Introduzione alla fisica
La fisica ed il metodo sperimentale

[Inquadramento]

Un punto nello spazio e nel tempo
Indice

[Indice]

Grandezze scalari e vettoriali

Distanza e spostamento

Distanza curvilinea (grandezza *scalare*)

La distanza curvilinea $s_{12} = s_2 - s_1$ è la lunghezza orientata misurata lungo la traiettoria effettivamente seguita dal punto materiale.

Distanza (grandezza *scalare*)

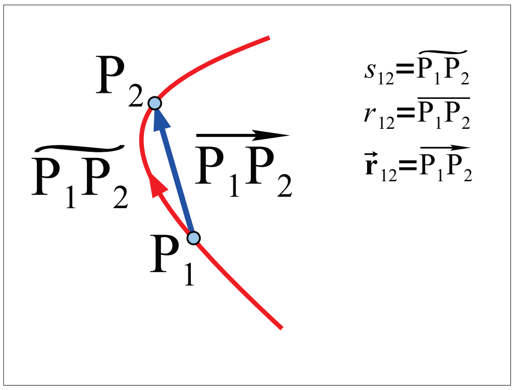
La distanza r_{12} è lunghezza del segmento tra i punti P_1 e P_2.

- Non dipende dall'effettivo percorso seguito dal punto materiale
- Non tiene conto dell'ordine: $r_{21} = r_{12}$

Spostamento (grandezza *vettoriale*)

Lo spostamento è il segmento orientato da P_1 (posizione "iniziale") a P_2 (posizione "finale")

- Dipende dall'effettiva posizione di P_2 rispetto al punto P_1



grandezze scalari

grandezze che possono essere rappresentate per mezzo di un solo numero reale

grandezze vettoriali

grandezze che si comportano come lo "spostamento" di un punto materiale la cui rappresentazione richiede, pertanto, 2 (nel piano) o 3 (nello spazio) numeri reali.

Grandezze scalari e vettoriali

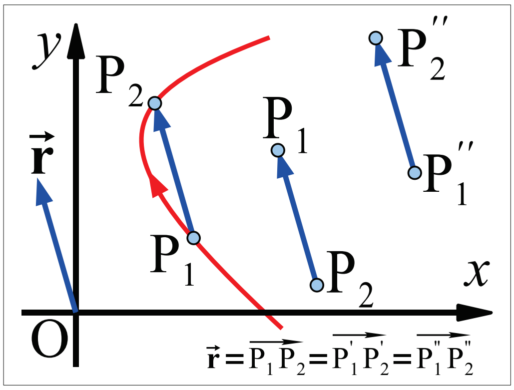
Segmenti orientati

Segmento orientato

Un segmento orientato (ad es. P_1P_2) è individuato completamente da

- la posizione del primo estremo (P_1)
- il modulo (la distanza tra P_1 e P_2)
- la direzione (l'angolo che la retta passante per i punti P_1 e P_2 forma con una retta prefissata, ad es. l'asse x)
- il verso (l'ordine "da P_1 a P_2")

Poiché siamo interessati al solo "sposta-mento" (sappiamo già descrivere la posi-zione del primo estremo) tutti i segmenti orientati in figura rappresentanosono "equivalenti" (hanno lo stesso modulo, la stessa direzione e lo stesso verso) e sono rappresentazioni (geometriche) dello stesso vettore.



Direzione e verso

Attenzione a non fare confusione:

- la direzione P1P2 è la stessa della direzione P2P1,
- il verso P1P2 è opposto al verso P2P1

Segmenti orientati equivalenti

Un vettore ha infinite possibili rappresentazioni grafiche tramite segmenti orientati.

