

Introduzione alla fisica

Un punto nello spazio e nel tempo

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.--

[Inquadramento]

Introduzione alla fisica

La fisica ed il metodo sperimentale

Un punto nello spazio e nel tempo

Grandezze scalari e grandezze vettoriali

Esempi ed applicazioni

Come impostare e svolgere un esercizio

Esercizi introduttivi

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Indice

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.00

[Indice]

Punto materiale

Spazio e tempo assoluti

[Nota storica] Spazio assoluto euclideo

[Nota storica] Il tempo secondo Newton

Posizione / Gradi di libertà

Coordinata curvilinea

Coordinate cartesiane ortogonali / Coordinate polari

Cambiamento di coordinate nel piano

Traslazione / Rotazione

Coordinate cartesiane ortogonali nello spazio

[Approfondimento] Coordinate cilindriche

[Approfondimento] Coordinate sferiche

[Consultazione] Cambiamento di coordinate nello spazio

Sistemi di coordinate e sistemi di riferimento

Legge oraria / Traiettoria

Un punto nello spazio e nel tempo

Punto materiale

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.01

Cinematica

studio del moto di oggetti indipendentemente dalle cause che lo determinano

Punto materiale

un oggetto tale che

- le sue dimensioni lineari sono piccole rispetto alla precisione con cui interessa conoscerne la posizione ed alle altre lunghezze presenti
- è possibile trascurarne le rotazioni

In cinematica utilizzeremo due sole grandezze fisiche fondamentali:

- la lunghezza
- il tempo

Un punto materiale è caratterizzato esclusivamente dalla sua posizione nello spazio e dalla possibilità di muoversi al trascorrere del tempo.

Distanza Terra-Sole:	$1.50 \cdot 10^{11}$ m
Diametro Sole:	$1.39 \cdot 10^9$ m
Diametro Terra:	$1.28 \cdot 10^7$ m (non visibile in questa scala)
Nello studio del moto della Terra intorno al Sole, se non ci interessa il loro moto di rotazione intorno ai propri assi,	
Realtà fisica:	Sole, Terra
Teoria fisica:	punti materiali
Modello matematico:	punti geometrici

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Spazio e tempo assoluti

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.02

In meccanica classica si assume l'esistenza di

Spazio assoluto

- Lo spazio è una entità indipendente dalla presenza di materia.
- La misura della distanza tra due punti materiali (la lunghezza di un righello) è la stessa per qualunque osservatore (indipendentemente dal sistema di riferimento utilizzato)

Tempo assoluto

- Il tempo è una entità indipendente dalla presenza di materia.
- La misura dell'intervallo di tempo tra due eventi (la durata di un fenomeno) è la stessa per qualunque osservatore (indipendentemente dal cronometro utilizzato)

Spazio euclideo

- Lo spazio fisico è ben rappresentato da uno spazio geometrico in cui vale la geometria euclidea.

Le ipotesi di spazio assoluto euclideo e di tempo assoluto, per quanto possano sembrare ovvie, sono valide solo in meccanica classica.

Il concetto di tempo assoluto è strettamente connesso con il concetto di simultaneità e con la possibilità di trasferire informazioni a velocità infinita.

È meno ovvio, ma anche la misura di una lunghezza utilizza il concetto di simultaneità (per misurare la lunghezza di un righello devo conoscere simultaneamente la posizione delle sue due estremità).

Anche l'ipotesi di geometria euclidea, per quanto possa sembrare ovvia, deve essere verificata sperimentalmente.

Un punto nello spazio e nel tempo

Spazio assoluto euclideo

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.03

[Nota storica]

I postulati della geometria euclidea

1. Tra due punti qualsiasi è possibile tracciare una ed una sola retta.
2. Una retta può essere prolungata indefinitamente.
3. Dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio.
4. Tutti gli angoli retti sono uguali.
5. Se una retta che interseca altre due rette determina dallo stesso lato angoli interni minori di due angoli retti, allora prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.
o, equivalentemente,
10. Per un punto esterno ad una retta passa una ed una sola retta che non interseca la prima (cioè è ad essa parallela).

Geometrie non euclidee

È possibile sviluppare la geometria (geometrie non euclidee) modificando il 5° postulato.

Se si assume che non ci sia nessuna parallela si ha la geometria ellittica (o di Riemann), se si assume che esistano più parallele si ha la geometria iperbolica (o di Bolyai-Lobachevsky).

