

Dinamica (dei sistemi)



**Studio delle cause del moto
(dei sistemi)**

Lezione 2 Traslazione dei sistemi rigidi

Gli argomenti discussi in questa lezione sono trattati, in gran parte, nel cap 8 (Dinamica dei sistemi di punti materiali) del testo di riferimento (Ferrari-Luci-Mariani-Pelissetto, Fisica 1).

Massa totale e centro di massa

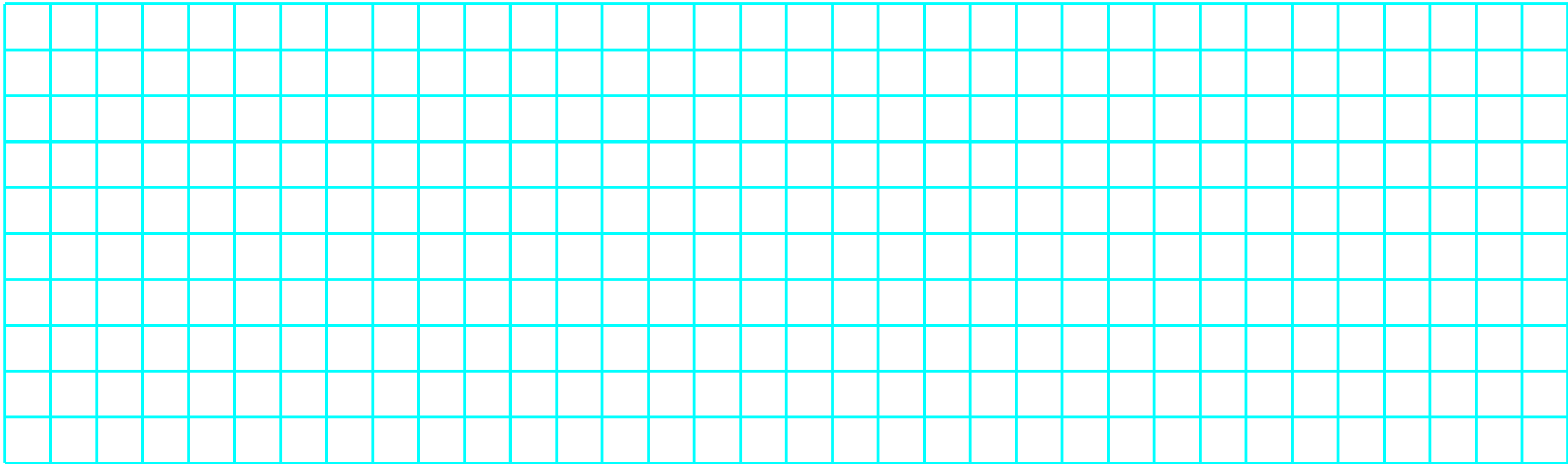
$$\vec{r}_{\text{c.m.}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{M_{\text{tot}}}$$

Il vettore posizione del c.m. è la „media pesata“ dei vettori posizione dei p.m. che costituiscono il sistema.

$$M_{\text{tot}} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^N m_i$$

La massa totale del sistema è la somma delle masse dei p.m. che costituiscono il sistema.

