

Capitolo 1

GRANDEZZE ELETTRICHE FONDAMENTALI

1.1 La legge di Coulomb

Nel 1785 Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) studiò quantitativamente l'interazione tra corpi puntiformi immobili¹ carichi elettricamente.

Due corpi puntiformi immobili dotati di carica Q_1 e Q_2 , posti alla distanza r si attraggono o si respingono con una forza F proporzionale al prodotto fra le cariche e all'inverso del quadrato della loro distanza.

La carica elettrica Q_1 esercita una forza F_{12} sulla carica elettrica Q_2 e la carica elettrica Q_2 esercita una forza F_{21} sulla carica elettrica Q_1 . In particolare le due forze hanno modulo uguale pari a:

$$F = F_{12} = F_{21} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1.1)$$

dove K è una costante di proporzionalità.

La forza ha la stessa direzione della linea che congiunge le due cariche: essa è attrattiva se le cariche hanno segno opposto e repulsiva se sono dello stesso tipo.

Questa forza è denominata **forza elettrica**. Tutta la materia è una miscela di protoni carichi positivamente ed elettroni carichi negativamente che si attirano e si respingono con grande forza. Comunque la compensazione è così perfetta che stando accanto ad un'altra persona non si sente alcuna forza. Eppure se ci fosse un piccolo difetto nella compensazione ci si accorgerebbe subito. Se due persone si trovassero ad un metro di distanza ed avessero ciascuna un eccesso di elettroni pari all'1% del peso corporeo la forza di repulsione sarebbe abbastanza grande per sollevare un peso pari a quello del pianeta Terra. Questo esempio dà un'idea del fatto che le forze elettriche sono enormemente più grandi della forza gravitazionale.

La formula (1.1) impone la necessità di definire **l'unità di misura della carica elettrica**. Nel Sistema Internazionale (SI) l'unità di misura della carica elettrica è il **coulomb** (simbolo C). Il coulomb non è però una unità fondamentale, ma è derivato dall'unità di misura della corrente elettrica, l'ampere.

Per ora affermiamo *che due corpi, carichi egualmente, hanno la carica di 1 coulomb se, posti nel vuoto alla distanza di 1 metro, interagiscono con una forza di $9 \cdot 10^9$ N.*

In questo modo viene fissato il valore della costante K nel vuoto.

$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \quad (1.2)$$

La forza che si esercita tra due cariche immerse in un mezzo è minore di quella che si esercita, a parità di condizioni geometriche, nel vuoto. Questa differenza di comportamento può essere quantificata mediante l'introduzione della costante dielettrica ϵ .

¹ La relazione di Coulomb non è esattamente verificata quando le cariche elettriche sono in movimento.

1.2 Campo elettrico

La legge di Coulomb ci permette di calcolare la forza che si esercita tra due cariche elettriche puntiformi poste ad una distanza r tra di loro.

Il fatto che una carica possa esercitare la propria azione su un'altra a distanza anche nel vuoto, ovvero in assenza di materia, ci induce a pensare che la carica produce una *alterazione* dello spazio intorno ad essa. Questa alterazione prende il nome di **campo elettrico** \vec{E} . In questo caso si tratta di un campo vettoriale perché l'alterazione viene rilevata tramite una forza il cui valore dipende dalla posizione nello spazio².

Definiamo il campo elettrico presente in un certo punto dello spazio utilizzando un metodo operativo. Poniamo nel punto una carica elettrica q , immobile ed abbastanza piccola³. La carica q , che denominiamo anche carica di prova, sarà soggetta, a causa del campo elettrico, ad una forza F pari a⁴