La geometria (piana) sulla superficie sferica della Terra è non euclidea ed è un classico esempio di geometria ellittica.

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Il tempo secondo Newton

Fisica 1
F.Bloisi

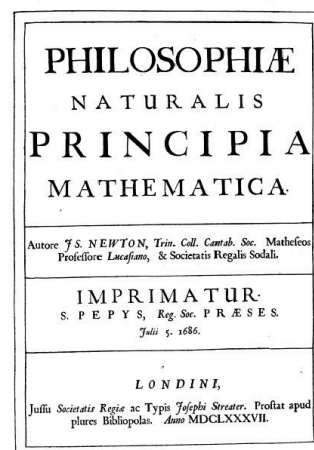
v10 1.2.04

[Nota storica]

Il tempo assoluto, vero e matematico, in se' e per sua natura senza relazione a nulla di esterno, scorre uniformemente, ed è chiamato anche durata; quello relativo, apparente e volgare, è la misura (esatta o inesatta) sensibile ed esterna della durata per mezzo del moto, ed è comunemente adoperata al posto del vero tempo: ad esempio l'ora, il giorno, il mese, l'anno.

[...]
È possibile che non vi sia movimento talmente uniforme per mezzo del quale si possa misurare accuratamente il tempo. Tutti i movimenti possono essere accelerati o ritardati, ma il flusso del tempo assoluto non può essere mutato.

da: Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Londra, 1686.)



... cum et occurrat ut omnibus notissima non defuit. Dicitur tamen quod vulgus quantitates hanc non aliter quam ex relatione ad sensibilia concepit. Et inde oriuntur præjudicia quædam, quibus tollendis convenit eisdem in absolutas & relativas, veras & apparentes, Mathematicas et vulgares distinguere.

I. Tempus absolutum verum & Mathematicum, in se & natura sua abq; relatione ad externum quodvis, æquabiliter fluit, aliq; nomine dicitur Duratio; relativum apparentis & vulgare est sensibile & externa quavis Durationis per motum mensura, (sive accurata sive inæqualis) qua vulgus vice veri temporis utitur; ut Hora, Dies, Mensis, Annus.

II. Spacium absolutum natura sua abq; relatione ad externum quodvis semper manet fixum & immobile; relativum est spatium hujus mensura sive dimensio quælibet mobilis, quæ a sensibilibus per finem suum ad corpora definitur, & a vulgo pro spatio immobili usurpatur: ut dimensio spatii subterranei, aerei vel celestis definita per situm suum ad Terram. Idem sunt spatium absolutum & relativum, specie & magnitudine, sed non permanent idem semper numero. Nam si Terra, verbi gratia, moveatur, spatium Aëris nostri quod relative & respectu Terræ semper manet idem, nunc erit una pars spatii absoluti in quam Aer transit, nunc: alia pars ejus, & sic absolute mutabitur perpetuo.

III. Locus est pars spatii quam corpus occupat, et q; pro ratione

Un punto nello spazio e nel tempo

Posizione / Gradi di libertà

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.05

Posizione

Assegnato un sistema di riferimento (ossia un particolare sistema di coordinate munito di orologio) la posizione di un punto materiale in un certo istante è individuata dalle sue coordinate.

La posizione di un punto materiale nello spazio è una grandezza fisica che non può essere rappresentata con un solo numero reale, ossia non è uno scalare.

Gradi di Libertà (GdL)

Il numero di grandezze scalari indipendenti che è necessario fornire per individuare univocamente la posizione di un punto materiale o, più in generale, lo stato di un sistema.

- un vagone ferroviario ha 1 GdL
- una nave (solo posizione) ha 2 GdL
- una nave (posizione ed orientamento) ha 3 GdL (precisare la rotta richiede un altro valore numerico)
- un aereo (solo posizione) ha 3 GdL
- un aereo (posizione ed orientamento) 6 GdL (posizione + angoli di virata, cabrata ed impennata)

Il numero di GdL dipende dalla situazione fisica e non dalla scelta delle coordinate.

