

19. Funzioni composte



Funzioni composte

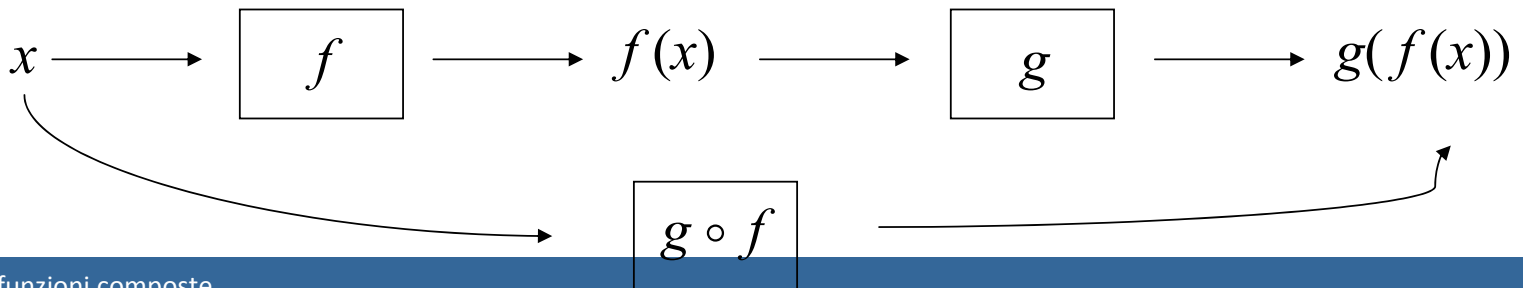
Def. Assegnate le funzioni

$$f : A \rightarrow B \quad \text{e} \quad g : X \rightarrow Y \quad \text{con} \quad f(A) \subseteq X$$

si definisce la **funzione composta** $g(f(x)) \equiv g \circ f$

$$g \circ f : A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} Y$$

$$g \circ f : x \in A \rightarrow g(f(x)) \in Y$$



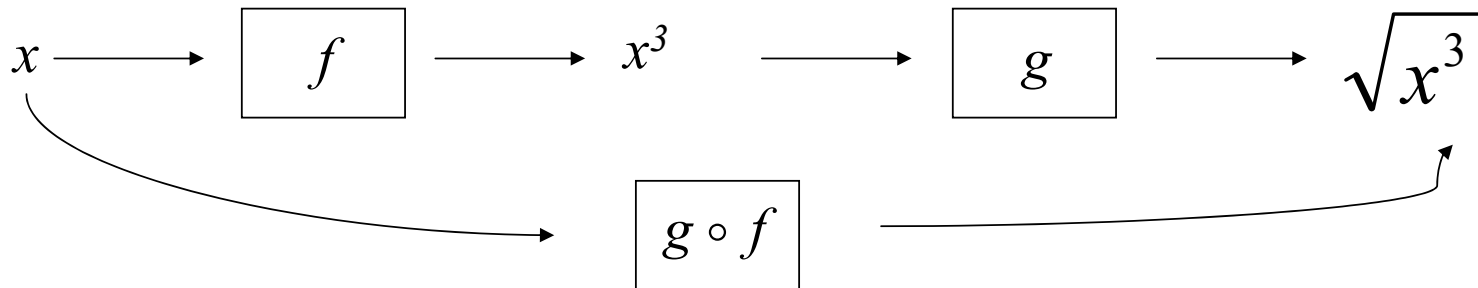
Dalle funzioni alla funzione composta

Sia data la funzione

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

Calcoliamo la funzione $g(f(x))$



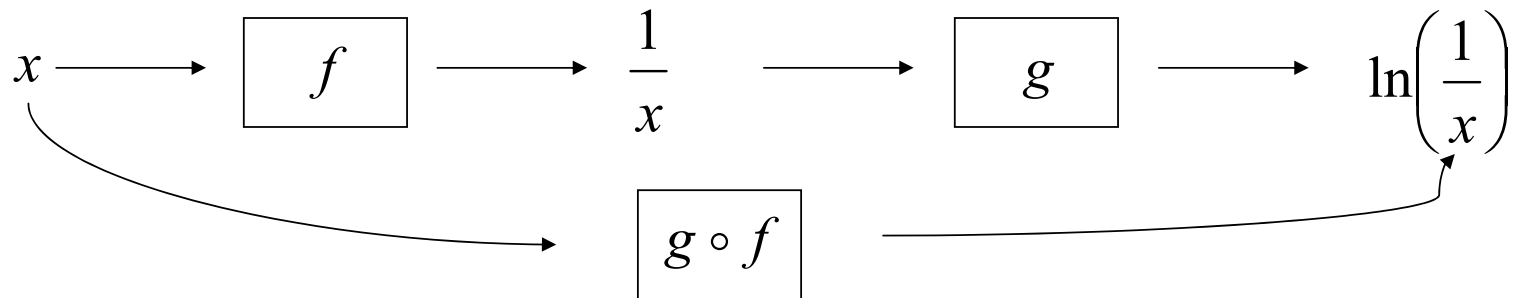
$$g(f(x)) = \sqrt{x^3}$$

Dalla funzione composta alle funzioni

Sia data la funzione

$$g(f(x)) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

Calcolare le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g(x) = \ln(x)$$

Osservazione

Può succedere che siano ben definite sia

$$g(f(x)) \equiv g \circ f \quad \text{che} \quad f(g(x)) \equiv f \circ g$$

ma in generale vale che:

$$g \circ f \neq f \circ g$$

Esercizio

2. Sia data la funzione $f: R \rightarrow R$ tale che $f(x) = e^x$ e la funzione $g: R_0^+ \rightarrow R$ tale che $g(x) = \sqrt{x}$ verificare se è possibile costruire le composte

$$g \circ f \quad \text{e} \quad f \circ g$$

Dunque:

$f(x) \geq 0, \forall x \in R$ e poiché g è definita in tutto R , ha senso $g \circ f = \sqrt{e^x}$

poiché f è definita in tutto R , ha senso $f \circ g = e^{\sqrt{x}}$

$$\Rightarrow g \circ f \neq f \circ g$$

Esercizio

Se f e g sono due funzioni definite su \mathbb{R} :

$$f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = -2x + 4$$

Trovare $g(f(x))$ e $f(g(x))$

$$g(f(x)) = g(3x - 1) = -2(3x - 1) + 4 = -6x + 6;$$

$$g \circ f(x) = -6x + 6.$$

$$f(g(x)) = f(-2x + 4) = 3(-2x + 4) - 1 = -6x + 11.$$

$$f \circ g(x) = -6x + 11.$$



Esercizio

Se f e g sono due funzioni definite su \mathbb{R} :

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = 2e^x + 1$$

Trovare $f(g(x))$

$$f(g(x)) = (2e^x + 1)^2 - 1 = 4e^{2x} + 4e^x + 1 - 1$$

$$f \circ g(x) = 4e^x(e^x + 1)$$