Annotazioni

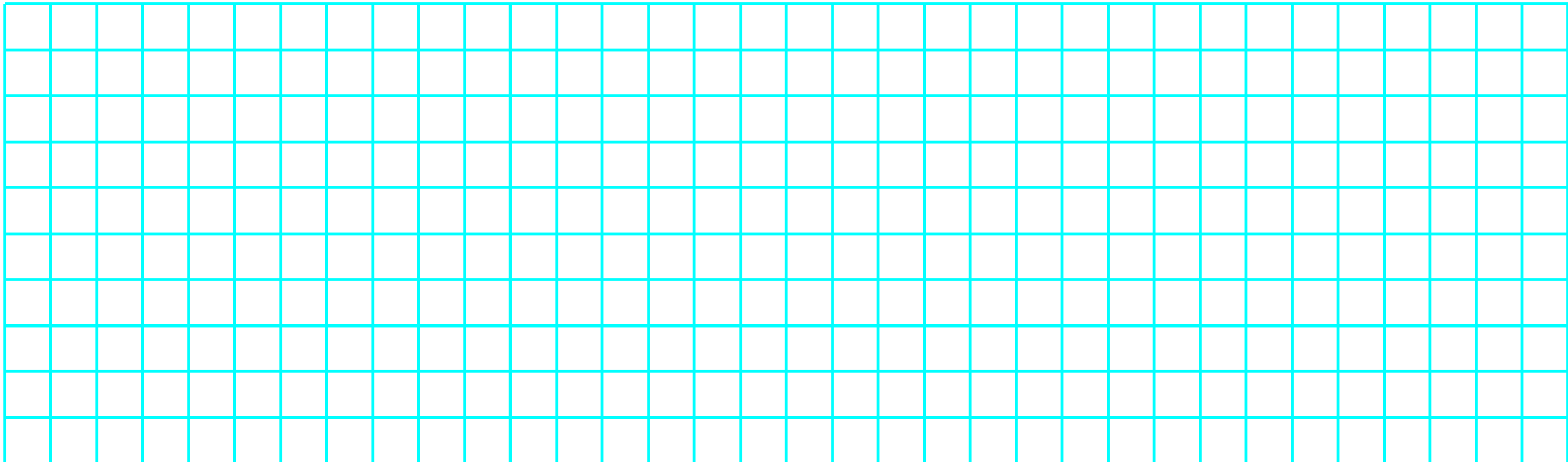


Velocità del centro di massa

$$\begin{aligned} v_{\text{c.m.}} &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{r}_{\text{c.m.}}}{dt} \\ \vec{v}_{\text{c.m.}} &= \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i}{M_{\text{tot}}} \end{aligned}$$

La velocità del c.m. è definita come la derivata del vettore posizione del c.m. ed è pari alla media pesata delle velocità dei singoli punti.

Annotazioni

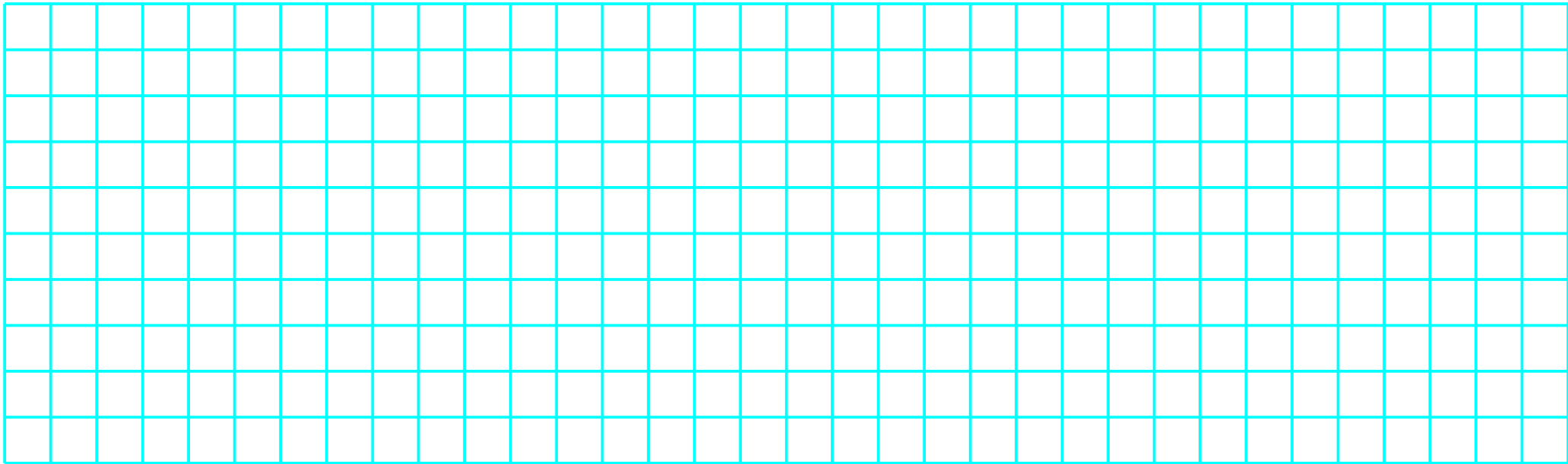


Accelerazione del centro di massa

$$a_{\text{c.m.}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{v}_{\text{c.m.}}}{dt}$$
$$\vec{a}_{\text{c.m.}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i}{M_{\text{tot}}}$$

L'accelerazione del c.m. è definita come la derivata del vettore posizione del c.m. ed è pari alla media pesata delle accelerazioni dei singoli punti.