Su di una linea (1GdL)

è necessaria 1 coordinata

- Coordinata curvilinea (s)

Nel piano (2GdL)

sono necessarie 2 coordinate

- Coordinate cartesiane (x, y)
- Coordinate polari (r, ϑ)

Nello spazio (3GdL)

sono necessarie 3 coordinate

- Coordinate cartesiane (x, y, z)
- Coordinate cilindriche (r, ϑ, z)

Nota: Nel seguito, salvo poche eccezioni, tratteremo “moti piani” o “bidimensionali” (es.: moto di un grave, moto su di un piano inclinato, etc.).

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Coordinata curvilinea

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.06

Coordinata curvilinea su di una curva γ

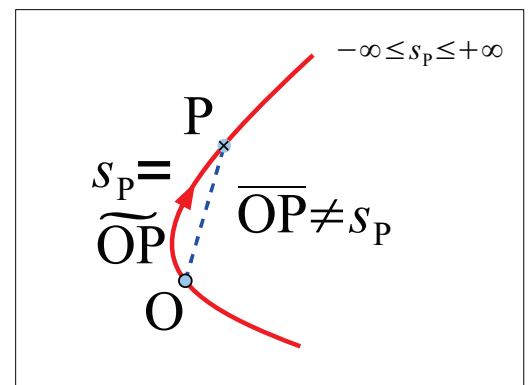
- un punto, O, origine
- un verso (positivo) di percorrenza della curva

La posizione del punto P è individuata da

- s_P : lunghezza orientata (positiva o negativa), misurata dall'origine, dell'arco di curva dall'origine O al punto P

Note:

- Per lunghezza orientata si intende la lunghezza con il segno positivo o negativo a seconda che per andare da O a P ci si deve muovere lungo la curva γ secondo il verso fissato (verso positivo) o in verso opposto (verso negativo).
- In genere la lunghezza dell'arco OP è maggiore della distanza tra il punto O ed il punto P.



Ad esempio, per indicare la posizione di un veicolo su di un'autostrada si può fornire:

- Il numero dell'autostrada, ossia la curva γ
- La distanza in chilometri dall'inizio dell'autostrada (non la distanza “in linea d'aria”), ossia la coordinata curvilinea

1 GdL

Un punto nello spazio e nel tempo

Coordinate cartesiane ortogonali / Coordinate polari

Fisica 1
F.Bloisi

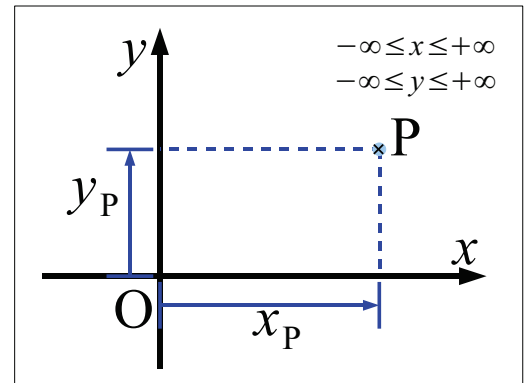
v09 1.2.07

Coordinate cartesiane ortogonali

- un punto, O, origine
- due assi orientati e graduati, x ed y , aventi la medesima origine, O, e tra loro ortogonali

La posizione del punto P è individuata da

- x_p : distanza orientata, misurata dall'origine, della proiezione di P sull'asse x
- y_p : distanza orientata, misurata dall'origine, della proiezione di P sull'asse y



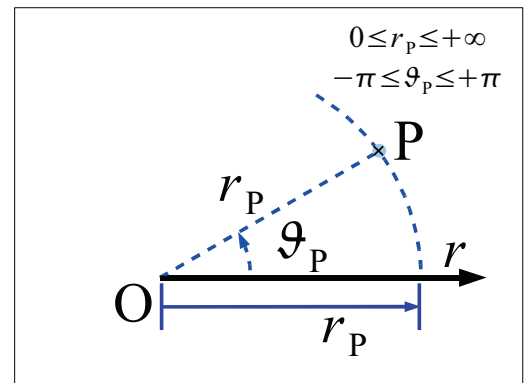
Coordinate polari

- un punto, O, polo
- un semiasse orientato e graduato r con origine in O

La posizione del punto P è individuata da

- r_p : distanza dall'origine
- ϑ_p : angolo (orientato) tra OP ed il semiasse

Nota: la curva $r = \text{cost}$ è una circonferenza.



