

Corso di Calcolatori Elettronici I

A.A. 2011-2012

Macchine sequenziali

Lezione 15

Prof. Antonio Pescapè

Università degli Studi di Napoli Federico II
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica



Automa a Stati Finiti (ASF)

- E' una prima astrazione di macchina "dotata di memoria" che esegue algoritmi
 - Introduce il concetto fondamentale di "**STATO**" che informalmente può essere definito come una particolare condizione della macchina, in conseguenza del quale la macchina reagisce con una determinata "uscita" ad un determinato "ingresso"
 - Poiché l' uscita dipende anche dallo *stato*, l' ASF è un automa intrinsecamente dotato di una *memoria interna* che può quindi *influenzare le risposte date dall' automa* anche a parità di dati d' ingresso
 - Esempio: riconoscitore di sequenza
-

Modello di Automa a Stati Finiti

- Un ASF è una quintupla $\langle Q, I, U, t, w \rangle$ dove:
 - Q : insieme finito di stati interni $q \in Q$
 - I : insieme finito di ingressi $i \in I$
 - U : insieme finito di uscite $u \in U$
 - t : funzione di transizione
 - $t: Q \times I \rightarrow Q$
 - w : funzione di uscita
 - $w: Q \times I \rightarrow U$ MODELLO ASF DI MEALY
 - $w: Q \rightarrow U$ MODELLO ASF DI MOORE
-

Significato delle funzioni t e w

- Funzione stato prossimo t
 - Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso la funzione t associa uno stato futuro, se specificato:
$$t : Q \times I \rightarrow Q$$
 - Funzione d'uscita w
 - Genera il simbolo d'uscita
 - Macchine di Mealy. L'uscita dipende sia dallo stato sia dall'ingresso:
$$w : Q \times I \rightarrow U$$
 - Macchine di Moore. L'uscita dipende solamente dallo stato:
$$w : Q \rightarrow U$$
-

Tabella degli stati

- Una macchina sequenziale può essere descritta mediante la **Tabella degli stati**
 - Indici di colonna sono i simboli di ingresso $i \in I$
 - Indici di riga sono i simboli di stato $q \in Q$ che indicano lo stato presente
 - Elementi sono:
 - Macchine di Mealy: La coppia $\{q', u\}$:
 - $q' = t(i, q)$ è il simbolo stato prossimo
 - $u = w(i, q)$ è il simbolo di uscita
 - Macchine di Moore: Il simbolo stato prossimo q' :
 - $q' = t(i, q)$ è il simbolo stato prossimo
 - Nelle macchine di Moore i simboli d'uscita sono associati allo stato presente
-

Tabella degli stati

- Macchine di Mealy

i_1	i_2	..
S_j^{t+1} / u_j	S_k^{t+1} / u_k
S_m^{t+1} / u_m	S_l^{t+1} / u_l
....

- Macchine di Moore

i_1	i_2	..	
S_j^{t+1}	S_k^{t+1}	u_1
S_m^{t+1}	S_l^{t+1}	u_2
....

Rappresentazione grafica di un ASF

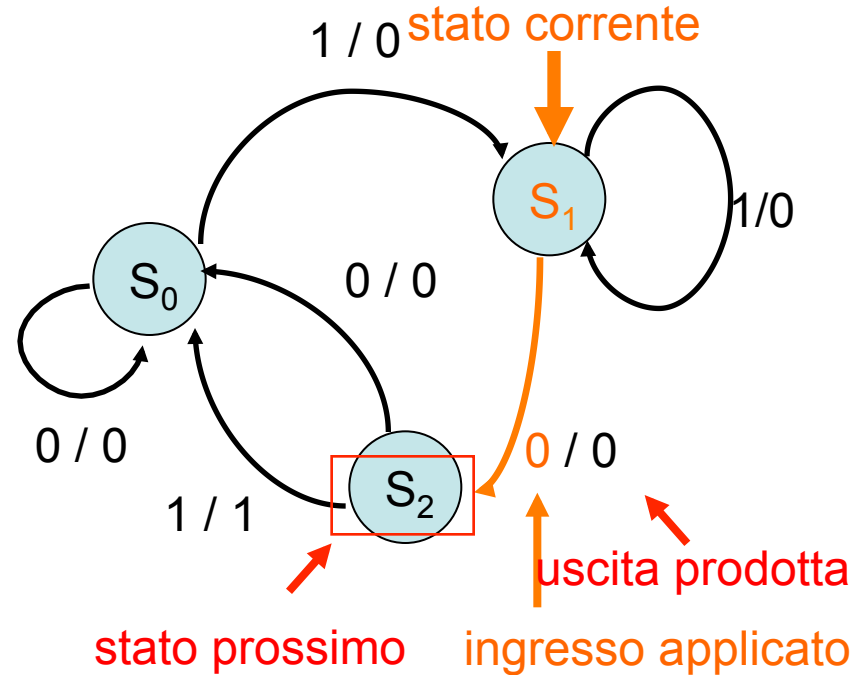
- E' possibile rappresentare graficamente un ASF mediante un **grafo** detto *diagramma degli stati*
 - *Stato: rappresentato da un nodo (cerchio)*
 - *Transizione: rappresentata da un arco orientato (freccia)*
 - *Ciascun arco viene etichettato con l'ingresso che causa la transizione e la conseguente uscita, separati da un simbolo (/)*
 - *Se l'uscita non è specificata, può essere indicata con il simbolo “-”*
-