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (1.3)$$

Il campo elettrico E viene definito allora come

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (1.4)$$

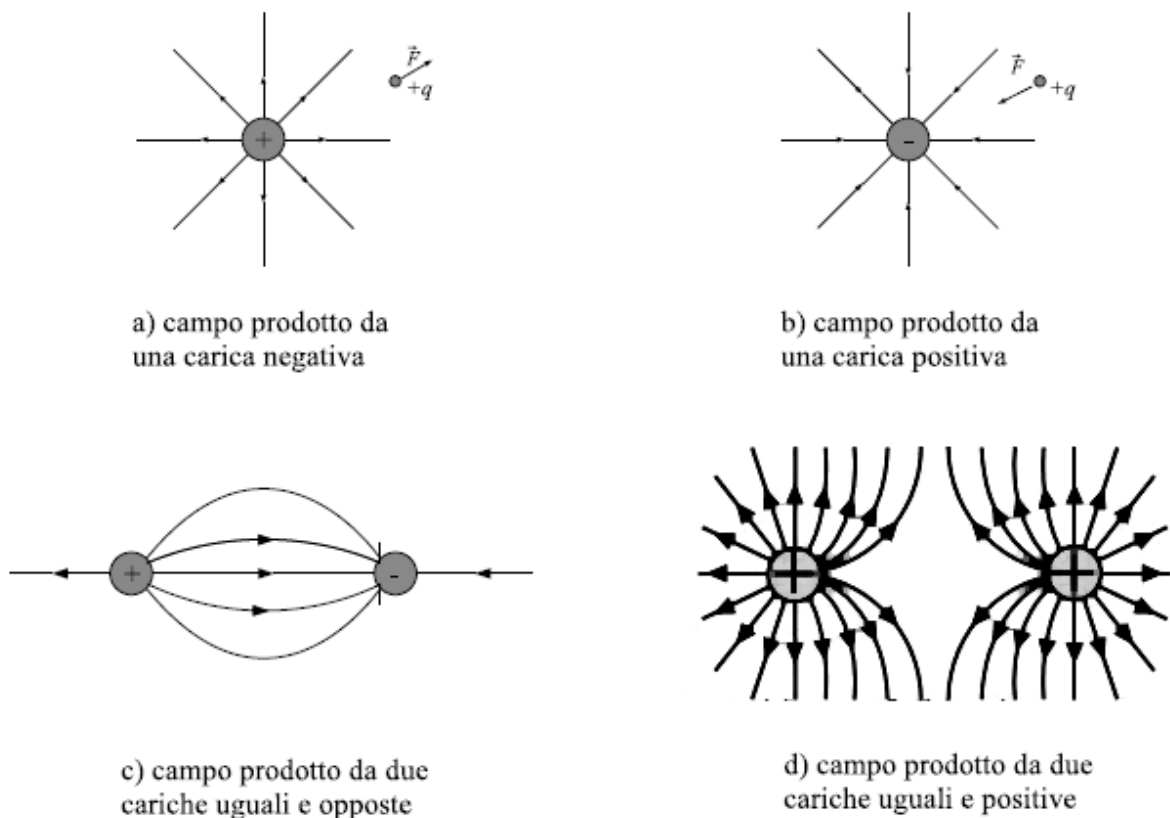


Figura 1 – Andamento delle linee di forza del campo E

² Per campo si intende generalmente una grandezza fisica di cui si può specificare un valore per ogni punto dello spazio. Se questo valore è un vettore si parla di campo vettoriale, se invece è semplicemente un numero si parla allora di campo scalare. La temperatura, per esempio, è un campo, in questo caso scalare.

³ La carica deve essere immobile in modo da non rilevare fenomeni magnetici, e piccola in modo da trascurare la perturbazione del campo elettrico preesistente dovuto alla presenza della stessa carica q .

⁴ Se la carica si muove con velocità \vec{v} la forza elettrica, o meglio elettromagnetica è $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Quindi il campo elettrico è una grandezza vettoriale con direzione uguale a quello della forza elettrica e verso coincidente se la carica di prova q è positiva, opposto se q è negativa.

Dalla definizione si deduce che l'unità di misura dell'intensità E del campo elettrico è il rapporto newton/coulomb⁵.

Il campo elettrico, come d'altronde ogni campo di forze, può essere rappresentato graficamente mediante le **linee di forza**. Esse sono un espediente per aiutare la mente a visualizzare il comportamento dei campi⁶. Le linee di forza vengono tracciate seguendo queste regole:

- la linea di forza in ogni punto ha come tangente la direzione del campo elettrico in quel punto;
- le linee di forza sono linee orientate il cui verso coincide con quello del campo.

Una proprietà caratteristica delle linee di forza è che esse si addensano dove maggiore è l'intensità del campo.

E' interessante osservare le distribuzioni di linee di forza dei campi elettrici generati da alcune classiche configurazioni di carica elettrica.

