

Idraulica

Parete piana e manometri

armando carravetta

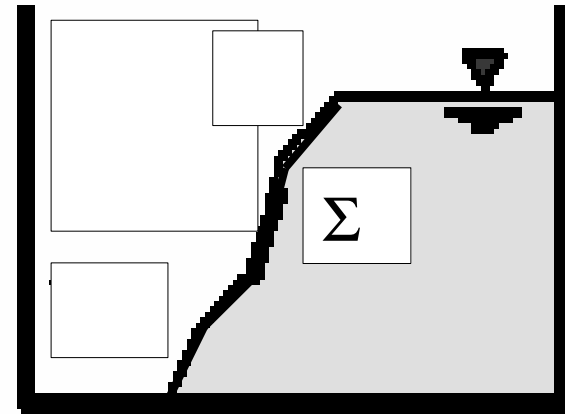
Definizione della spinta idrostatica

- La spinta idrostatica agente su di una generica superficie Σ è definita come l'intergrale su tale superficie degli sforzi di pressione

$$\bar{S} = \int_{\Sigma} p \cdot \bar{n} d\sigma$$

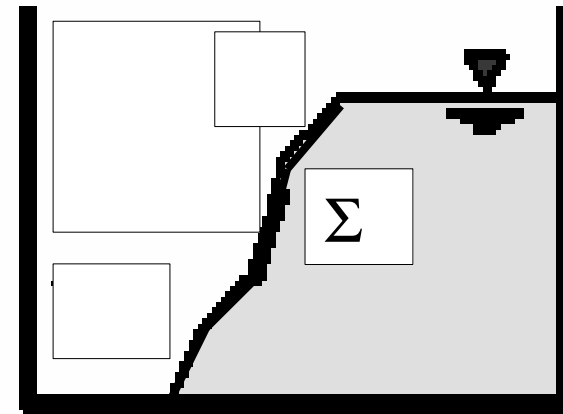
- La legge di Stevino ci consente facilmente di determinare l'andamento delle pressioni nel liquido

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$



Definizione della spinta idrostatica

- L'integrale non è di immediata soluzione se la parete risulta di forma articolata come in figura



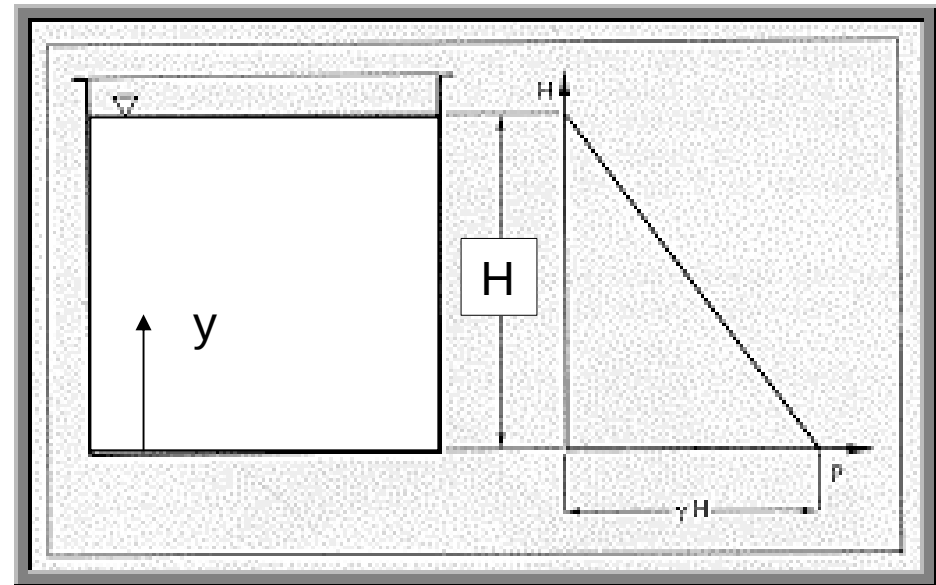
- In questi casi si utilizzerà per la determinazione della spinta uno strumento più efficace
- Viceversa la soluzione per integrazione diretta è molto vantaggiosa nel caso di parete piana

Parete piana rettangolare

- La legge di Stevino ci mostra come la pressione in ciascun punto lungo una parete piana verticale si incrementi linearmente con l'affondamento :

$$p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

- La spinta è ortogonale alla parete perchè comune alle pressioni
- Il modulo è facilmente determinabile anche in presenza di stratificazioni