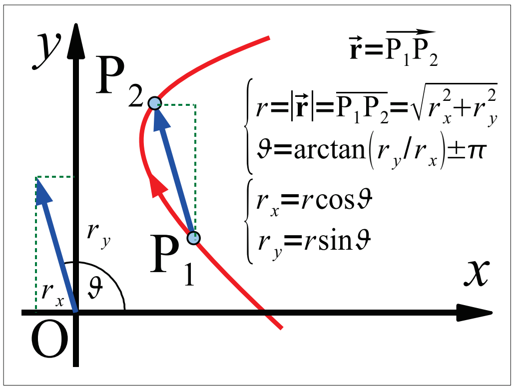
Grandezze scalari e vettoriali
Vettori / Scalari

Vettore (definizione solitamente adottata in fisica)
- caratterizzato da modulo, direzione, e verso
- nei cambiamenti di coordinate si comporta come un segmento orientato

Vettore: rappresentazione grafica (qualitativa)
- modulo, direzione e verso
- segmento orientato

Vettore: rappresentazione numerica (quantitativa)
- componenti cartesiane ortogonali
- componenti polari (nel piano)
- componenti sferiche (nello spazio)

Scalare
grandezza caratterizzata da un solo valore numerico, indipendente dal sistema di coordinate



Vettore applicato

Per tener conto della posizione del "punto iniziale" (P1) si parla di *vettore applicato*. P1 è detto *punto di applicazione* e la retta (non la direzione) P1P2 è datta *retta d'azione*.

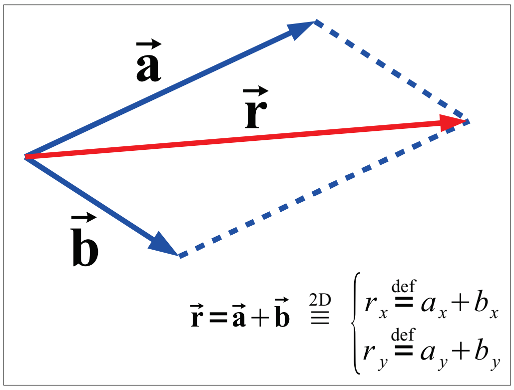
Segmenti orientati equivalenti

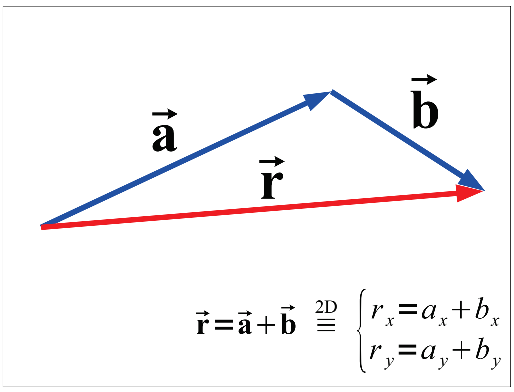
Nel piano l'angolo ϑ individua sia la direzione che il verso, nello spazio occorrono i due angoli ϑ e φ.

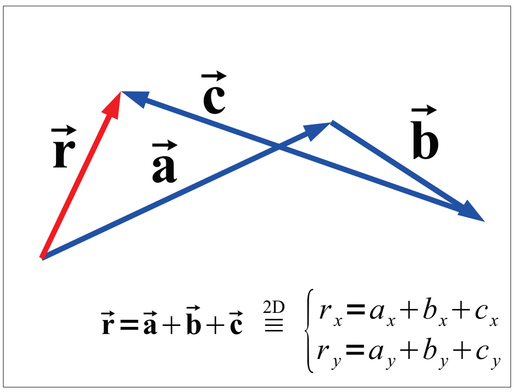
Grandezze scalari e vettoriali
Somma tra vettori

Somma tra due vettori
- Per componenti
- Costruzione geometrica
  - Regola del parallelogrammo
  - Regola "testa coda"

Somma tra più vettori
- Per componenti
- Costruzione geometrica
  - Regola "testa coda"