Le distribuzioni c e d di figura 1 sono state tracciate utilizzando una importante proprietà del campo elettrico. Si supponga che un certo numero di cariche produca un campo \vec{E}_1 e che un altro gruppo di cariche produca un campo \vec{E}_2 , quando agiscono separatamente. Se i due sistemi di cariche sono presenti nello stesso momento, conservando le stesse posizioni, allora il campo totale è semplicemente la somma dei due campi. Questa proprietà prende il nome di *principio di sovrapposizione dei campi*.

Schierando uno di fronte all'altro due strati molto estesi di cariche elettriche di segno opposto, nella zona in mezzo alle due schiere si forma un campo elettrico dotato di una importante caratteristica, a cui si fa spesso riferimento: il vettore \vec{E} presenta la stessa intensità, la stessa direzione e lo stesso verso in tutti i punti. Si è allora in presenza di un campo elettrico uniforme.

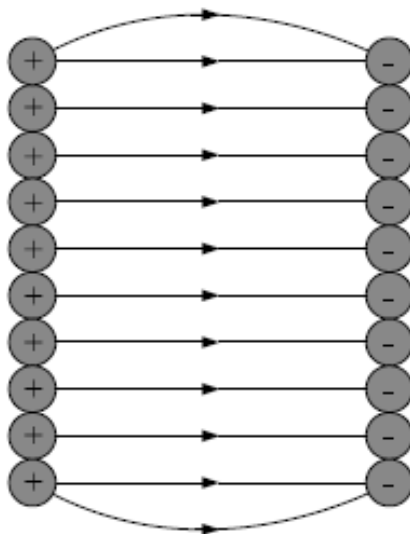


Figura 2 - Campo elettrico uniforme

1.3 Tensione elettrica

Quando una carica q è immersa in un campo elettrico generato da altre cariche essa è dotata di una certa attitudine a compiere lavoro, per il solo fatto di essere immersa nel campo. A questa attitudine si dà il nome di *energia potenziale*.

⁵ In seguito si vedrà che un'altra unità di misura del campo elettrico, maggiormente utilizzata, è il volt/metro.

⁶ Il metodo delle linee di forza, come modalità espressiva, presenta però alcuni inconvenienti; innanzitutto non aiuta a evidenziare le relazioni quantitative sottese al campo elettrico, in secondo luogo non evidenziano il principio di sovrapposizione degli effetti e, inoltre, esse fanno riferimento a cariche elettriche in quiete.

Se spostiamo la carica elettrica q da un punto A ad un altro punto B del campo elettrico ad essa può accadere una di queste tre cose:

- cedere energia potenziale compiendo un lavoro;
- acquisire energia potenziale richiedendo lavoro;
- mantenere inalterata l'energia potenziale senza compiere né richiedere lavoro.

Si rammenta che le due grandezze fisiche lavoro ed energia sono espresse nella stessa unità di misura e che il lavoro corrisponde sempre ad una variazione di energia, come si desume dalla seguente equivalenza.

$$L_{AB} = \Delta E_{AB} = E_A - E_B \quad (1.5)$$

Nel caso di una carica q immersa nel campo elettrico le grandezze espresse nella (1.5) assumono il seguente significato:

- L_{AB} è il lavoro compiuto dalla carica q nel passare da A a B;
- E_A è l'energia potenziale elettrica posseduta dalla carica q nel punto A;
- E_B è l'energia potenziale elettrica posseduta dalla carica q nel punto B.

Ad esempio, nel caso a) riportato in figura 3 la carica q positiva tende a passare spontaneamente da A a B, attratta dal campo generato dalla carica Q negativa. In questo caso quando q si sposta da A a B, compie un lavoro (L_{AB} è positivo) e perde energia (E_A è maggiore di E_B).

Invece, nel caso b), che si differenzia dal precedente solo per il segno della carica Q che genera il campo, la carica q deve essere trascinata da A a B e pertanto occorre compiere un lavoro su di essa (L_{AB} è negativo) facendole acquisire energia potenziale. Perciò la carica q quando si trova in A è dotata di energia potenziale inferiore rispetto a quando si trova in B.