Annotazioni



Risultante delle forze agenti sul sistema

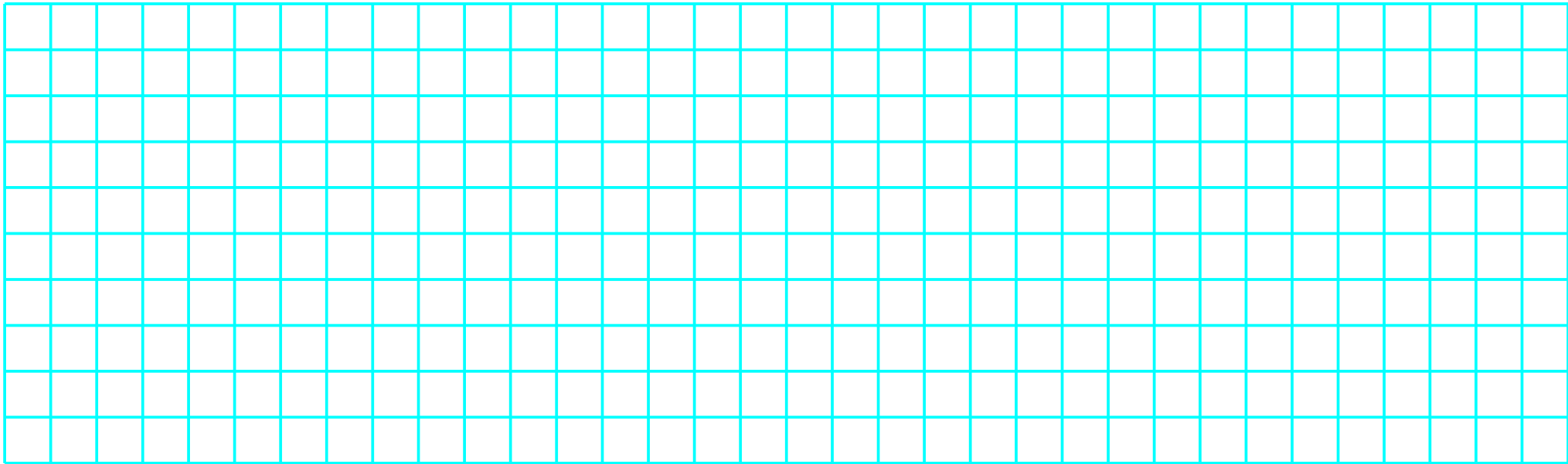
$$\vec{F}_{tot} = \sum f^{(int)} + \sum f^{(est)}$$

$$\sum f^{(int)} = 0$$

$$\vec{F}_{tot} = \sum f^{(est)} = \vec{F}_{tot}^{(est)}$$

Il risultante delle forze agenti sul sistema è pari alla somma delle sole „forze esterne“, dato che la somma delle „forze interne“ è, per il 3° principio della dinamica, sempre nulla.

