Dinamica
(dei sistemi)

Studio delle cause del moto
(dei sistemi)

Lezione 2
Traslazione dei sistemi rigidi

Gli argomenti discussi in questa lezione sono trattati, in gran parte, nel cap 8 (Dinamica die sistemi di punti materiali) del testo di riferimento (Ferrari-Luci-Mariani-Pelissetto, Fisica 1).

Punto materiale	Sistema rigido (traslazioni)
Vettore posizione del p.m.	Vettore posizione del c.m.
Velocità del p.m.	Velocità del c.m.
Accelerazione del p.m.	Accelerazione del c.m.
Massa del p.m.	Massa totale del sistema
Forza agente sul p.m.	Risultante delle forze agenti sul s.r.
Quantità di moto del p.m.	Quantità di moto totale del s.r.
2o principio della dinamica	Prima equazione cardinale della dinamica
Energia cinetica del p.m.	Energia cinetica di traslazione del s.r.

Annotazioni

Massa totale e centro di massa

$$\vec{r}_{\text{c.m.}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M_{tot}}$$

Il vettore posizione del c.m. è la „media pesata“ dei vettori posizione dei p.m. che costituiscono il sistema.

$$M_{tot} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^{N} m_i$$

La massa totale del sistema è la somma delle masse dei p.m. che costituiscono il sistema.

Annotazioni

Velocità del centro di massa

$$v_{\text{c.m.}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}_{\text{c.m.}}}{\mathrm{d}\,t}$$

$$\vec{v}_{\text{c.m.}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}{M_{tot}}$$

La velocità del c.m. è definita come la derivata del vettore posizione del c.m. ed è pari alla media pesata delle velocità dei singoli punti.

Annotazioni

Accelerazione del centro di massa

$$a_{\text{c.m.}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}_{\text{c.m.}}}{\mathrm{d}\,t}$$

$$\vec{a}_{\text{c.m.}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i}{M_{tot}}$$

L'accelerazione del c.m. è definita come la derivata del vettore posizione del c.m. ed è pari alla media pesata delle accelerazioni dei singoli punti.

Annotazioni

Risultante delle forze agenti sul sistema

$$\vec{F}_{tot} = \sum f^{(\mathrm{int})} + \sum f^{(\mathrm{est})}$$

$$\sum f^{(\mathrm{int})} = 0$$

$$\vec{F}_{tot} = \sum f^{(\mathrm{est})} = \vec{F}_{tot}^{(\mathrm{est})}$$

Il risultante delle forze agenti sul sistema è pari alla somma delle sole „forze esterne“, dato che la somma delle „forze interne“ è, per il 3° principio della dinamica, sempre nulla.

Annotazioni

Quantità di moto del sistema

$$P_{tot} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

$$P_{tot} = M_{tot} \vec{v}_{\text{c.m.}}$$

La quantità di moto totale del sistema è definita come la somma delle quantità di moto dei punti che lo costituiscono, ma si dimostra che è pari al prodotto della massa totale per la velocità del c.m.

Annotazioni

-

$$v_{\text{c.m.}} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}_{\text{c.m.}}}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t}\left(\frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\right) = \frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}_i}{\mathrm{d}\,t} = \frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

$$v_{\text{c.m.}} = \frac{1}{M_{tot}} P_{tot} \qquad\qquad P_{tot} = M_{tot}\, v_{\text{c.m.}}$$

Annotazioni

Prima equazione cardinale della dinamica

$$F_{tot}^{(\mathrm{est})} = M_{tot}\, a_{\mathrm{c.m.}}$$

Utilizzando sia il secondo che il terzo principio della dinamica si ricava la prima equazione cardinale della dinamica.

Annotazioni

-

$$a_{\text{c.m.}} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_{\text{c.m.}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i\right) = \frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{\mathrm{d}\vec{v}_i}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i$$

$$a_{\text{c.m.}} = \frac{1}{M_{tot}}\sum_{i=1}^{N} f_i = \frac{1}{M_{tot}} F_{tot} = \frac{1}{M_{tot}} F_{tot}^{(\text{est})} \qquad F_{tot}^{(\text{est})} = M_{tot}\, a_{\text{c.m.}}$$

Annotazioni

Energia cinetica di traslazione

$$K_{tot} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K_{tot}^{(\text{trasl.})} = \frac{1}{2} M_{tot} v_{\text{c.m.}}^2$$

L'energia cinetica totale del sistema è definita come la somma delle nergie cinetiche dei punti che lo costituiscono, ma si dimostra che, per una traslazione, è pari all'„energia cinetica del centro di massa“.

Annotazioni

Traslazione di un sistema rigido

$$P_{tot} = M_{tot} v_{\text{c.m.}}$$

$$F_{tot}^{(\text{est})} = M_{tot} a_{\text{c.m.}}$$

$$K_{tot}^{(\text{trasl.})} = \frac{1}{2} M_{tot} v_{\text{c.m.}}^{2}$$

Il centro di massa di un sistema si comporta, per quel che riguarda le traslazioni, in maniera analoga ad un punto materiale di massa pari alla massa totale del sistema, cui sia applicato il risultante delle forze esterne.

Annotazioni

Traslazione dei sistemi rigidi

Annotazioni