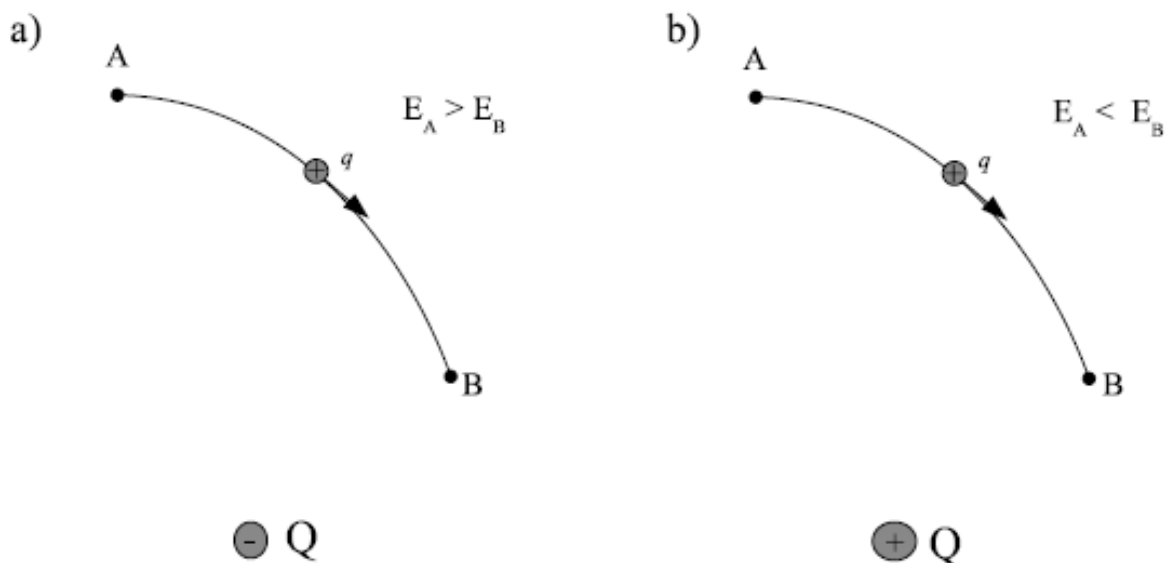


Figura 3 - Variazione di energia potenziale elettrica

Si nota che, dal punto di vista della carica positiva q , l'energia potenziale posseduta da essa è tanto più elevata quanto più è lontana da cariche negative oppure quanto più è vicina ad altre cariche positive, mentre è meno elevata vicino alle cariche negative o lontano dalle cariche positive.

Si intuisce che la variazione di energia potenziale, in termini assoluti, in gioco nel passaggio da A a B è tanto maggiore quanto maggiore è il valore della carica q e che essa non dipende dal percorso seguito per realizzare lo spostamento⁷.

In sintesi, l'energia potenziale posseduta dalla carica q dipende da:

⁷ L'indipendenza della variazione di energia potenziale dal percorso seguito è una proprietà del campo elettrico che per questo motivo è detto di tipo conservativo

- il valore di q;
- la posizione.

La tensione elettrica è una grandezza fisica introdotta apposta per quantificare questo secondo aspetto. In sostanza la tensione elettrica tra due punti A e B rappresenta proprio la differenza di energia potenziale tra di essi al netto del valore della carica q di prova.

Si definisce *differenza di potenziale elettrico* $\Delta V_{AB} = V_A - V_B$ tra due punti A e B di un campo elettrico il rapporto tra l'energia potenziale elettrica ΔE_{AB} che una carica q qualsiasi cede passando da A a B ed il valore della carica q stessa.

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{AB}}{q}$$

La differenza di potenziale ΔV_{AB} si indica per convenzione con una freccia diretta dal punto B al punto A. LA differenza di potenziale è comunemente denominata anche tensione oppure anche con la sigla d.d.p..

L'unità di misura della differenza di potenziale è il volt (simbolo V). Dalla definizione (1.6) si ha che

$$1\text{volt} = \frac{1\text{joule}}{1\text{culomb}} \quad (1.6)$$

Esempio 1.1. Una carica q = 5C spostandosi da un punto A ad un punto B cede una quantità di energia pari a 100 J. Si calcoli la differenza di potenziale ΔV_{AB} tra i due punti.

Soluzione.

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{AB}}{q} = \frac{100}{5} = 20V$$

Esempio 1.2. Per spostare una carica Q pari a 10 C da un punto A ad un punto B distanti tra loro 5 m occorre compiere un lavoro di 58 J. determinare la differenza di potenziale ΔV_{AB} .