Grandezze scalari e vettoriali

Prodotto di uno scalare per un vettore

Prodotto di uno scalare per un vettore

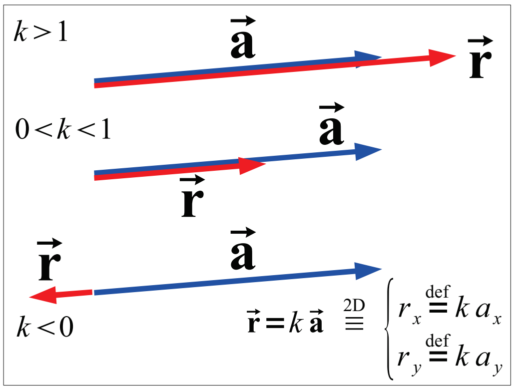
- Per componenti

Note:

- la direzione resta la stessa
- il modulo può aumentare o diminuire
- il verso può essere lo stesso o opposto

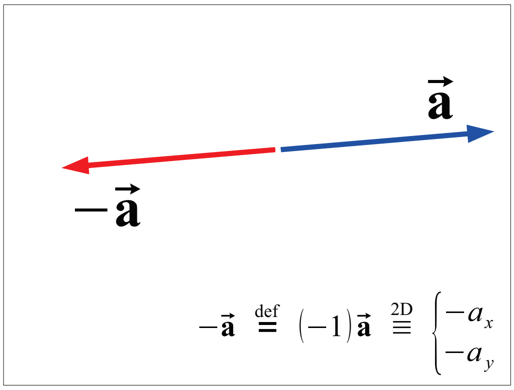
Caso particolare:

- opposto di un vettore



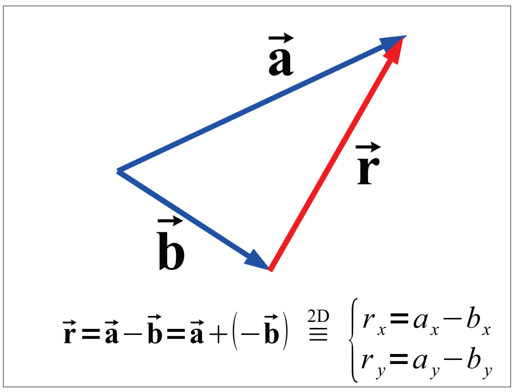
Attenzione:
Un vettore può essere nullo ma non può essere né positivo né negativo (non è definita la relazione d'ordine "maggiore di").

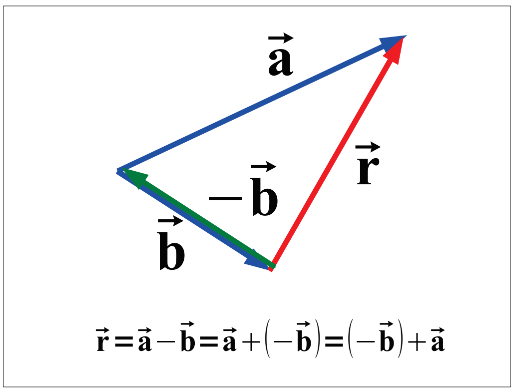
- Ciascuna componente cartesiana di un vettore può essere positiva, nulla o negativa
- Il modulo di un vettore è positivo o nullo (non può essere negativo)



Grandezze scalari e vettoriali

Differenza tra due vettori



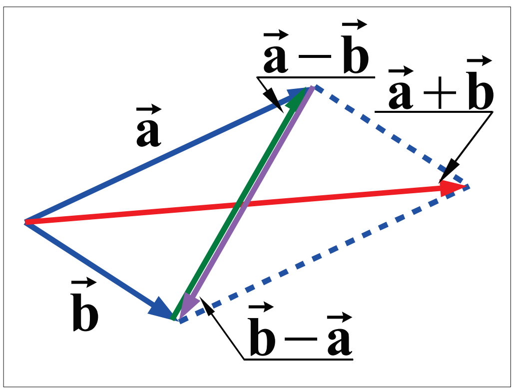


Differenza tra due vettori

- Per componenti
- Costruzione geometrica

Nota:

- Nella "regola del parallelogrammo" le due diagonali rappresentano somma e differenza