Diagramma degli stati

- Spesso, la stesura della *Tabella degli stati* è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata *Diagramma degli stati*
 - Il Diagramma degli stati è un *grafo orientato* $G(V,E,L)$
 - V - Insieme dei *nodi*
 - Ogni nodo rappresenta uno stato
 - Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
 - E - Insieme degli *archi*
 - Ogni arco rappresenta le transizioni di stato
 - L - Insieme degli:
 - Ingressi e Uscite (macchine di Mealy)
 - Ingressi (macchine di Moore)
-

Grafo degli stati

- Grafo degli stati
 - ogni nodo corrisponde ad uno stato
 - ogni transizione (arco) indica il prossimo stato in corrispondenza di un determinato ingresso
 - Mealy: uscita associata all' arco
 - Moore: uscita associata al nodo (stato)



ad esempio, trovandosi nello stato S_1 , nel caso sia applicato il valore di ingresso 0 , la macchina si posta nel nuovo stato S_2 producendo come uscita il valore 0

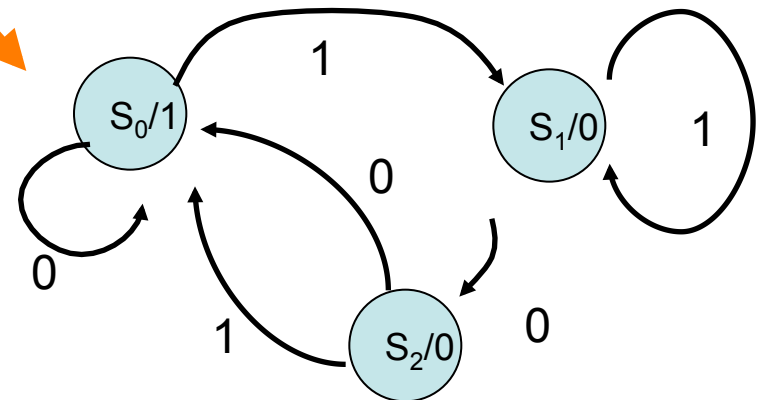
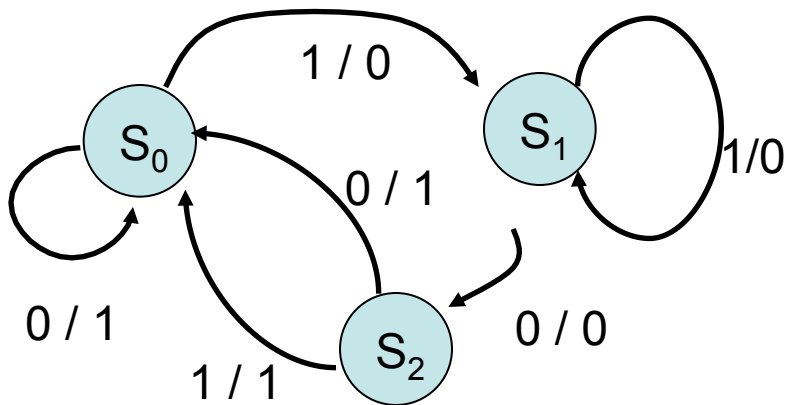
Tabelle e grafi degli stati