Parete rettangolare verticale

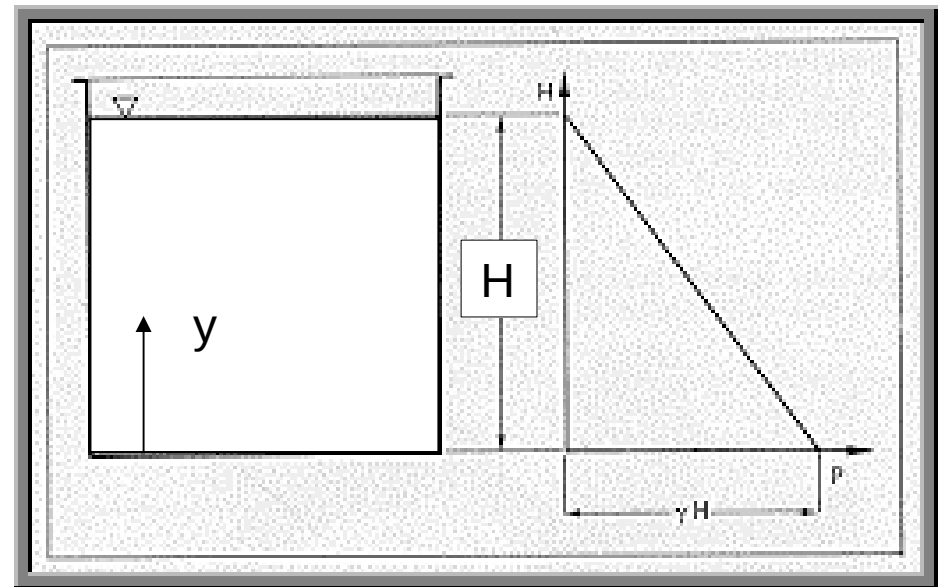
Unico liquido

- Il modulo della spinta si ricava per integrazione:

$$S = \int_0^H -\rho g (H - y) B dy = \rho g B \frac{H^2}{2}$$

- La spinta può porsi pari

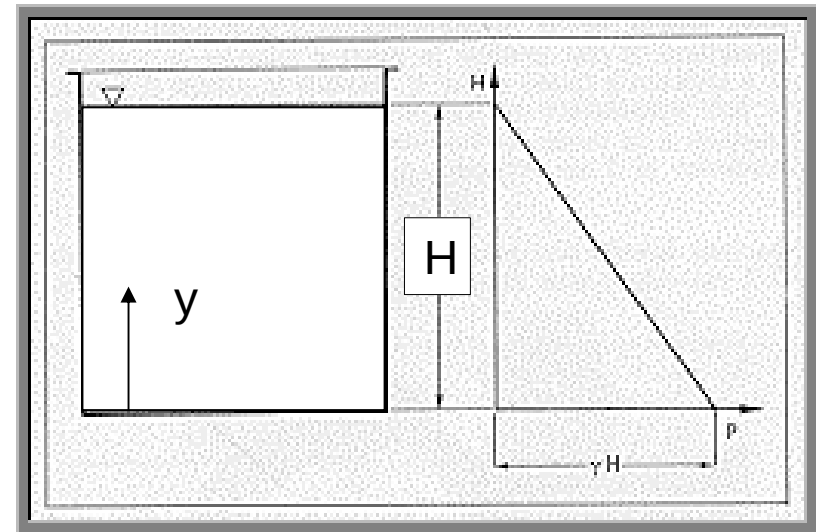
$$S = B H p_g = A p_g$$



Parete rettangolare verticale

Unico liquido

- La spinta per unità di larghezza della parete è anche rappresentata dall'integrale del diagramma di pressioni
- Di conseguenza è immediato verificare che il centro di spinta, intersezione della spinta con la parete è allineato con il baricentro del diagramma delle pressioni