Grandezze scalari e vettoriali

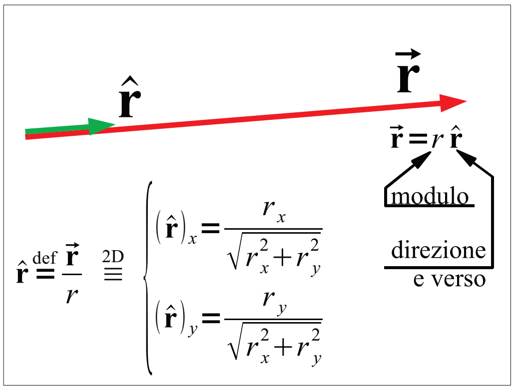
Versori / Versori degli assi

Versore

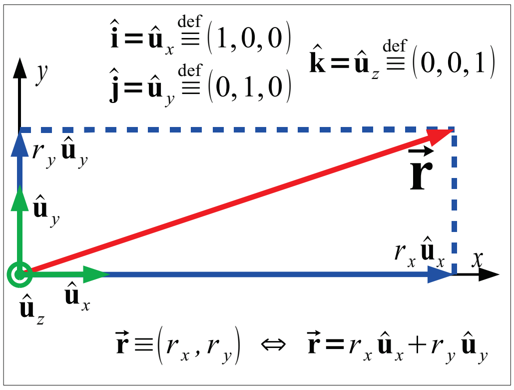
- Vettore di modulo unitario

Nota:

- un versore individua una direzione orientata (ossia direzione e verso)
- qualunque vettore può essere scritto come prodotto del modulo per un opportuno versore
- di particolare importanza sono i versori degli assi



Importante:
Qualunque vettore può essere scritto in termini di componenti cartesiane e versori degli assi

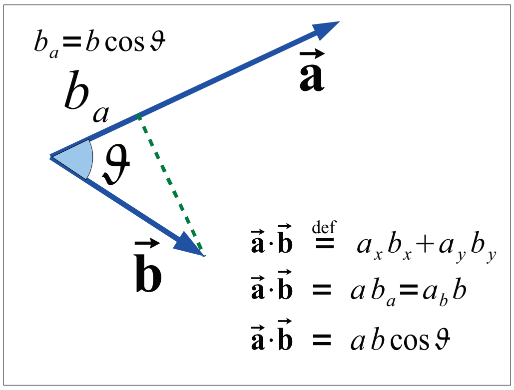


Grandezze scalari e vettoriali

Prodotto scalare tra due vettori

Prodotto scalare

- Per componenti
- Interpretazione geometrica

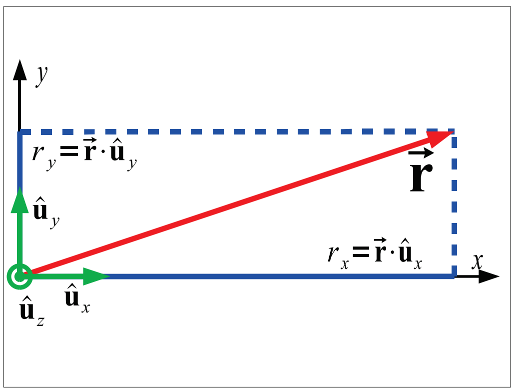


Attenzione:

- Il risultato di un prodotto scalare è uno scalare, non un vettore.
- Il segno di “prodotto scalare”, un punto tra i due vettori, non può essere omesso
- Il prodotto scalare è nullo quando
  - uno dei due vettori è nullo
  - i due vettori sono ortogonali

- Il prodotto scalare è utile per
  - calcolare le componenti di un vettore
    $\vec{\mathbf{a}}\cdot\hat{\mathbf{u}}_x = a_x 1 + a_y 0 + a_z 0 = a_x, \cdots$
  - calcolare l'angolo tra due vettori

$$\cos\vartheta = \frac{\vec{\mathbf{a}}\cdot\vec{\mathbf{b}}}{a\,b} = \frac{a_x b_x + a_y b_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2}}$$