	0	1
S_0	$S_0/1$	$S_1/0$
S_1	$S_2/0$	$S_1/0$
S_2	$S_0/1$	$S_0/1$

Mealy

	0	1	U
S_0	S_0	S_1	1
S_1	S_2	S_1	0
S_2	S_0	S_0	0

Moore



Esempio – Macchina di Mealy

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

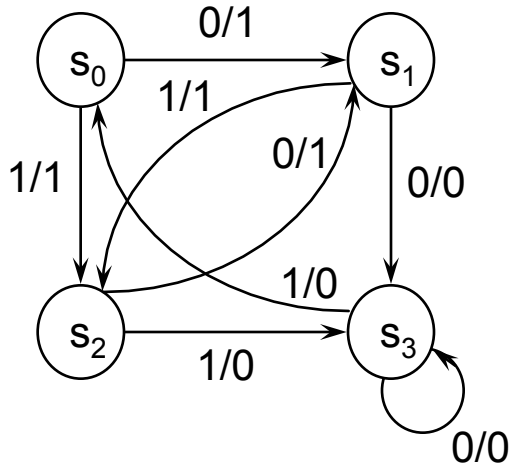


Tabella degli stati

	0	1
S_0	$S_1/1$	$S_2/1$
S_1	$S_3/0$	$S_2/1$
S_2	$S_1/1$	$S_3/0$
S_3	$S_3/0$	$S_0/0$

Esempio – Macchina di Moore

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

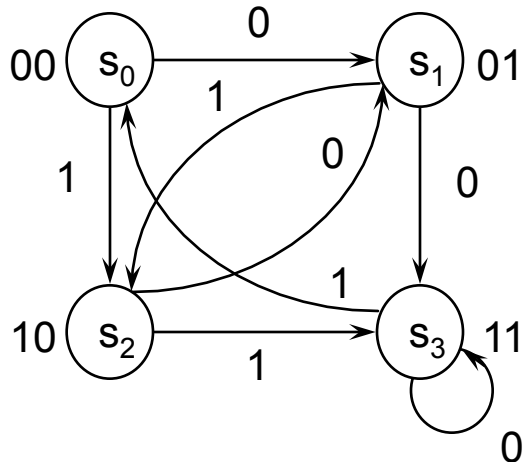


Tabella degli stati

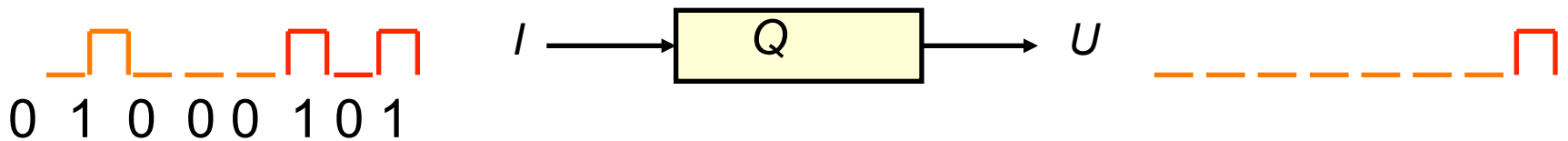
	0	1	U
S ₀	S ₁	S ₂	00
S ₁	S ₃	S ₂	01
S ₂	S ₁	S ₃	10
S ₃	S ₃	S ₀	11

Macchine sequenziali

- Le macchine sequenziali sono realizzazioni di automi a stati finiti in cui i valori di I, U e Q sono codificati in binario
 - Problema della tempificazione: in corrispondenza di quali eventi avvengono le transizioni di stato ?
 - Esistono diversi modelli realizzativi di macchine sequenziali che differiscono per il modo con cui viene risolto il problema della tempificazione
-

Esempio

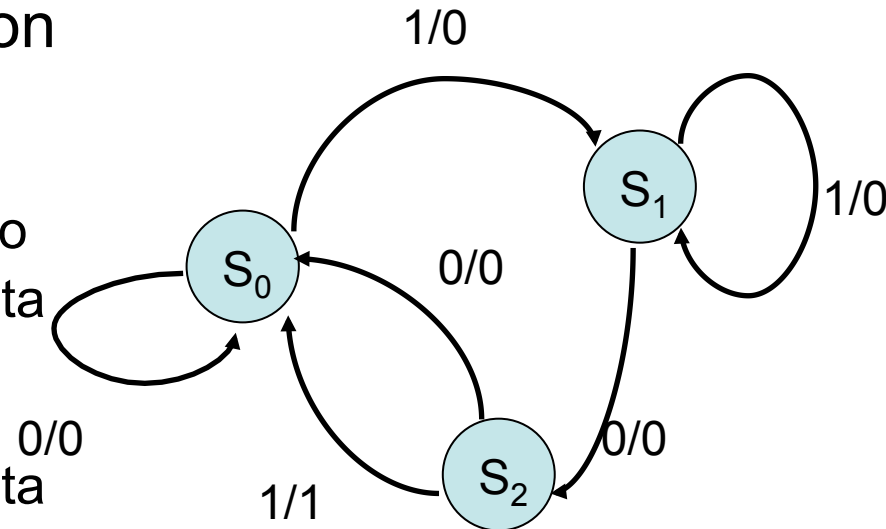
- Vogliamo realizzare una macchina in grado di riconoscere la sequenza 101
 - la macchina avrà un ingresso I su cui arriva una sequenza di 1 o 0
 - una uscita U che si alza solo quando in ingresso è appena arrivata una sequenza **101**