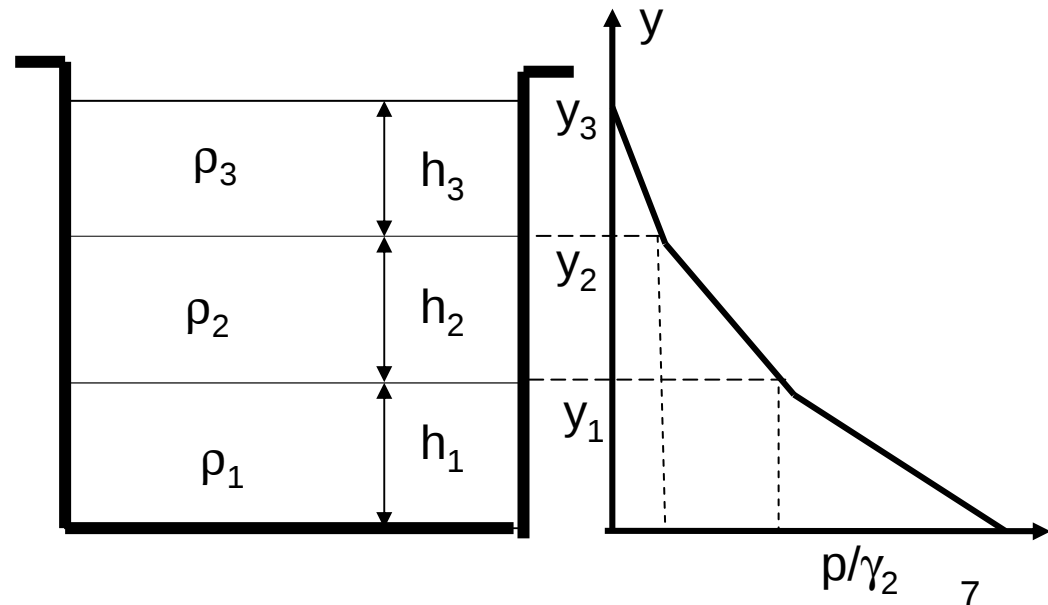
Parete rettangolare verticale

Liquidi stratificati

- Il modulo della spinta di ricava per integrazione sulle parti di parete lambite da ciascun liquido:

$$S = \int_0^H p(y) B dy = B \left[\int_0^{y_1} p(y) dy + \int_{y_1}^{y_2} p(y) dy + \int_{y_2}^{y_3} p(y) dy \right]$$

- Tale integrale risulta di semplice soluzione per la semplice forma del diagramma di pressione