Annotazioni



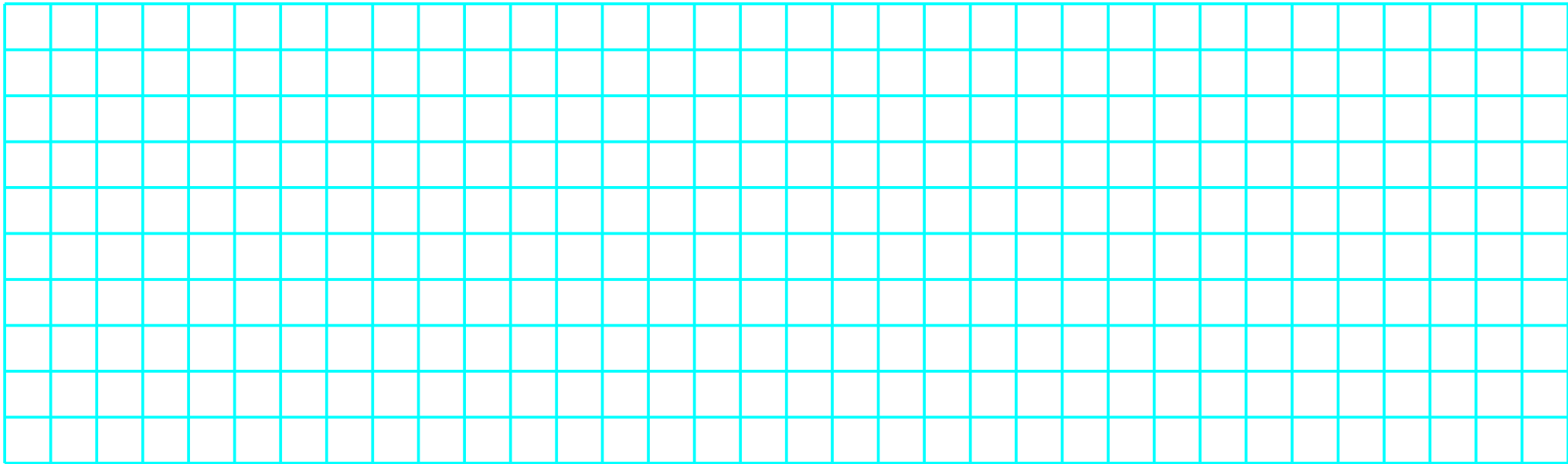
Quantità di moto del sistema

$$P_{tot} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

$$P_{tot} = M_{tot} \vec{v}_{\text{c.m.}}$$

La quantità di moto totale del sistema è definita come la somma delle quantità di moto dei punti che lo costituiscono, ma si dimostra che è pari al prodotto della massa totale per la velocità del c.m.