Esempio

- Potremmo usare una macchina a stati finiti con tre stati S_0 , S_1 , S_2 con i seguenti significati

- S_0 è lo stato in cui non è stato riconosciuto ancora niente in ingresso
- S_1 è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta una sequenza di un bit uguale a “1”
- S_2 è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta la sequenza “10”. A questo punto, se arriva un ‘1’ si sarà riconosciuta la sequenza “101”, se arriva ‘0’ non si è riconosciuto niente. In ogni caso, si ritorna in S_0 , ma con uscite diverse a seconda che si sia riconosciuta o meno la sequenza

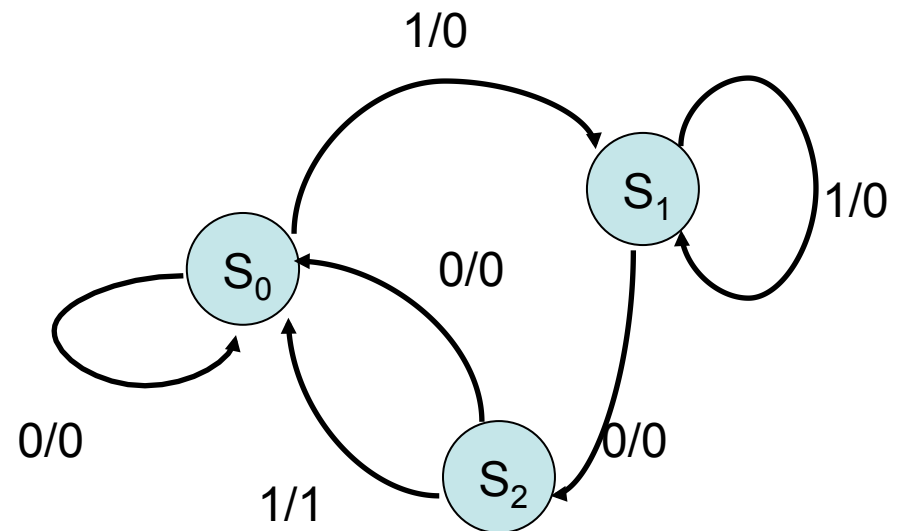


Esempio