2 GdL

Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi

Un punto nello spazio e nel tempo

Cambiamento di coordinate nel piano

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.08

Da coordinate polari a coordinate cartesiane ortogonali

$$x_p = r_p \cos \vartheta_p$$

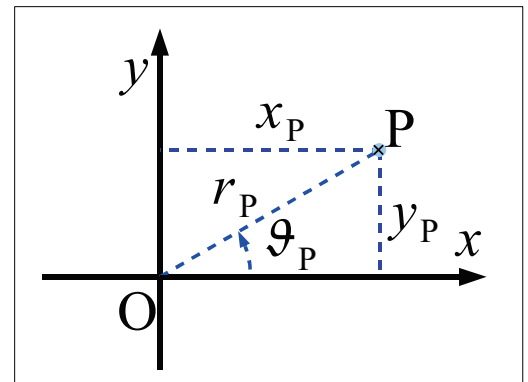
$$y_p = r_p \sin \vartheta_p$$

Da coordinate cartesiane ortogonali a coordinate polari

$$r_p = +\sqrt{x_p^2 + y_p^2}$$

$$\vartheta_p = \arctan(y_p/x_p) + \begin{cases} +\pi & \text{P nel II quadrante} \\ 0 & \text{P nel I o IV quadrante} \\ -\pi & \text{P nel III quadrante} \end{cases}$$

Attenzione: la funzione arco-tangente (arctan, funzione inversa della funzione tangente, tan) dà come risultato un angolo compreso tra $-\pi/2$ e $+\pi/2$ (ossia nel I o nel IV quadrante).



II quadrante $-\infty \leq x_p \leq 0$ $0 \leq y_p \leq +\infty$ $+\pi/2 \leq \vartheta_p \leq +\pi$	I quadrante $0 \leq x_p \leq +\infty$ $0 \leq y_p \leq +\infty$ $0 \leq \vartheta_p \leq +\pi/2$
III quadrante $-\infty \leq x_p \leq 0$ $-\infty \leq y_p \leq 0$ $-\pi \leq \vartheta_p \leq -\pi/2$	IV quadrante $0 \leq x_p \leq +\infty$ $-\infty \leq y_p \leq 0$ $-\pi/2 \leq \vartheta_p \leq 0$

2 GdL

Un punto nello spazio e nel tempo

Traslazione / Rotazione

Più osservatori possono descrivere il medesimo fenomeno fisico in sistemi di coordinate differenti.

- Solidali tra loro:
 $x_{O'}, y_{O'}, \vartheta_0$ costanti
- In moto l'uno rispetto all'altro:
 $x_{O'}, y_{O'}, \vartheta_0$ funzioni del tempo

Traslazione (assi omologhi paralleli e concordi)

$$x'_P = x_P - x_{O'}$$

$$y'_P = y_P - y_{O'}$$

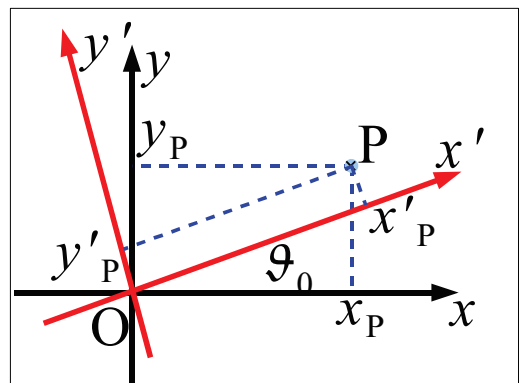
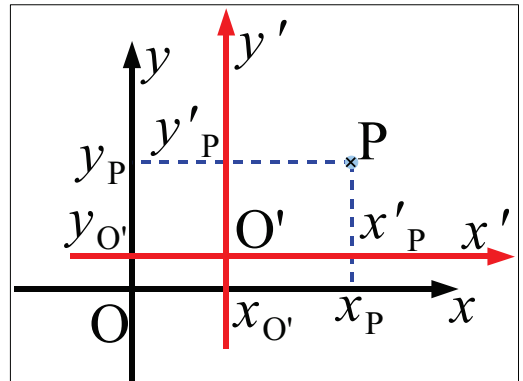
Rotazione (origini coincidenti)

$$r'_P = r_P$$

$$\vartheta'_P = \vartheta_P - \vartheta_0$$

$$x'_P = +x_P \cos \vartheta_0 + y_P \sin \vartheta_0$$

$$y'_P = -x_P \sin \vartheta_0 + y_P \cos \vartheta_0$$



Nota: il caso più generale può essere ottenuto come una traslazione seguita da una rotazione, per cui si parla di *rototraslazione*.