Grandezze scalari e vettoriali

Prodotto vettoriale tra due vettori

Fisica 1
F.Bloisi

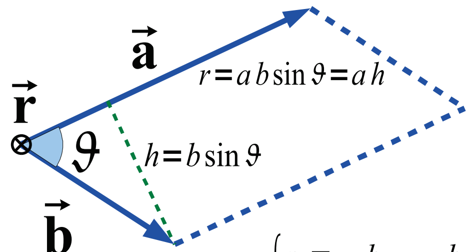
v10 1.3.09

Prodotto vettoriale

- Per componenti
- Interpretazione geometrica

Attenzione:

- Il risultato di un prodotto vettoriale è un vettore, ma non giace nel piano che contiene i due vettori.
- Il prodotto vettoriale è *anticommutativo*: cambia verso se si inverte l'ordine dei due vettori
- Il segno di "prodotto vettoriale", un "per" tra i due vettori, non può essere omesso
- Il prodotto vettoriale è nullo quando
  - uno dei due vettori è nullo
  - i due vettori sono paralleli o opposti



$$\vec{\mathbf{r}}=\vec{\mathbf{a}}\times\vec{\mathbf{b}} \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} r_x=a_y b_z-a_z b_y \\ r_y=a_z b_x-a_x b_z \\ r_z=a_x b_y-a_y b_x \end{cases}$$

pseudovettori e tensori

Il prodotto vettoriale non è un vero e proprio vettore (il risultato dipende dal tipo, levogiro o destrogiro, del sistema di riferimento) e viene talvolta chiamato "pseudovettore". In effetti è un "tensore". I tensori sono una generalizzazione dei vettori.

Tuttavia, nell'ambito di questo corso, non saranno utilizzate grandezze tensoriali.

Grandezze scalari e vettoriali

Notazioni vettoriali

Fisica 1
F.Bloisi

v10 1.3.10

[Consultazione]

Vettore:	$\vec{\mathbf{v}}$
Modulo:	v oppure $\lvert\vec{\mathbf{v}}\rvert$
Componenti:	v_x, v_y, v_z
Versore:	$\hat{\mathbf{v}}$
Versori degli assi:	$\hat{\mathbf{u}}_x, \hat{\mathbf{u}}_y, \hat{\mathbf{u}}_z$
Prodotto scalare:	$\vec{\mathbf{v}}\cdot\vec{\mathbf{w}}$
Prodotto vettoriale:	$\vec{\mathbf{v}}\times\vec{\mathbf{w}}$

Altre notazioni
(da conoscere ma NON utilizzare)

Molti testi a stampa indicano i vettori senza la freccia ed in grassetto ($\mathbf{v}$).

Alcuni testi indicano i vettori con una sottolineatura ($\underline{\mathrm{v}}$), rappresentazione tipografica del grassetto.

Alcuni testi, dato un vettore $\mathbf{v}$, definiscono, oltre alle componenti, anche "i (vettori) componenti"

$$\vec{\mathbf{v}}_x=v_x\hat{\mathbf{u}}_x,\ \vec{\mathbf{v}}_y=v_y\hat{\mathbf{u}}_y,\ \vec{\mathbf{v}}_x=v_z\hat{\mathbf{u}}_z$$

Alcuni testi indicano i versori degli assi con

$$\hat{\mathbf{i}}=\hat{\mathbf{u}}_x,\ \hat{\mathbf{j}}=\hat{\mathbf{u}}_y,\ \hat{\mathbf{k}}=\hat{\mathbf{u}}_z$$

$$\vec{\mathbf{v}}=v\,\hat{\mathbf{v}} \quad\Rightarrow\quad \hat{\mathbf{v}}=\vec{\mathbf{v}}/v$$

$$\vec{\mathbf{v}}=v_x\hat{\mathbf{u}}_x+v_y\hat{\mathbf{u}}_y+v_z\hat{\mathbf{u}}_z$$