Soluzione.

$$\Delta E_{BA} = L = 58J$$

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{AB}}{q} = \frac{-\Delta E_{BA}}{q} = \frac{-58}{10} = -5.8V$$

La tensione elettrica si misura con strumenti come il voltmetro, il multimetro nella configurazione a voltmetro e l'oscilloscopio.

1.3.1 Relazione fra campo elettrico e tensione elettrica

Per rilevare una tensione elettrica tra due punti è necessario che sia presente un campo elettrico. E' quindi evidente che deve esistere una relazione tra campo elettrico e tensione.

Per questioni di semplicità ci limitiamo a considerare il caso specifico di un campo elettrico uniforme. Si vuole determinare la differenza di potenziale ΔV_{AB} fra due punti A e B posti su una retta avente la stessa direzione del campo \vec{E} .

Tenendo conto delle (1.5) e (1.6) e della definizione del lavoro meccanico come prodotto tra forza e spostamento si ha

$$\Delta V_{AB} = \frac{E_{AB}}{q} = \frac{L_{AB}}{q} = \frac{F \cdot s}{q} \quad (1.7)$$

dove con F si intende la forza elettrica agente sulla carica q e con s la distanza tra i due punti a e b. Poiché $F = q \cdot E$, sostituendo e semplificando si ottiene:

$$\Delta V_{AB} = E \cdot s \quad (1.8)$$

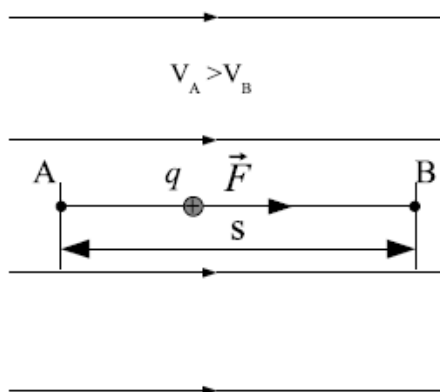


Figura 4 - Relazione tra tensione e campo in un campo elettrico uniforme

Questa relazione stabilisce un legame fra campo elettrico e d.d.p tra due punti del campo. Essa permette di ottenere il valore di un campo elettrico uniforme, nota la d.d.p. fra due punti. E' una relazione utile per determinare il valore di un campo elettrico mediante una misura di tensione.

Per questo motivo, inoltre, il campo elettrico si esprime solitamente in volt/metro. Se il campo non è uniforme la relazione (1.9) assume una forma matematica più complessa che fa uso di un operatore matematico denominato integrale.

1.3.2 Potenziale di massa e potenziale di terra

In un sistema elettrico sono sempre presenti punti a potenziale elettrico differente. Per comodità quando si studia un sistema elettrico si considera un punto del sistema come riferimento, per lo stesso motivo per cui per misurare l'altitudine sulla crosta terrestre si considera il livello del mare come altitudine di riferimento. Questo particolare punto della rete elettrica è denominato **massa** ed il suo potenziale elettrico **potenziale di massa**. I potenziali di tutti gli altri punti della rete vengono valutati rispetto al potenziale di massa.

Un altro punto di riferimento molto usato nel settore elettrico è la **terra**, a cui generalmente vengono connesse le parti metalliche delle apparecchiature elettriche al fine di proteggere gli utenti che operano con esse. Il potenziale elettrico a cui si trova la terra è per convenzione nullo. Pertanto la massa di un circuito elettrico può trovarsi ad un potenziale diverso da quello della terra, e quindi da zero.

1.4 Corrente elettrica

La corrente elettrica è, essenzialmente, *un movimento ordinato di cariche elettriche*. Si ha un movimento ordinato quando vi è una prevalenza statistica di direzione e verso nel movimento delle cariche elettriche. Perché ci sia corrente elettrica è necessario avere a disposizione un mezzo conduttore; a seconda del tipo di conduzione tali cariche possono essere negative (elettroni, ioni negativi) o positive (ioni positivi). Solo in condizioni molto particolari si riscontrano correnti elettriche dovute a protoni.

Se si prende in considerazione un pezzo di metallo non sottoposto ad alcun campo elettrico, al suo interno gli elettroni di conduzione si muovono in modo disordinato senza una direzione preferenziale. In questo caso, pur essendoci delle cariche elettriche in movimento, non si è in presenza di corrente elettrica.