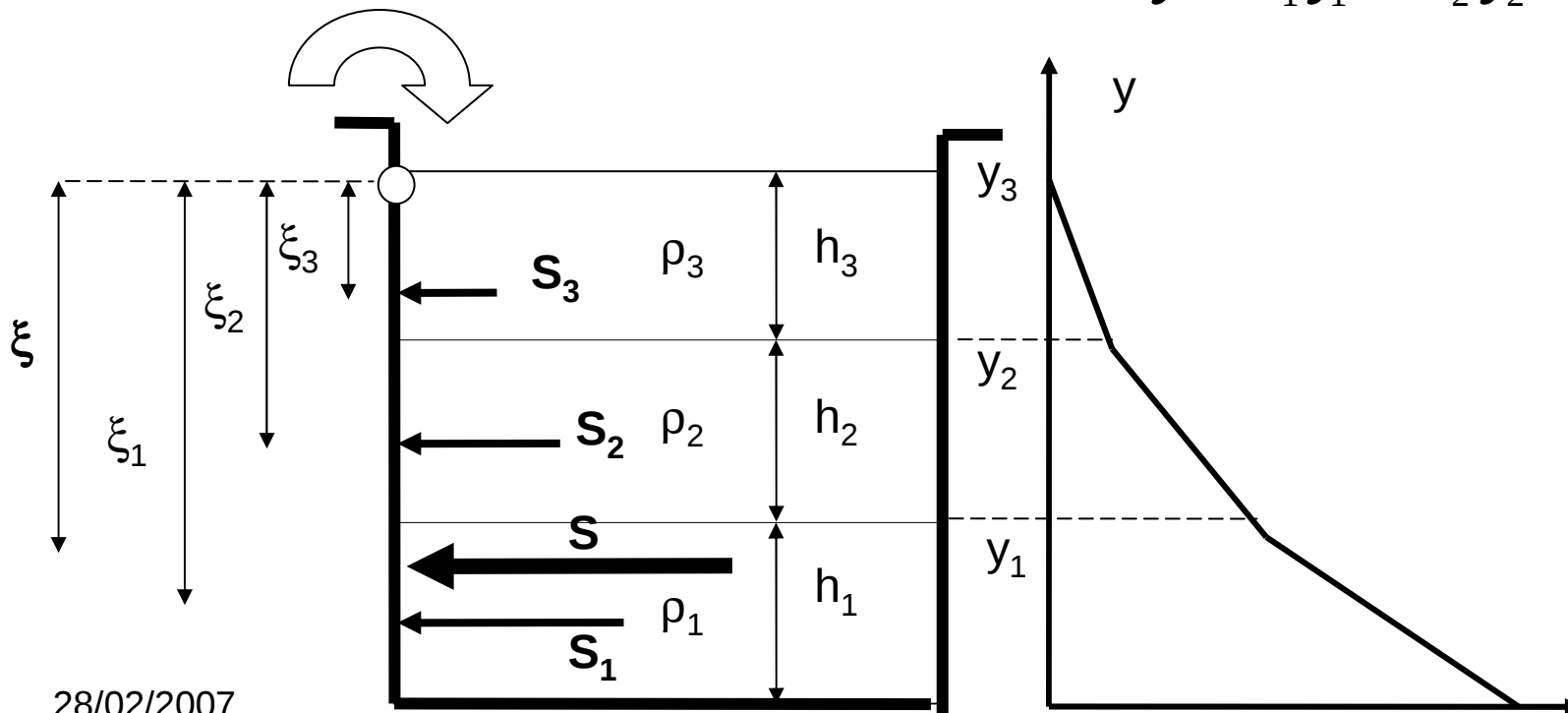


Parete rettangolare verticale

Liquidi stratificati

- Il centro di spinta può calcolarsi in quanto la spinta totale deve risultare equivalente anche in termini di momento, rispetto ad un generico polo, al sistema di pressioni agenti sulla parete

$$S\xi = S_1\xi_1 + S_2\xi_2 + S_3\xi_3$$



Parete orizzontale

- Il modulo della spinta si calcola conoscendo la pressione nel baricentro della parete:

$$S = A p_g = \rho g H A$$

- Tale pressione può essere calcolata in maniera semplice anche nel caso di più fluidi sovrapposti
- La spinta è diretta verso il basso
- Dal momento che la pressione è costante, il centro di spinta passa per il baricentro della parete

Spinta su parete piana inclinata

superficie su piano inclinato

retta di sponda

piano dei carichi idrostatici

baricentro

Centro di spinta

Verticale

α

x

y

x_G

y_G

h

h_G

dS

dA

S

C

G

ξ

η

$$d\bar{S} = p \cdot \bar{n} \cdot dA$$

$$\bar{S} = \int_A d\bar{S} = \int_A p \cdot \bar{n} \cdot dA = \bar{n} \cdot \int_A \gamma \cdot h \cdot dA$$

Modulo della spinta

$$S = \int_A \gamma \cdot x \cdot \sin(\alpha) \cdot dA = \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x \cdot dA = \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot x_G \cdot A = \gamma \cdot h_G \cdot A = p_G \cdot A$$

Centro di spinta: devo definire le coordinate ξ e η ; calcolo l'equilibrio dei momenti rispetto agli assi x e y

$$S \cdot \xi = \int_A p \cdot x \cdot dA = \int_A \gamma \cdot h \cdot x \cdot dA = \int_A \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot x^2 \cdot dA$$

$$\xi = \frac{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x^2 \cdot dA}{S} = \frac{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x^2 \cdot dA}{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x \cdot dA} = \frac{I}{M}$$

$$S \cdot \eta = \int_A p \cdot y \cdot dA = \int_A \gamma \cdot h \cdot y \cdot dA = \int_A \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot x \cdot y \cdot dA$$

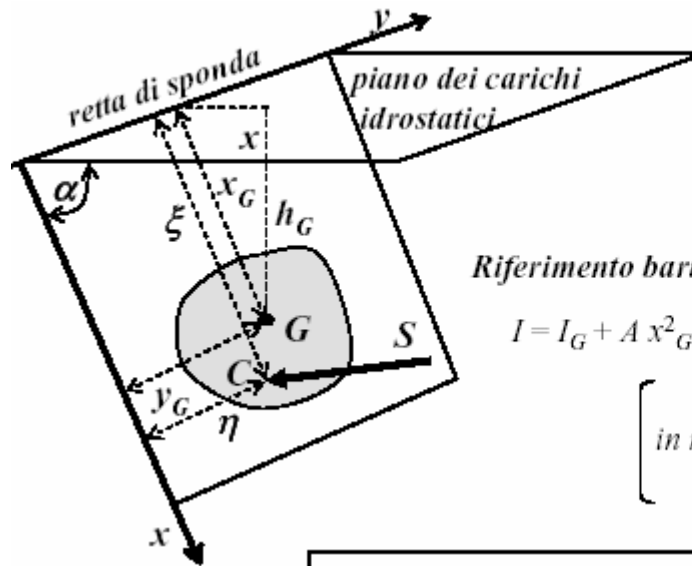
$$\eta = \frac{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x \cdot y \cdot dA}{S} = \frac{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x \cdot y \cdot dA}{\gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot \int_A x \cdot dA} = \frac{I_{xy}}{M}$$