$$\vec{\mathbf{v}}\equiv(v_x, v_y, v_z)$$

$$\vec{\mathbf{v}}\equiv(v, \vartheta, \varphi)$$

$$\vec{\mathbf{v}}\cdot\vec{\mathbf{w}}=v_x w_x+v_y w_y+v_z w_z$$

$$\vec{\mathbf{v}}\cdot\vec{\mathbf{w}}=v\,w\cos\widehat{\vec{\mathbf{v}}\,\vec{\mathbf{w}}}$$

$$v_x=\vec{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{u}}_x,\ v_y=\vec{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{u}}_y,\ v_z=\vec{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{u}}_z$$

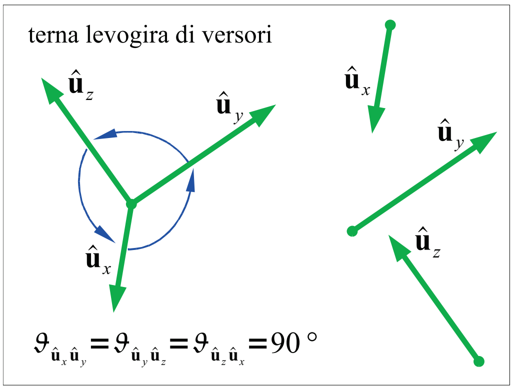
Solo se $\vec{\mathbf{v}}$ e $\vec{\mathbf{w}}$ sono nel piano xy

$$\vec{\mathbf{v}}\times\vec{\mathbf{w}}=\pm v\,w\sin\widehat{\vec{\mathbf{v}}\,\vec{\mathbf{w}}}\,\hat{\mathbf{u}}_z$$

Grandezze scalari e vettoriali
Operazioni tra i versori degli assi

[Consultazione]

$$\hat{\mathbf{u}}_x = 1\,\hat{\mathbf{u}}_x + 0\,\hat{\mathbf{u}}_y + 0\,\hat{\mathbf{u}}_z \equiv (1,0,0)$$
$$\hat{\mathbf{u}}_y = 0\,\hat{\mathbf{u}}_x + 1\,\hat{\mathbf{u}}_y + 0\,\hat{\mathbf{u}}_z \equiv (0,1,0)$$
$$\hat{\mathbf{u}}_z = 0\,\hat{\mathbf{u}}_x + 0\,\hat{\mathbf{u}}_y + 1\,\hat{\mathbf{u}}_z \equiv (0,0,1)$$



$$\hat{\mathbf{u}}_x\cdot\hat{\mathbf{u}}_x = 1 \quad \hat{\mathbf{u}}_x\cdot\hat{\mathbf{u}}_y = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_x\cdot\hat{\mathbf{u}}_z = 0$$
$$\hat{\mathbf{u}}_y\cdot\hat{\mathbf{u}}_x = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_y\cdot\hat{\mathbf{u}}_y = 1 \quad \hat{\mathbf{u}}_y\cdot\hat{\mathbf{u}}_z = 0$$
$$\hat{\mathbf{u}}_z\cdot\hat{\mathbf{u}}_x = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_z\cdot\hat{\mathbf{u}}_y = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_z\cdot\hat{\mathbf{u}}_z = 1$$

$$\hat{\mathbf{u}}_x\times\hat{\mathbf{u}}_x = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_x\times\hat{\mathbf{u}}_y = \hat{\mathbf{u}}_z \quad \hat{\mathbf{u}}_x\times\hat{\mathbf{u}}_z = -\hat{\mathbf{u}}_y$$
$$\hat{\mathbf{u}}_y\times\hat{\mathbf{u}}_x = -\hat{\mathbf{u}}_z \quad \hat{\mathbf{u}}_y\times\hat{\mathbf{u}}_y = 0 \quad \hat{\mathbf{u}}_y\times\hat{\mathbf{u}}_z = \hat{\mathbf{u}}_x$$
$$\hat{\mathbf{u}}_z\times\hat{\mathbf{u}}_x = \hat{\mathbf{u}}_y \quad \hat{\mathbf{u}}_z\times\hat{\mathbf{u}}_y = -\hat{\mathbf{u}}_x \quad \hat{\mathbf{u}}_z\times\hat{\mathbf{u}}_z = 0$$