Annotazioni



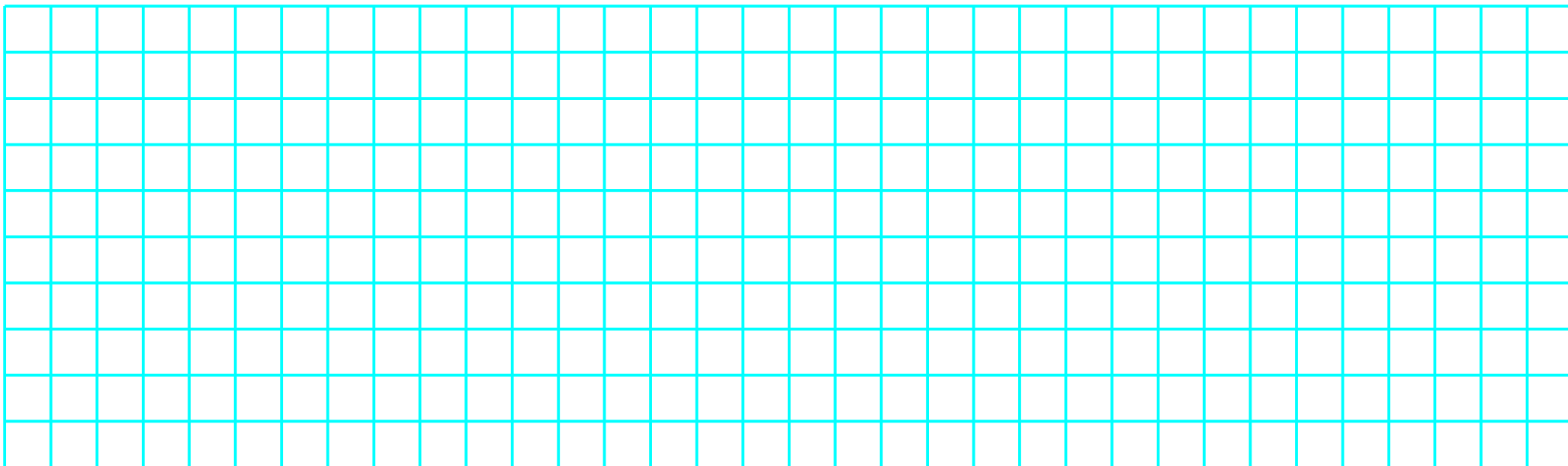
-

$$\mathbf{v}_{\text{c.m.}} = \frac{d\vec{r}_{\text{c.m.}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \right) = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

$$\mathbf{v}_{\text{c.m.}} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \mathbf{P}_{\text{tot}}$$

$$\mathbf{P}_{\text{tot}} = M_{\text{tot}} \mathbf{v}_{\text{c.m.}}$$

Annotazioni

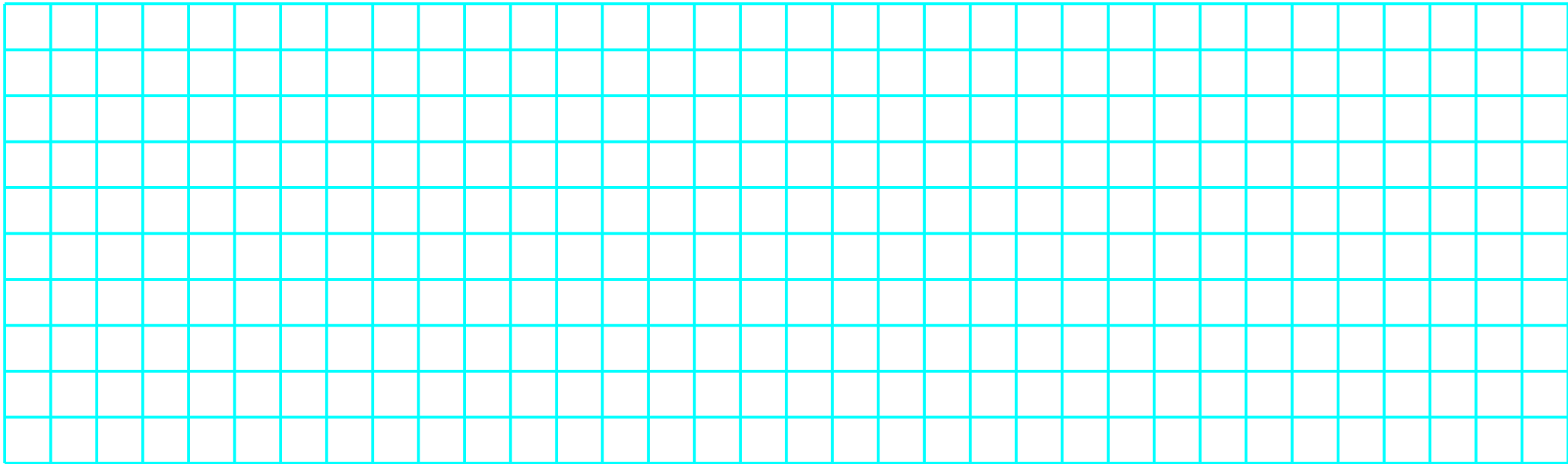


Prima equazione cardinale della dinamica

$$F_{tot}^{(est)} = M_{tot} a_{c.m.}$$

Utilizzando sia il secondo che il terzo principio della dinamica si ricava la prima equazione cardinale della dinamica.