$$S = p_G \cdot A$$

$$\xi = \frac{I}{M} \quad \eta = \frac{I_{xy}}{M}$$

s15

Spinta su parete piana inclinata



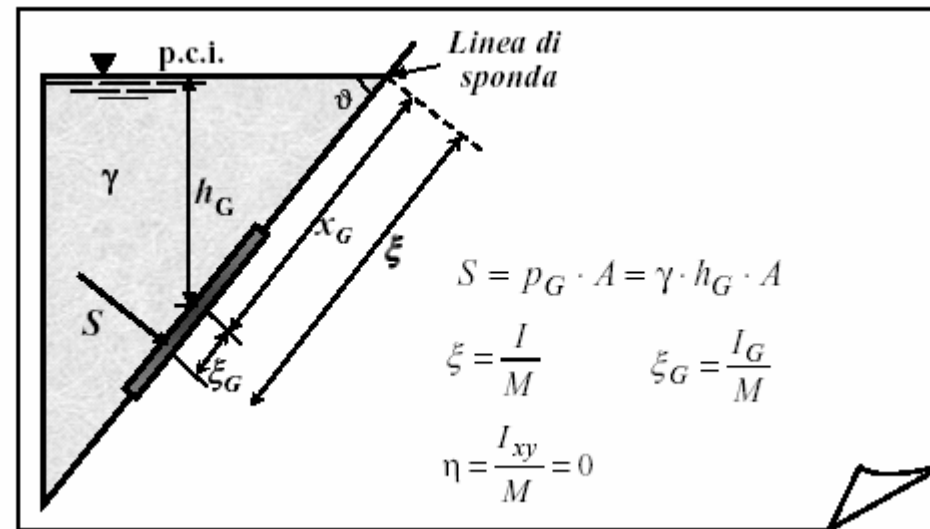
Note:

- la posizione di C non dipende da α
- η si annulla se l'asse x (di max pendenza del piano) è di simmetria per A (situazione tipica)
- C è sempre più distante del baricentro dalla retta di sponda.

Riferimento baricentrico

$$I = I_G + A x_G^2 \Rightarrow (\text{con } I_G / x_G A > 0) \quad \xi = \frac{I_G}{M} + \frac{A \cdot x_G^2}{A \cdot x_G} = x_G + \frac{I_G}{M}$$

$$\left[\text{in maniera analoga} \quad \eta = \frac{I_{xyG}}{M} + \frac{A \cdot x_G \cdot y_G}{A \cdot x_G} = y_G + \frac{I_{xyG}}{M} \right]$$



$$S = p_G \cdot A = \gamma \cdot h_G \cdot A$$

$$\xi = \frac{I}{M} \quad \xi_G = \frac{I_G}{M}$$

$$\eta = \frac{I_{xy}}{M} = 0$$

s16

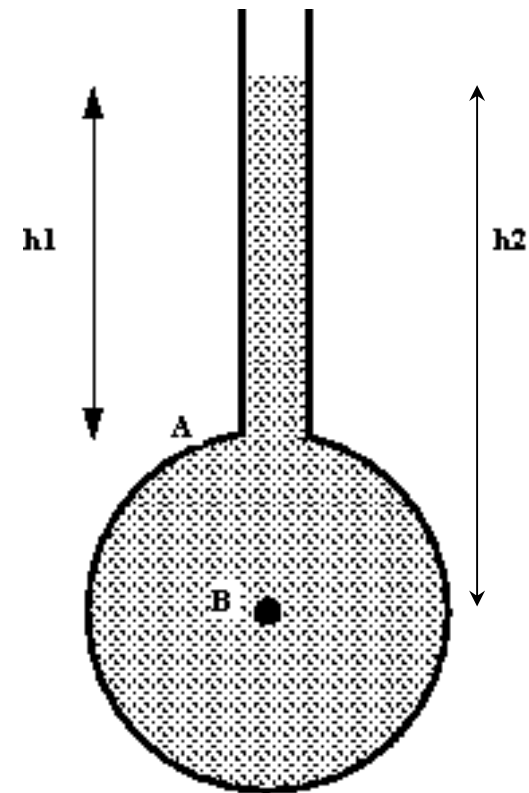
Piezometro

- Un piezometro è uno strumento in grado di misurare la pressione in un fluido
- L'acqua risale nel piezometro fino al piano dei carichi idrostatici

