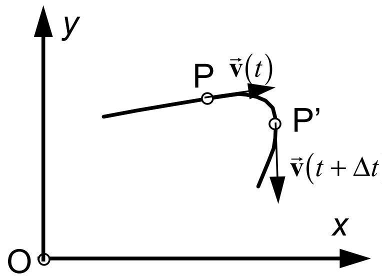
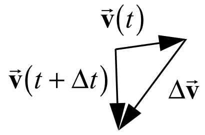
FISICA GENERALE I
CINEMATICA

- **Coordinate, legge oraria, traiettoria**
- **Grandezze scalari e grandezze vettoriali**
- **Vettore posizione e vettore spostamento**
- **Il vettore velocità**
- **<u>Il vettore accelerazione</u>**
- **Moto rettilineo uniforme e moto uniformemente accelerato**
- **Moto circolare uniforme e moto armonico**
- **Moti relativi**
- **Dall'accelerazione alla legge oraria**

Il vettore accelerazione
Definizione





$\vec{\mathbf{v}}(t)$ vettore velocità all'istante t

$\vec{\mathbf{v}}(t+\Delta t)$ vettore velocità all'istante $t+\Delta t$

$$\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}(t+\Delta t) - \vec{\mathbf{v}}(t)$$

accelerazione media $\quad \langle \vec{\mathbf{a}} \rangle = \dfrac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{\mathbf{v}}(t+\Delta t) - \vec{\mathbf{v}}(t)}{\Delta t}$

accelerazione (istantanea) $\quad \vec{\mathbf{a}} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_x\,\hat{\mathbf{u}}_x + v_y\,\hat{\mathbf{u}}_y + v_z\,\hat{\mathbf{u}}_z\right) = \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathbf{u}}_x + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathbf{u}}_y + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathbf{u}}_z$$

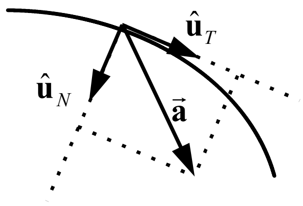
$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d^2\vec{\mathbf{r}}}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\left(x\,\hat{\mathbf{u}}_x + y\,\hat{\mathbf{u}}_y + z\,\hat{\mathbf{u}}_z\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}\hat{\mathbf{u}}_x + \frac{d^2 y}{dt^2}\hat{\mathbf{u}}_y + \frac{d^2 y}{dt^2}\hat{\mathbf{u}}_z$$

Note:
- l'accelerazione è un vettore
- il vettore accelerazione non è sempre tangente alla traiettoria
- se la traiettoria non è rettilinea l'accelerazione è non nulla (cambia la direzione della velocità)

grandezza:	*<u>accelerazione</u>*
dimensioni:	$[\,L^1\,T^{-2}\,]$
unità SI:	m/s^2

Il vettore accelerazione
Accelerazione tangenziale e normale

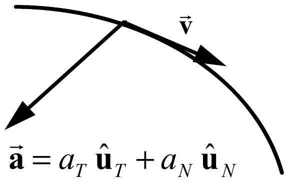
È utile scomporre il vettore accelerazione lungo I versori tangente e normale:



$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\left(v_s\,\hat{\mathbf{u}}_T\right)}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\,v_s}{\mathrm{d}\,t}\,\hat{\mathbf{u}}_T + v_s\,\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathbf{u}}_T}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\,v_s}{\mathrm{d}\,t}\,\hat{\mathbf{u}}_T + v_s\,\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathbf{u}}_T}{\mathrm{d}\,s}\,\frac{\mathrm{d}\,s}{\mathrm{d}\,t}$$

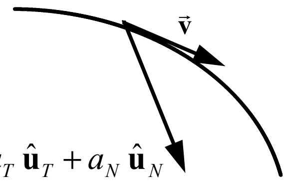
$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\mathrm{d}\,v_s}{\mathrm{d}\,t}\,\hat{\mathbf{u}}_T + \frac{v_s^2}{R_C}\,\hat{\mathbf{u}}_N$$

$$\vec{\mathbf{a}} = a_T\,\hat{\mathbf{u}}_T + a_N\,\hat{\mathbf{u}}_N \quad \text{con} \quad \begin{cases} a_T = \dfrac{\mathrm{d}\,v_s}{\mathrm{d}\,t} = \pm\dfrac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} & \left(\begin{array}{c}\text{accelerazione}\\ \text{tangenziale}\end{array}\right) \\ a_N = \dfrac{v^2}{R_c} & \left(\begin{array}{c}\text{accelerazione}\\ \text{normale o centripeta}\end{array}\right) \end{cases}$$