Prendiamo in considerazione un corpo conduttore sottoposto ad un movimento di cariche uniforme e continuo, ovvero ad una *corrente continua*.

Si definisce **intensità di corrente I** il **rapporto** tra la quantità di carica Q che attraversa una sezione S del conduttore in un intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso.

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \quad (1.9)$$

L'unità di misura della corrente elettrica è l'**ampere** (simbolo A). Esso è un'unità di misura fondamentale nel SI. Da essa si ricava l'unità di misura della carica elettrica. Infatti, dalla definizione di intensità di corrente si ottiene:

$$Q = I \cdot \Delta t \quad (1.10)$$

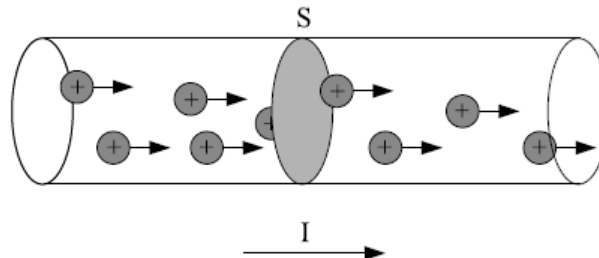


Figura 5 - Intensità di corrente

Per cui:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$$

la definizione (1.10) si applica nel caso di correnti costanti nel tempo, ovvero correnti continue. Nel caso di correnti non continue l'espressione precedente fornisce il valor medio della corrente elettrica nel particolare intervallo di tempo Δt considerato.

La corrente elettrica si misura con uno strumento denominato amperometro.

1.4.1 La corrente convenzionale

Nei metalli la corrente elettrica è un flusso ordinato di elettroni. Nello studio dei circuiti e delle reti elettriche, per ragioni storiche, si suppone che la corrente sia formata da cariche positive che si muovono all'interno di un circuito elettrico secondo un verso convenzionale, in realtà opposto a quello effettivo.

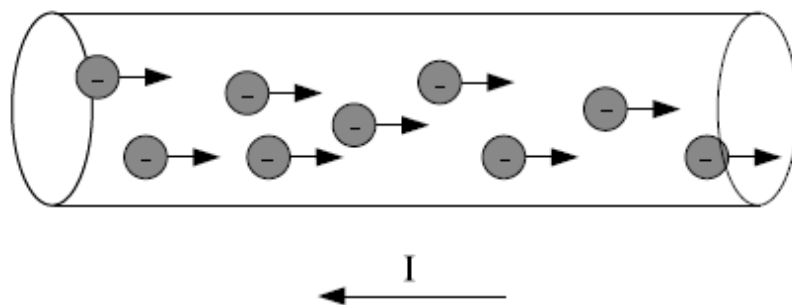


Figura 6 - La corrente convenzionale

1.5 Fenomeno della conduzione elettrica

Se si mette in comunicazione una regione negativa (con eccesso di elettroni) con una regione positiva (in cui vi è mancanza di elettroni) mediante un mezzo conduttore, gli elettroni sono dotati dell'energia di attrazione che li fa spostare dalla regione negativa alla regione positiva. Questo movimento ordinato di elettroni, a cui abbiamo già dato il nome di corrente elettrica, è un esempio di conduzione elettrica. Perché ci sia corrente elettrica attraverso un materiale occorre che:

- ci siano cariche libere;

- venga fornita energia alle cariche libere.

Quanto detto prima può essere espresso in modo equivalente con termini più specifici. Perché ci sia corrente elettrica attraverso un materiale, occorre che il materiale:

- sia conduttore;
- sia sottoposto ad una differenza di potenziale.

La differenza di potenziale ai capi del conduttore può essere ottenuta con un dispositivo che ad una delle sue estremità crea un eccesso di elettroni (polo negativo) mentre all'altra estremità una carenza di elettroni. Questo dispositivo è denominato **generatore**. Il ruolo del generatore è analogo a quello di una pompa idraulica: esso aspira gli elettroni esterni dal suo terminale positivo e li fa defluire internamente verso il terminale negativo. La pila è un esempio di generatore elettrico.