2 GdL

Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi

Un punto nello spazio e nel tempo

Coordinate cartesiane ortogonali nello spazio

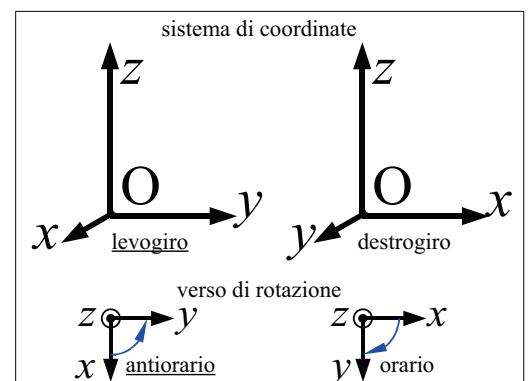
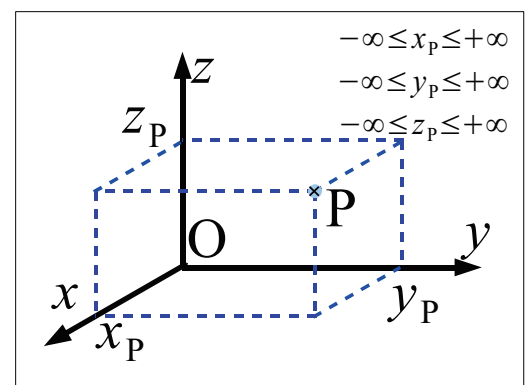
Coordinate cartesiane ortogonali (3D)

- un punto, O, origine
- tre assi orientati e graduati, x , y e z , aventi la medesima origine, O, e tra loro ortogonali

La posizione del punto P è individuata da

- x_P : distanza orientata, misurata dall'origine, della proiezione di P sull'asse x
- y_P : distanza orientata, misurata dall'origine, della proiezione di P sull'asse y
- z_P : distanza orientata, misurata dall'origine, della proiezione di P sull'asse z

Attenzione: esistono due tipi differenti di orientamento degli assi, tra di loro non sovrapponibili, dette *destrogiro* e *levogiro*. Nel seguito prenderemo in considerazione esclusivamente quello **levogiro**, assumendo come verso positivo delle rotazioni quello **antiorario**.



3 GdL

Un punto nello spazio e nel tempo

Coordinate cilindriche

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.11

[Approfondimento]

Coordinate cilindriche

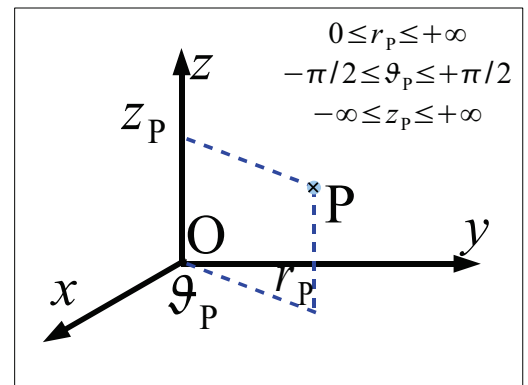
- un sistema di coordinate polari nel piano
- un asse, z , ortogonale al piano orientato in modo da vedere gli angoli positivi in verso antiorario

La posizione del punto P è individuata da

- r_P : come nelle coordinate polari
- ϑ_P : come nelle coordinate polari
- z_P : come nelle coordinate cartesiane

Nota:

il nome di coordinate cilindriche deriva dal fatto che la superficie $r = \text{cost}$ è un cilindro.



Le coordinate cilindriche sono particolarmente utili quando il problema presenta *simmetria cilindrica*, ossia quando un'arbitraria rotazione intorno ad un particolare asse (*asse di simmetria*) lascia il problema identico a sé stesso.