$$h_1 = \frac{p_1}{\gamma}$$

- Se le pressioni sono distribuite con legge idrostatica

$$h_2 = \frac{p_2}{\gamma}$$

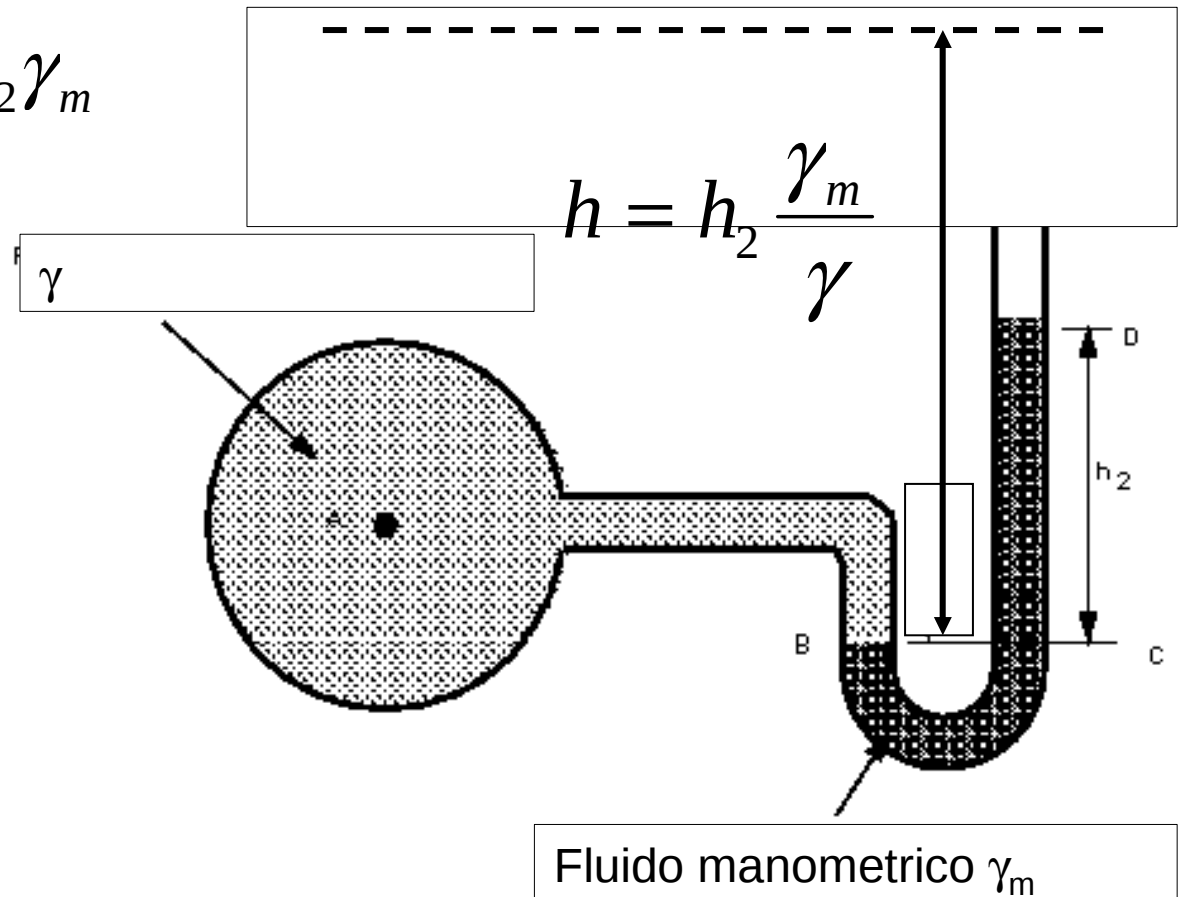


Manometro semplice

- Per misurare valori di pressione elevati può convenire utilizzare il manometro semplice in cui il fluido manometrico è il mercurio