Automa in grado di riconoscere la sequenza in ingresso **101**

	0	1
S₀	S ₀ /0	S ₁ /0
S₁	S ₂ /0	S ₁ /0
S₂	S ₀ /0	S ₀ /1

descrizione tramite tabella

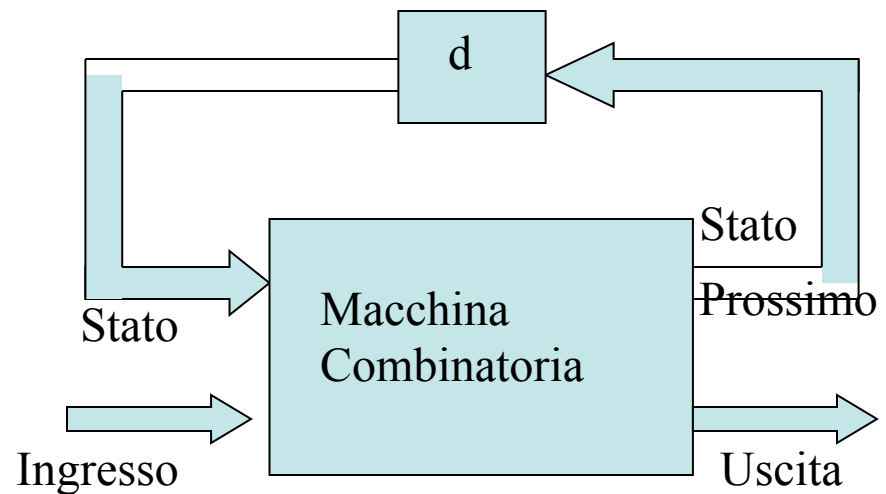


descrizione tramite grafo

Modello fondamentale

*Una Macchina Sequenziale
può essere realizzata con:*

- Una macchina Combinatoria
- Un ritardo

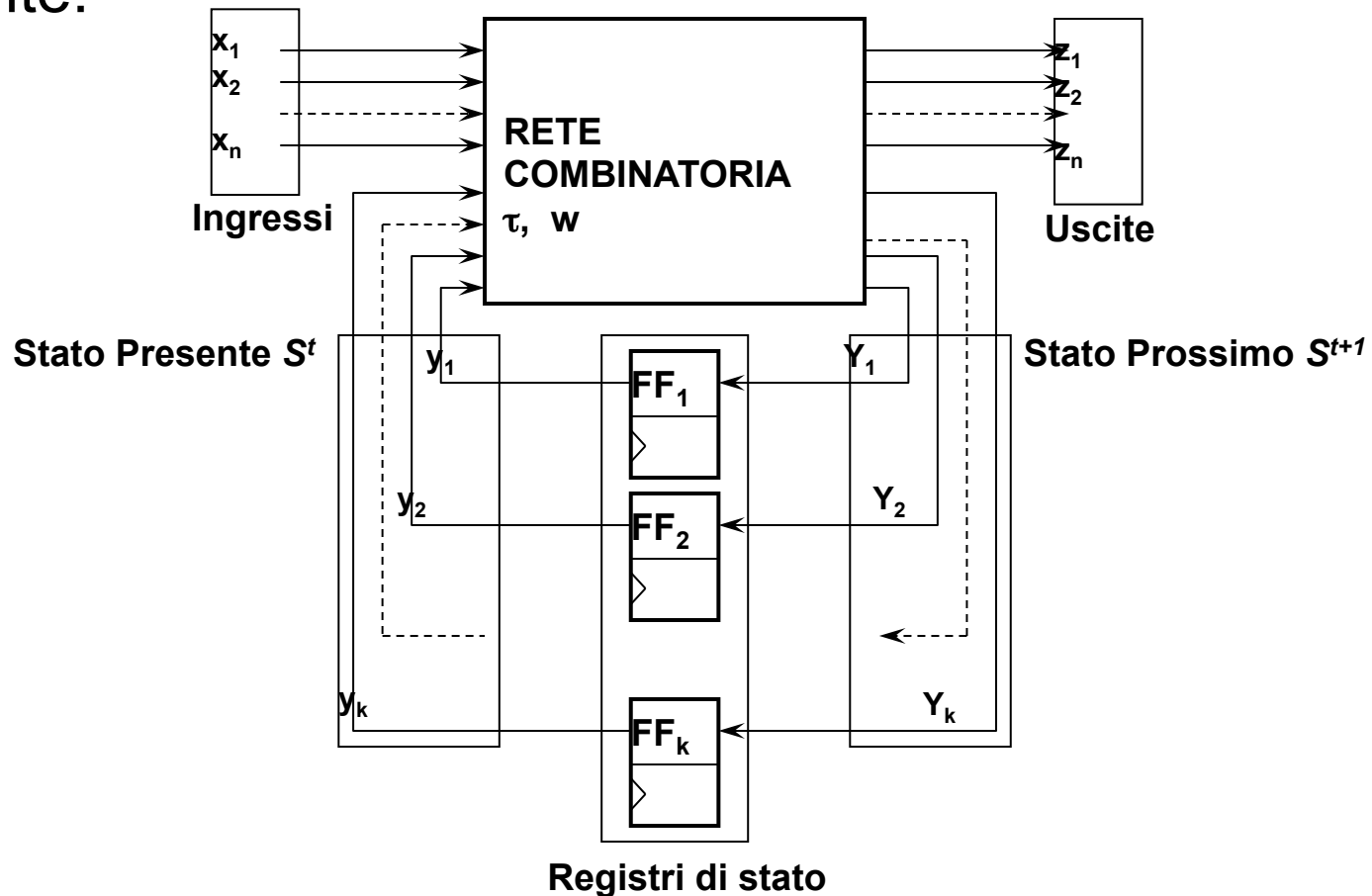


Le Parti della Macchina

- L'ingresso della macchina combinatoria è l'ingresso della macchina sequenziale *più* l'uscita del ritardo (lo stato precedente).
 - L'uscita della macchina combinatoria è l'uscita della macchina sequenziale *più* il prossimo stato della macchina.
-