3 GdL

Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi

Un punto nello spazio e nel tempo

Coordinate sferiche

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.12

[Approfondimento]

Coordinate sferiche

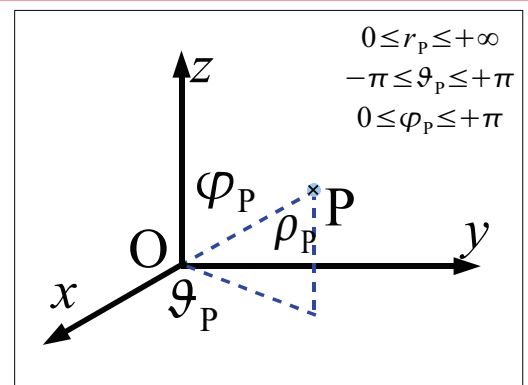
- un punto, O , centro
- un piano (equatoriale, xy nel disegno)
- un semipiano (meridiano, xz nel disegno)

La posizione del punto P è individuata da

- ρ_P : distanza dall'origine
- ϑ_P : come nelle coordinate polari
- φ_P : angolo formato da OP rispetto all'asse z

Nota:

il nome di coordinate sferiche deriva dal fatto che la superficie $\rho = \text{cost}$ è una sfera.



Le coordinate sferiche sono particolarmente utili quando il problema presenta *simmetria sferica*.

Attenzione: le coordinate “geografiche” definite sulla superficie della Terra sono simili alle coordinate sferiche con l'origine nel centro della Terra e l'asse y orientato verso il polo Nord:

- la quota sul livello del mare è $h = \rho - R_T$, (R_T raggio della Terra)
- la longitudine è ϑ (Est: positiva, Ovest, negativa)
- la latitudine è $\lambda = \pi/2 - \varphi$ (Nord: positiva, Sud: negativa)

3 GdL

Un punto nello spazio e nel tempo

Cambiamento di coordinate nello spazio

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.13

[Consultazione]

Coordinate cilindriche ↔ Coordinate cartesiane ortogonali

$$\begin{aligned}x_p &= r_p \cos \vartheta_p & r_p &= +\sqrt{x_p^2 + y_p^2} \\y_p &= r_p \sin \vartheta_p & \vartheta_p &= \arctan(x_p / y_p) + 0 \quad \text{P nel I o IV quadrante} \\z_p &= z_p & & -\pi \quad \text{P nel III quadrante} \\ & & z_p &= z_p\end{aligned}$$

Coordinate sferiche ↔ Coordinate cartesiane ortogonali

$$\begin{aligned}x_p &= \rho_p \sin \varphi_p \cos \vartheta_p & \rho_p &= +\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2} \\y_p &= \rho_p \sin \varphi_p \sin \vartheta_p & \vartheta_p &= \arctan(x_p / y_p) + 0 \quad \text{P nel I o IV quadrante} \\z_p &= \rho_p \cos \varphi_p & & -\pi \quad \text{P nel III quadrante} \\ & & \varphi_p &= \arccos \frac{z_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}}\end{aligned}$$

Attenzione: la funzione \arctan dà come risultato un angolo tra $-\pi/2$ e $+\pi/2$.

3 GdL

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Sistemi di coordinate e sistemi di riferimento

Fisica 1
F.Bloisi

v09 1.2.14

Per chiarezza, nell'ambito di questo corso, parleremo di

Sistemi di coordinate (spaziali)

riferendoci ad un procedimento (operativo) per individuare la posizione (spaziale) di un punto materiale.

- se utilizziamo le coordinate cartesiane ortogonali è necessario fissare un'origine e tre assi orientati tra loro ortogonali

Sistemi di riferimento (spazio-temporali)

riferendoci ad un procedimento operativo per individuare sia la posizione di un punto materiale, sia l'istante in cui il punto materiale si trova in tale posizione

- dovremo quindi utilizzare un sistema di coordinate (per misurare le *coordinate spaziali*) ed un orologio (per misurare la *coordinata temporale*, ovvero il tempo)

In meccanica classica, come si è detto, si assume l'esistenza di un tempo assoluto.

Dalla termodinamica si vedrà inoltre che il tempo ha un verso individuabile fisicamente, per cui due osservatori (se utilizzano la stessa unità di misura ed orologi sincronizzati) possono scegliere solo l'istante in cui far partire il proprio cronometro.

Due osservatori potrebbero utilizzare due sistemi di riferimento in moto l'uno rispetto all'altro (un osservatore su di un treno o su di una giostra e l'altro sul suolo).

Parleremo di cambiamento di sistema di riferimento più avanti nel corso.