Grandezze scalari e vettoriali
Operazioni impossibili

Le operazioni con i vettori sono (volutamente) simili alle corrispondenti operazioni tra scalari, ma occorre tener presenti le differenze

- il segno di prodotto (scalare o vettoriale) non può essere omesso
- il prodotto vettoriale è anticommutativo

e le operazioni non definite

- non è possibile definire la divisione tra due vettori né la divisione tra uno scalare ed un vettore per cui un vettore non può comparire a denominatore di una frazione
- non è possibile definire una relazione d'ordine (maggiore/minore) tra vettori per cui non è possibile dire che un vettore è più grande (o più piccolo) di un altro

Vettori a denominatore

La divisione tra un vettore ed uno scalare è ovviamente data dal prodotto del reciproco dello scalare per il vettore.

A denominatore di una frazione può ovviamente comparire una operazione tra vettori che dia come risultato uno scalare, ad esempio il modulo di un vettore o il prodotto scalare tra due vettori.

[ ]

[Sommario]

- Da un'analisi del concetto di "spostamento" si riconosce che esistono almeno due tipi di grandezze fisiche, aventi caratteristiche sostanzialmente diverse:
  - le *grandezze scalari*, caratterizzate da un solo valore numerico (solitamente un numero reale) che è indipendente dal sistema di coordinate scelto
  - le *grandezze vattoriali*, caratterizzate da *modulo*, *direzione* e *verso*, che nel cambiamento di coordinate si comportano come un segmento orientato.
- Un vettore può essere rappresentato graficamente come un *segmento orientato* o analiticamente tramite le *componenti cartesiane* o *polari*/*sferiche* (modulo ed uno, nel piano, o due, nello spazio, angoli).
- È possibile definire alcune operazioni tra due vettori o tra uno scalare ed un vettore, analoghe alle corrispondenti operazioni tra numeri:
  - *Somma* (*differenza*) tra due vettori
  - *Prodotto di uno scalare per un vettore*
  - *Prodotto scalare* tra due vettori
  - *Prodotto vettoriale* tra due vettori
- Particolarmente interessanti sono i *versori* (vettori di modulo unitario) in quanto contengono solo l'informazione della direzione e del verso.
- I *versori degli assi* sono utili per scrivere, in modo sintetico e facile da utilizzare nei calcoli, un vettore in termine delle proprie componenti cartesiane

Grandezze scalari e vettoriali

Compito proposto

[Compito proposto]

- **Quesito** :

Indicare quali delle seguenti operazioni non sono lecite e perché

a] $\vec{\mathbf{v}} \leqslant \vec{\mathbf{w}}$, b] $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{w}}/|\vec{\mathbf{v}}|$, c] $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{b}}/(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}})$, d] $a = (\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}})/\vec{\mathbf{b}}$, e] $v_x > |\vec{\mathbf{v}}|$

- **Esercizio** :

Dati i due vettori $\vec{\mathbf{a}}$ e $\vec{\mathbf{b}}$ (nel piano)

con

$a_x = 3.2 \mathrm{m/s}$, $a_y = -1.5 \mathrm{m/s}$, $b_x = 1.4 \mathrm{m/s}$, $b_y = 2.8 \mathrm{m/s}$

determinare

a) la somma $\vec{\mathbf{c}}$ tra i due vettori

b) la rappresentazione in componenti polari (modulo ed angolo) dei due vettori

c) l'angolo γ tra i due vettori

Grandezze scalari e vettoriali

-

[ ]

L'iscrizione al corso tramite il sito

www.campus.unina.it

è necessaria per sostenere le prove "in itinere"