Tra i due terminali del generatore si interpone normalmente non solo il conduttore ma anche un **utilizzatore** elettrico. Anche l'utilizzatore elettrico è un dispositivo dotato di due terminali; da un terminale entra la corrente elettrica e dall'altro essa esce. Un classico esempio di utilizzatore elettrico è la lampadina ad incandescenza. Ricorrendo ancora all'analogia idraulica, la pompa può essere collegata tramite delle condutture ad una ruota idraulica. La ruota idraulica acquista energia cinetica che a sua volta può essere utilizzata per compiere un lavoro.

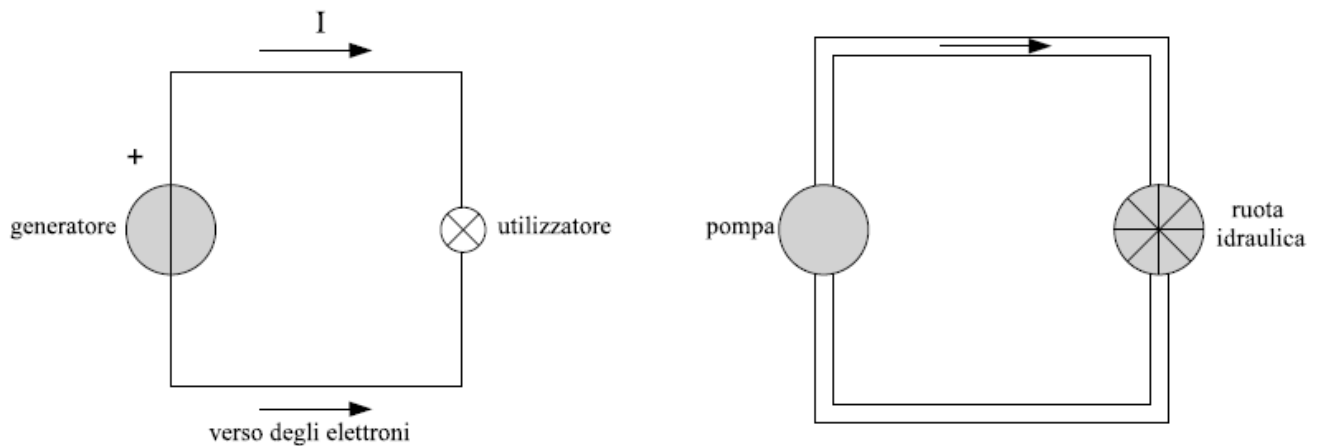


Figura 7 - Analogia idraulica

1.6 Bipoli elettrici

Un sistema elettrico è sostanzialmente un insieme di componenti interconnessi tra loro mediante conduttori metallici. Molti di questi componenti, come mostra l'esperienza comune, sono dotati di due terminali, o morsetti (apparecchi illuminanti, elettrodomestici, motori, campanelli, ecc). In sintesi, si definisce come *bipolo elettrico* un componente, od un insieme di componenti riconducibili ad uno equivalente, che interagisce con il resto del sistema elettrico in due soli punti.

Ad ogni bipolo elettrico sono associate due grandezze elettriche: la differenza di potenziale ΔV presente ai suoi capi e l'intensità di corrente I che lo attraversa.

Si è visto che, in base alla funzione svolta dal punto di vista energetico, i bipoli si suddividono in due categorie: generatori ed utilizzatori.

I **generatori** forniscono l'energia necessaria a far muovere le cariche elettriche all'interno del sistema elettrico. I due morsetti del bipolo elettrico generatore si distinguono in positivo e negativo. La corrente convenzionale fuoriesce dal morsetto positivo del generatore e vi rientra dal morsetto negativo dopo aver percorso il sistema elettrico.

Gli **utilizzatori** ricevono la corrente proveniente del generatore e, attraverso di essa, l'energia. Negli utilizzatori la corrente convenzionale entra dal morsetto collegato alla tensione più elevata (positiva) ed esce dal morsetto collegato alla tensione inferiore (negativa).