Un punto nello spazio e nel tempo

Legge oraria / Traiettoria

Fisica 1
F.Bloisi

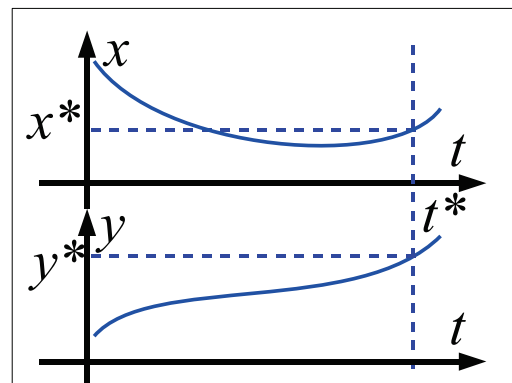
v09 1.2.15

Legge oraria

Funzione che associa a ciascun istante la posizione occupata, in quell'istante, dal punto materiale.

La legge oraria descrive in modo completo il moto del punto materiale.

$$\begin{array}{ll} x_P(t) & r_P(t) \\ y_P(t) & \vartheta_P(t) \end{array}$$

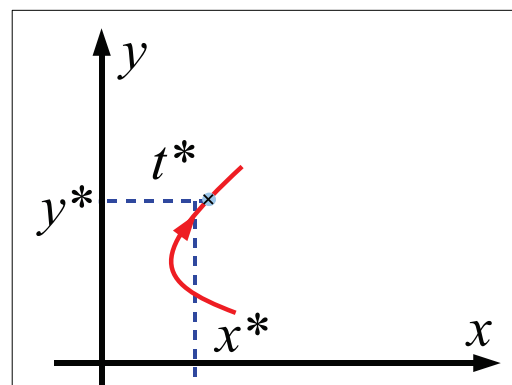


Traiettoria

Insieme dei punti dello spazio occupati, nei diversi istanti, dal punto materiale durante il moto.

La traiettoria (fornisce meno informazioni della legge oraria) può essere ricavata dalla legge oraria, ma non viceversa.

$$y_P(x_P) \quad r_P(\vartheta_P)$$



Nel seguito tratteremo, salvo qualche eccezione, "moti piani" o "bidimensionali" (es.: moto di un grave, moto su di un piano inclinato, etc.).

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Sommario

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.16

[Sommario]

- La situazione fisica più semplice da studiare è il moto (nello spazio e nel tempo) di un oggetto che possa essere rappresentato tramite un punto geometrico. Tale oggetto (dimensioni lineari piccole rispetto alle altre lunghezze e possibilità di trascurare le rotazioni) è detto punto materiale.
- Per individuare la posizione di un punto geometrico, che rappresenta un punto materiale, si deve adottare un sistema di riferimento (ossia un qualunque sistema di coordinate geometriche cui è associato un orologio per misurare il tempo che, come lo spazio in meccanica classica sono assoluti).
- I diversi sistemi di coordinate possono richiedere una o più coordinate (uno o più numerireali), ma ciò che caratterizza la situazione fisica è il numero di gradi di libertà (GdL):
 - In una situazione fisica con 1 GdL è conveniente adottare la coordinata curvilinea
 - In una situazione fisica con 2 GdL (su di un piano) si possono adottare le coordinate cartesiane ortogonali, ma talvolta risultano comode le coordinate polari
 - In una situazione fisica con 3 GdL (nello spazio) si possono adottare le coordinate cartesiane ortogonali, ma talvolta risultano comode le coordinate cilindriche o le coordinate sferiche.
- Il moto di un punto materiale è descritto completamente dalla legge oraria anche se, talvolta, risulta comodo considerare la traiettoria che non contiene il tempo.

Un punto nello spazio e nel tempo

Compito proposto

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.17

[Compito proposto]

- **Quesito** :

Spazio e tempo in meccanica classica

- **Esercizio** :

Un punto materiale si muove su di una traiettoria circolare con centro nell'origine degli assi cartesiani ortogonali. Sapendo che la posizione è individuata dalle coordinate (x_P, y_P)

con

$$x_P = -4.5\text{m}, \quad y_P = 6.0\text{m}$$

determinare

- la posizione del punto materiale in coordinate polari
- il raggio R della traiettoria circolare
- la coordinata curvilinea s_P (origine all'intersezione con il semiasse $+x$)

----- Materiale didattico reperibile su people.na.infn.it/bloisi -----

Un punto nello spazio e nel tempo

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.2.18

]



L'iscrizione al corso tramite il sito

www.campus.unina.it

è necessaria per sostenere
le prove "in itinere"



[