Macchina Sequenziale: architettura generale

La struttura generale di una macchina sequenziale è la seguente:



Il concetto di stato (1/2)

- Le uscite di un circuito sequenziale dipendono da tutta la storia degli ingressi
 - Questo aspetto viene formalizzato grazie al concetto di **stato**
 - Lo *stato* di un circuito sequenziale:
 - E' un insieme di *variabili di stato*
 - Contiene tutta l'informazione necessaria a descrivere il *comportamento passato* del circuito
 - Contiene tutta l'informazione necessaria a definire il *comportamento futuro* del circuito
-

Il concetto di stato (2/2)

- Il concetto di stato è legato al concetto di tempo discreto
 - Lo stato di un circuito deve essere aggiornato ad ogni istante del tempo discreto, ovvero ad ogni **ciclo di clock**
 - Lo stato di un circuito ad un dato istante t_k dipende:
 - dagli ingressi all'istante t_k
 - dallo stato precedente, ovvero dallo stato al tempo t_{k-1}
 - Lo stato di un circuito deve essere pertanto memorizzato
 - Come detto, per tale scopo si utilizzano degli elementi di memoria detti *bistabili* (vedi architettura generale)
-

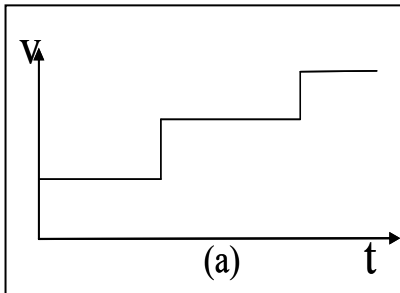
Elementi Bistabili

- Come detto, lo stato di un circuito deve essere memorizzato. A tale scopo si utilizzano degli elementi di memoria detti *bistabili*.
 - Il termine *bistabili* deriva dal fatto che tali elementi possono assumere solo due valori: 0 e 1
 - Esistono diversi tipi di bistabili che differiscono per il numero di ingressi e per il comportamento
 - I flip-flop vengono utilizzati sia come elemento fondamentale per la costituzione dei registri sia come elemento ausiliario per la costruzione di macchine sequenziali più complesse.
-

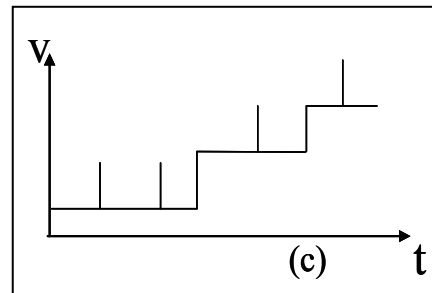
Livelli ed impulsi

- Un valore astratto in una sequenza può essere
 - **Impulsivo**, se la sua durata è idealmente nulla
 - **A livelli**, se non impulsivo
- Di conseguenza una sequenza può essere:
 - **Impulsiva**, se contiene valori impulsivi
 - **A livelli**, se contiene solo valori a livelli