$$p_B = p_c = h_2 \gamma_m$$

- Da cui si trae l'affondamento del menisco dal piano dei carichi idrostatici



Manometro differenziale

- In molti casi interessa la sola differenza di quota piezometrica

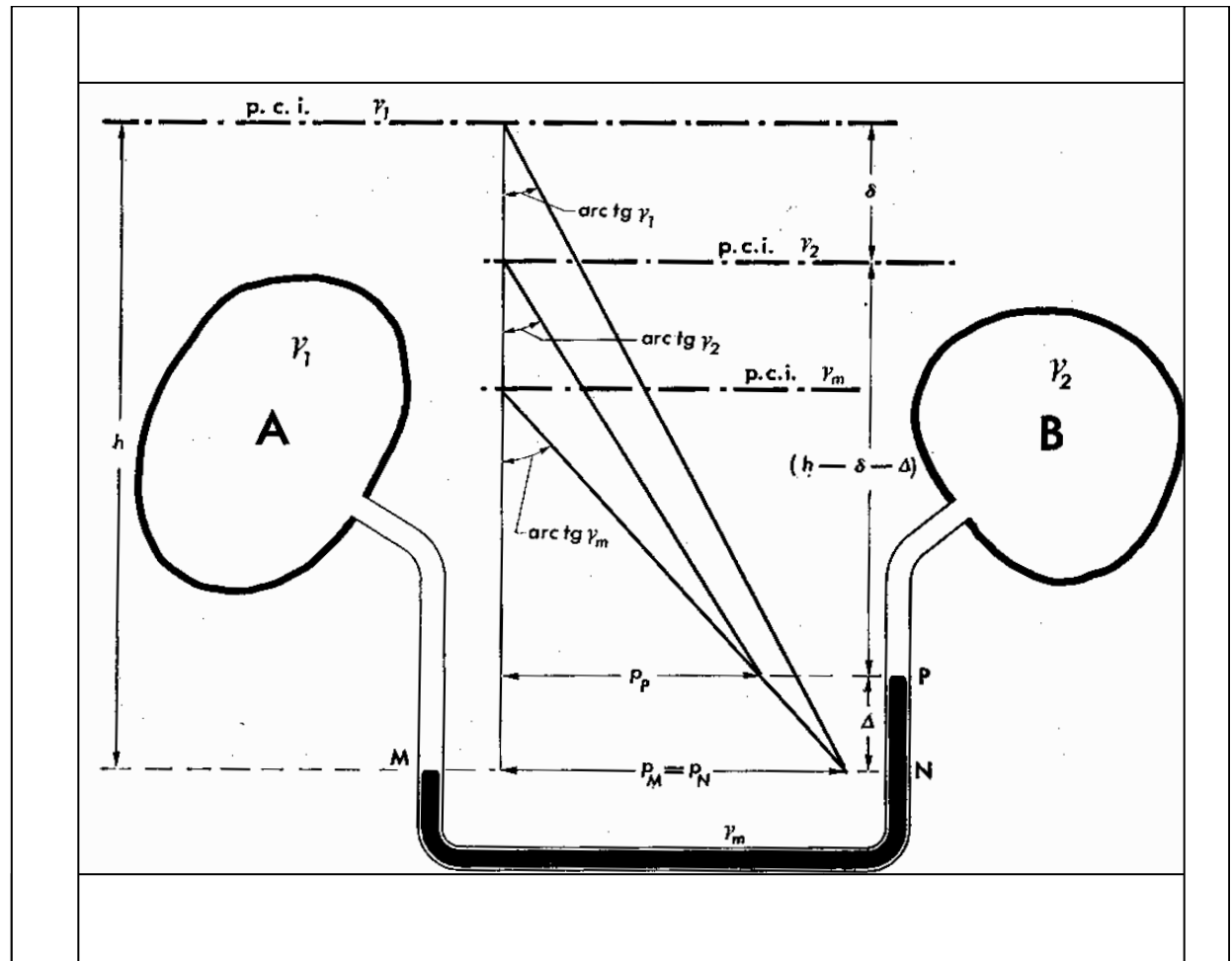
$$p_M = \gamma_1 h$$

$$p_M = p_N \quad \gamma_1 h = \gamma_2 (h - \delta - \Delta) + \gamma_m \Delta$$

$$\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma_2}{\gamma_2} + h \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1}$$

$$\text{se } \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$$

$$\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}$$



Manometro rovescio

- Per misurare piccole differenze di quota piezometrica si usa liquido manometrico più leggero