Annotazioni

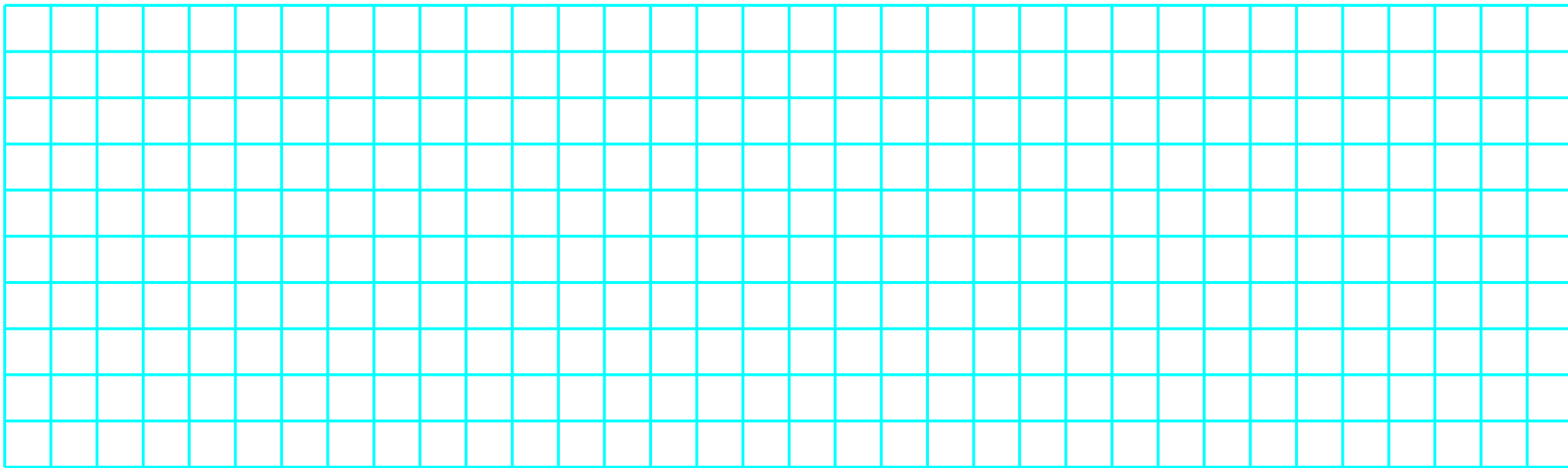


-

$$a_{\text{c.m.}} = \frac{d\vec{v}_{\text{c.m.}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i \right) = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i$$

$$a_{\text{c.m.}} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^N f_i = \frac{1}{M_{\text{tot}}} F_{\text{tot}} = \frac{1}{M_{\text{tot}}} F_{\text{tot}}^{(\text{est})} \quad F_{\text{tot}}^{(\text{est})} = M_{\text{tot}} a_{\text{c.m.}}$$