Sequenza a livelli



Sequenza impulsiva



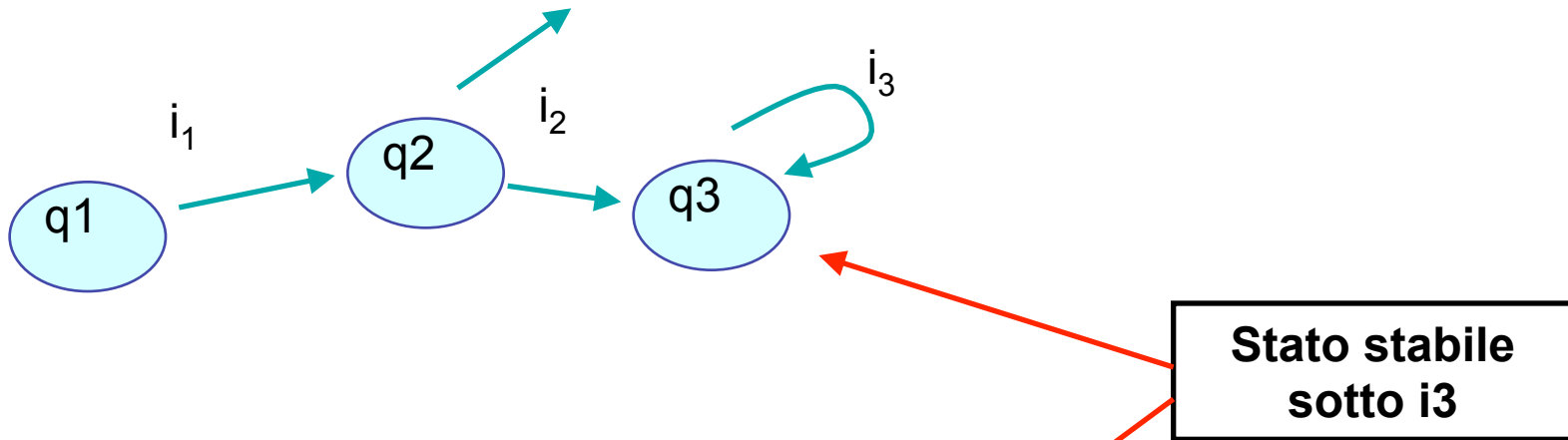
Stati stabili sotto un ingresso

- Una macchina con *ingressi a livelli* ha uno **stato stabile** q sotto un ingresso i se

$$\tau(q, i) = q \quad (\tau \text{ funzione prossimo stato})$$

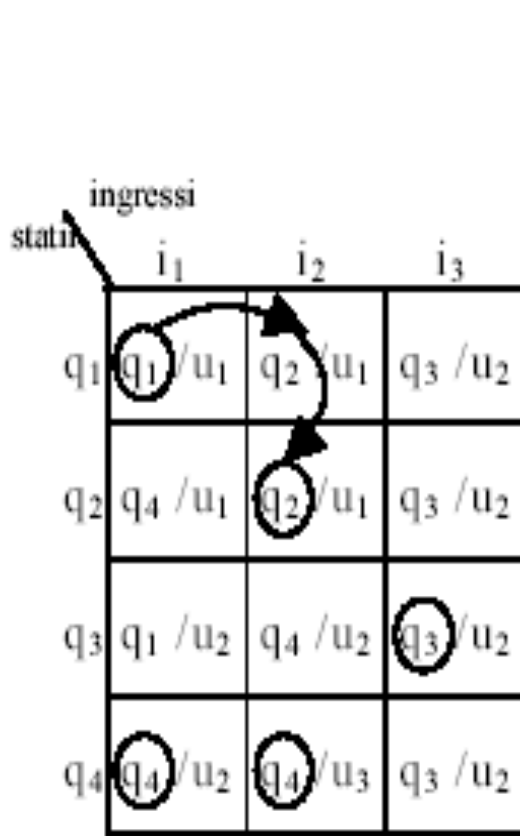
- In altre parole, applicando in maniera continua l'ingresso i la macchina permane nello stato q
 - Se partendo da qualsiasi stato ed applicando qualsiasi ingresso è sempre possibile arrivare in uno stato stabile, la macchina si dice **asincrona**
-