$\vec{\mathbf{a}} = a_T\,\hat{\mathbf{u}}_T + a_N\,\hat{\mathbf{u}}_N$

v cresce



$\vec{\mathbf{a}} = a_T\,\hat{\mathbf{u}}_T + a_N\,\hat{\mathbf{u}}_N$

v decresce

è sempre diretto verso la concavotà della traiettoria

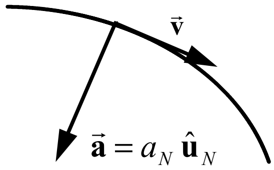
$$a = \left|\vec{\mathbf{a}}\right| = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R_c}\right)^2}$$

Il vettore accelerazione
Significato fisico di a_{T} ed a_{N}

- accelerazione tangenziale nulla
  ⇔ moto *uniforme*
  (la velocità è costante in modulo)
  esempio: moto circolare uniforme

$$a_T = \frac{\mathrm{d}\,v_s}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}^2\,s}{\mathrm{d}\,t^2} = \pm\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}$$

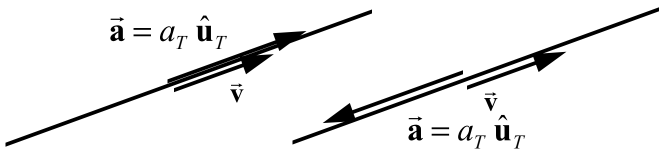
$$a_T = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v = \mathrm{cost}$$



- accelerazione normale nulla
  ⇔ moto *rettilineo*
  (la traiettoria è una retta)
  esempio: moto rettilineo vario

$$a_N = v^2 / R_c$$

$$a_N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_C \to \infty$$



- accelerazione nulla
  ⇔ moto *rettilineo uniforme*
  (il vettore velocità è costante)

$$\vec{\mathbf{a}} = a_T\,\hat{\mathbf{u}}_T + a_N\,\hat{\mathbf{u}}_N$$

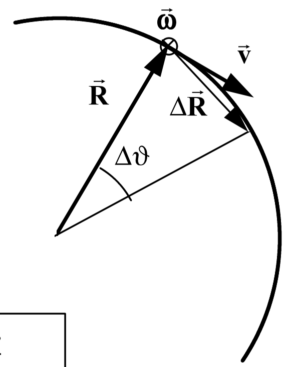
$$\vec{\mathbf{a}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a_T = 0 \Rightarrow v = \mathrm{cost} \\ a_T = 0 \Rightarrow R_C \to \infty \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\mathbf{v}} = \mathrm{cost}$$

Il vettore accelerazione
Accelerazione angolare

<u>Traiettoria circolare</u>:

- Si può definire il *<u>vettore accelerazione angolare</u>*:
  $\vec{\mathbf{a}} = \mathrm{d}\vec{\mathbf{u}}/\mathrm{d}t$

Nota: una generica traiettoria può essere
approssimata con un arco di circonferenza
di raggio pari al raggio di curvatura R_C



$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{R}}$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{u}}}{\mathrm{d}t} \times \vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{u}} \times \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{R}}}{\mathrm{d}t}$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}} \times \vec{\mathbf{R}} + \vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{v}}$$

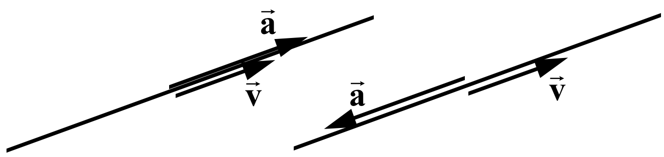
grandezza:	*<u>accelerazione angolare</u>*
dimensioni:	[T^{-2}]
unità SI:	rad/s^2

$$a_T \hat{\mathbf{u}}_T = \vec{\mathbf{a}} \times \vec{\mathbf{R}} \qquad a_T = \alpha R$$
$$a_N \hat{\mathbf{u}}_N = \vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{u}} \times \left(\vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{R}}\right) \qquad a_N = \omega^2 R = v^2/R$$

Nota: se si vuol

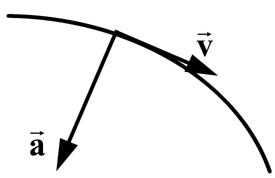
Il vettore accelerazione
Accelerazione angolare

moto rettilineo:
a_N è nulla ed a_T è indipendente dalla velocità scalare
ovvero:
si possono fissare indipendentemente i valori della velocità scalare e dell'accelerazione



$$\vec{\mathbf{a}} = a_T \hat{\mathbf{u}}_T = \frac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t} \hat{\mathbf{u}}_T$$

moto uniforme:
a_T è nulla ed a_N è legata alla velocità scalare dal raggio di curvatura della traiettoria
ovvero:
non si possono fissare indipendentemente i valori della velocità scalare e dell'accelerazione



$$\vec{\mathbf{a}} = a_N \hat{\mathbf{u}}_N = \frac{v^2}{R_C} \hat{\mathbf{u}}_N$$