Annotazioni



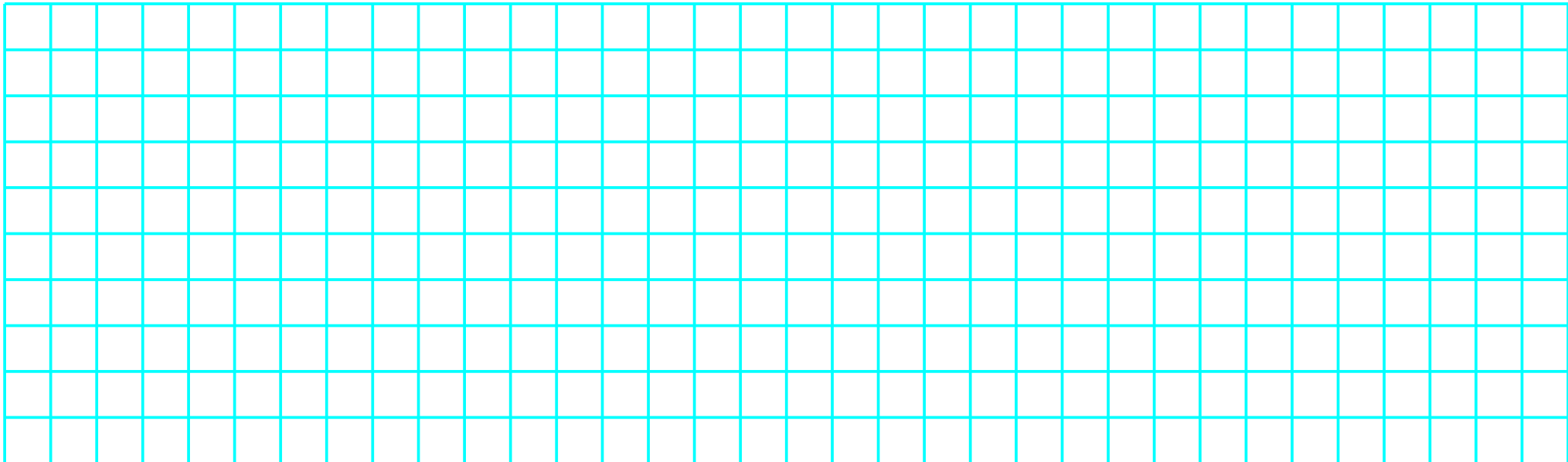
Energia cinetica di traslazione

$$K_{tot} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K_{tot}^{(\text{trasl.})} = \frac{1}{2} M_{tot} v_{\text{c.m.}}^2$$

L'energia cinetica totale del sistema è definita come la somma delle energie cinetiche dei punti che lo costituiscono, ma si dimostra che, per una traslazione, è pari all'„energia cinetica del centro di massa“.

Annotazioni



Traslazione di un sistema rigido

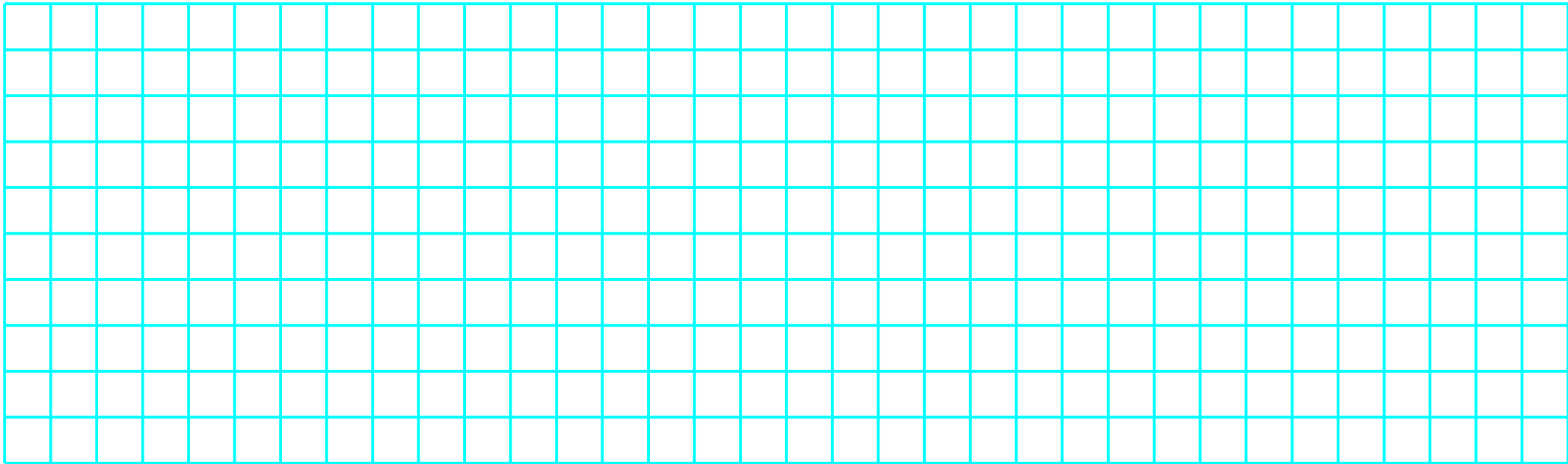
$$P_{tot} = M_{tot} v_{c.m.}$$

$$F_{tot}^{(est)} = M_{tot} a_{c.m.}$$

$$K_{tot}^{(trasl.)} = \frac{1}{2} M_{tot} v_{c.m.}^2$$

Il centro di massa di un sistema si comporta, per quel che riguarda le traslazioni, in maniera analoga ad un punto materiale di massa pari alla massa totale del sistema, cui sia applicato il risultante delle forze esterne.

Annotazioni



Traslazione dei sistemi rigidi



Annotazioni