Stati stabili

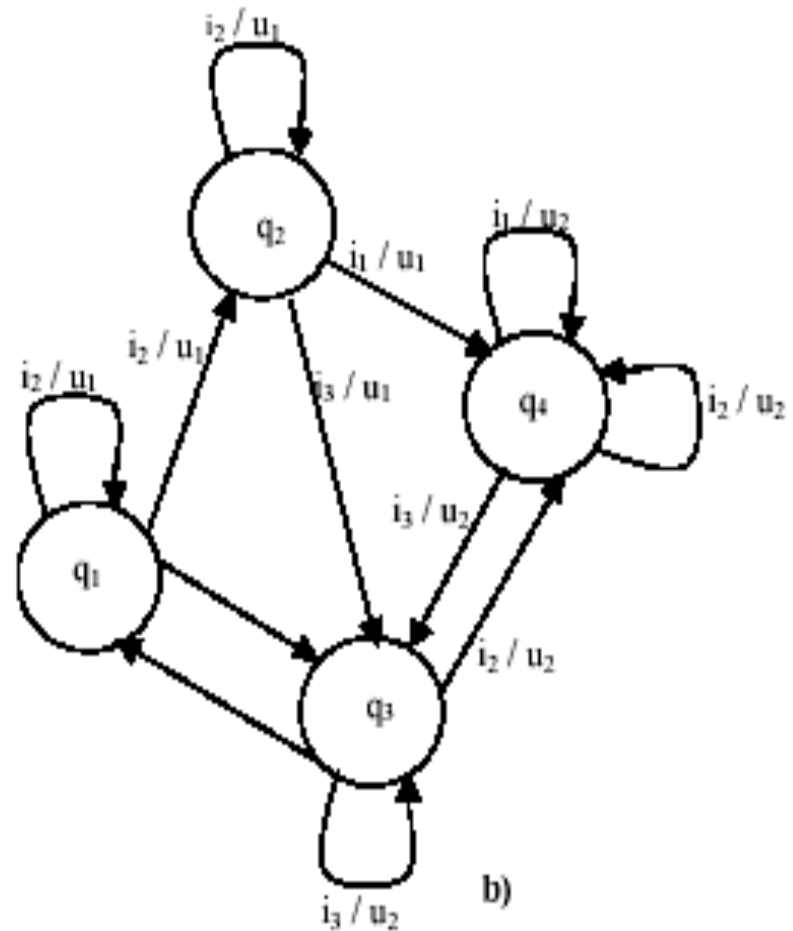


	i_1	i_2	i_3	...
q1	q2
q2	...	q3
q3	q3	...
...

Macchina Asincrona



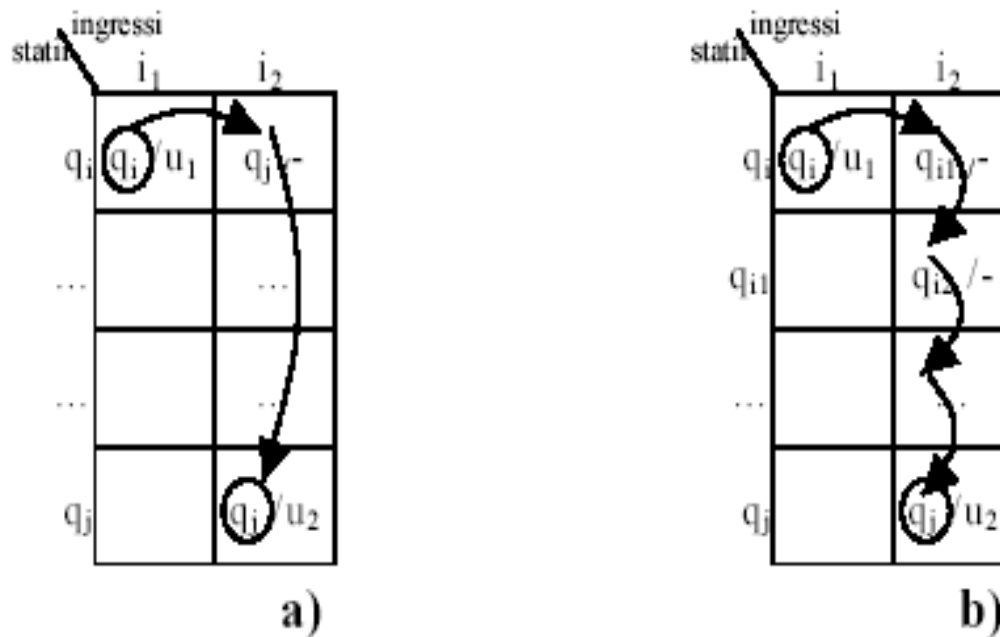
a)



b)

Macchina Asincrona

Una macchina con sequenze di ingressi a livelli funziona solo se è asincrona.



*Schema di transizioni in macchine asincrone:
a) transizione diretta; b) transizione con cicli*

Macchine asincrone

	i_1	i_2	i_3
q1	q1	q2	q3
q2	q4	q2	q3
q3	q1	q4	q3
q4	q4	q4	q3

La macchina è asincrona: partendo da qualsiasi stato ed applicando una qualsiasi sequenza fissa in ingresso si perviene ad uno stato stabile. Es.:

Partendo da $q1$ ed applicando i_2 si arriva e rimane in $q2$ (purché i_2 sia applicato per un tempo sufficiente a far arrivare la macchina nello stato $q2$)

Macchine asincrone

Applicando una sequenza di due ingressi in una macchina asincrona, la transizione tra uno stato stabile e l'altro avviene mediante una transizione orizzontale e poi k transizioni verticali verso lo stato stabile (**ciclo lungo k**)

	i_1	i_2	i_3
q1	q1	q2	q3
q2	q4	q2	q3
q3	q1	q4	q3
q4	q4	q4	q3

L'unica condizione necessaria a garantire il passaggio da uno stato stabile ad un nuovo stato stabile noto è che il nuovo ingresso sia applicato **per un tempo sufficiente** a permettere la transizione attraverso gli stati intermedi

Le uscite possono essere assegnate ai soli stati stabili
