & 0.000668806 & 0.00171489 \end{pmatrix}$$

(* Coefficiente di Variazione Volumetrica *)

cv = (Edef[[1, 1]] + Edef[[2, 2]] + Edef[[3, 3]]) /. {x → R0/√2, y → R0/√2, z → L/2}

0.000685955

(* Deformazioni principali *)

Eigenvalues[P]

{0.0020621, -0.000861675, -0.000514466}

(* Matrice delle direzioni principali di deformazione =

Matrice di rotazione dalla base (x,y,z) alla base principale (nI,nII,nIII) *)

MatrixForm[Q = Eigenvectors[P]]

$$\begin{pmatrix} -0.243674 & 0.243674 & 0.938747 \\ 0.663795 & -0.663795 & 0.344606 \\ 0.707107 & 0.707107 & 0. \end{pmatrix}$$

(* Scorrimento tra gli assi y e z *)

γ₂₃ = 2 * P[[2, 3]]

0.00133761

(* Angolo θ a seguito della deformazione *)

((Pi/2) - 2 * P[[2, 3]])

1.56946

(* Scrittura del tensore di deformazione infinitesima nella base principale *)

MatrixForm[Q.P.Transpose[Q]]

$$\begin{pmatrix} 0.0020621 & -4.33681 \times 10^{-19} & -5.42101 \times 10^{-20} \\ -5.42101 \times 10^{-19} & -0.000861675 & -5.42101 \times 10^{-20} \\ -3.73371 \times 10^{-20} & -4.57862 \times 10^{-20} & -0.000514466 \end{pmatrix}$$