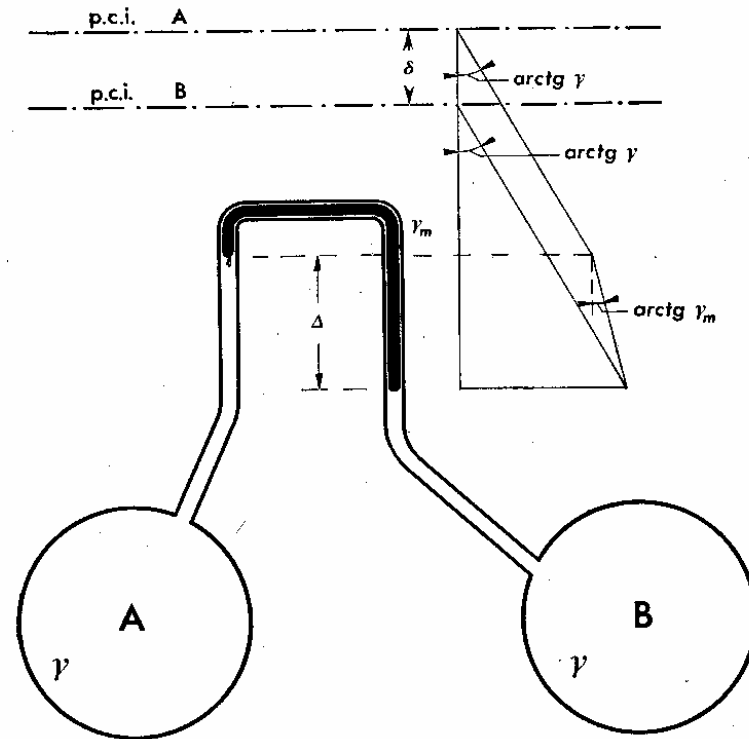
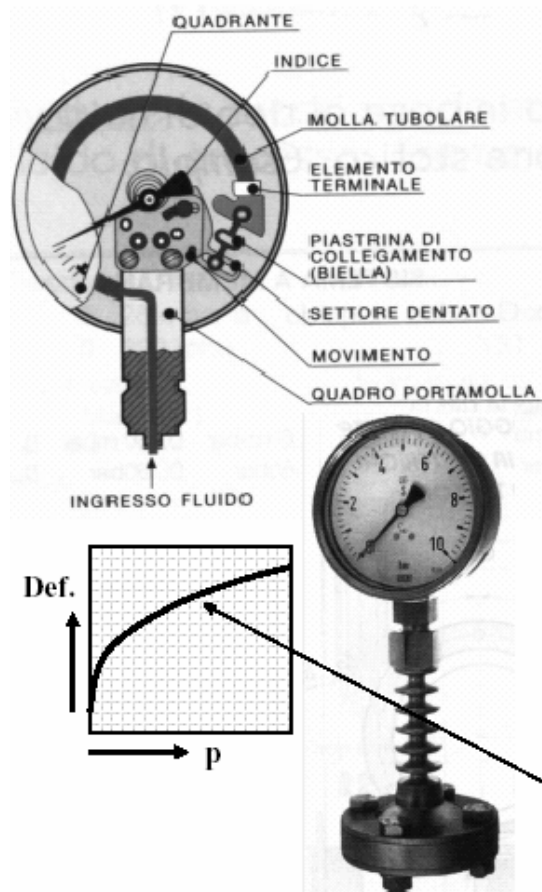


FIG. 2.7

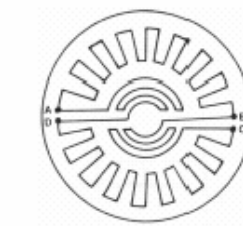
$$\delta = \Delta \frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma}$$

Manometri

Manometro metallico



Cella di pressione



Pressione da misurare

Pressione di riferimento

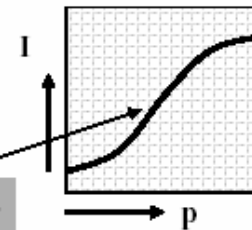


DUAL PORT
CASE 867C-05
SUFFIX DP



STOVEPIPE MEDIA PORT
CASE 867H-03
SUFFIX GVW

Trasduttore di Pressione: converte un segnale di pressione in un output in corrente o tensione



Funzione di trasferimento

s13