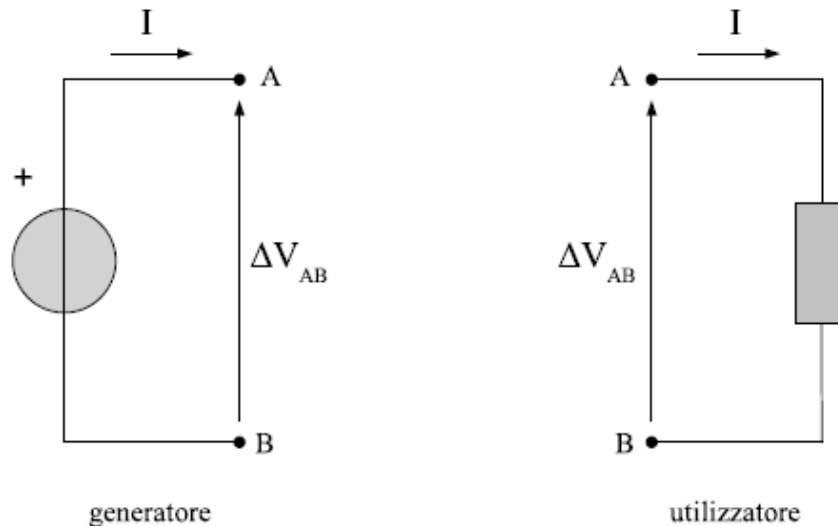


Figura 8 - I bipoli elettrici generatore e utilizzatore

Le due convenzioni di segno trovano giustificazione nel seguente fatto: un generatore fornisce energia alle cariche elettriche positive della corrente convenzionale, pompandole dal morsetto negativo ed emettendole dal morsetto positivo. L'utilizzatore, invece, assorbe energia elettrica dal sistema elettrico comportandosi nel modo opposto.

A questo punto occorre fare una precisazione. La corrente che fuoriesce da un bipolo elettrico è in ogni istante pari alla corrente che entra nel bipolo. Ciò equivale a dire che la quantità di carica totale presente all'interno di un qualsiasi bipolo rimane costante. Questa ipotesi fondamentale è conosciuta con il nome di *principio di stazionarietà della carica elettrica*.

1.7 Energia e potenza elettrica assorbita da un bipolo utilizzatore

Quando un bipolo elettrico è attraversato da una corrente elettrica I , causata da una d.d.p. ΔV applicata ai suoi capi, esso diviene sede di una trasformazione di energia. Per esempio, nel caso della lampadina si assiste ad una trasformazione dell'energia elettrica, fornita dal generatore, in parte in energia luminosa e in parte in calore; questo è solo uno dei tanti esempi delle continue trasformazioni di energia che avvengono nella realtà.

La definizione classica di energia afferma che l'energia di un corpo è l'attitudine del corpo a compiere un lavoro. Il concetto di lavoro richiama una azione meccanica, ma non tutta l'energia si trasforma in lavoro meccanico. Anzi, tendenzialmente tutte le forme di energia tendono, prima o poi, a trasformarsi in calore. E il calore rappresenta la forma di energia più deteriorata, difficilmente immagazzinabile e gestibile⁸.

L'energia posseduta da un corpo viene solitamente indicata con la lettera E e si misura in joule. Quando avviene una trasformazione di energia accade che in un intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ l'energia E posseduta da un corpo subisce una variazione ΔE pari a:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

dove E_1 è l'energia posseduta dal corpo nell'istante di tempo iniziale t_1 e E_2 quella posseduta nell'istante di tempo successivo t_2 .

Nell'intervallo di tempo Δt attraverso il bipolo utilizzatore passa la carica Q pari a:

$$Q = I \cdot \Delta t$$

Ricordando che dalla definizione di d.d.p. si ha

$$\Delta E = \Delta V \cdot Q$$

⁸ In realtà il calore posseduto da un corpo ha a che fare con la somma delle energie cinetiche possedute dalle singole molecole che compongono il corpo. Tanto più grande è l'agitazione molecolare e tanto più elevata è la quantità di calore. Si intuisce che è praticamente impossibile gestire in modo ordinato le energie cinetiche possedute dalle singole molecole.

Pertanto l'energia elettrica assorbita da un bipolo elettrico nell'intervallo di tempo Δt è

$$\Delta E = \Delta V \cdot I \cdot \Delta t \quad (1.11)$$

Se accendiamo una lampadina in una stanza avviene una trasformazione costante di energia da elettrica a calore ed energia luminosa. Più tempo passa e maggiore è l'energia trasformata. La dipendenza dell'energia trasformata dal tempo trascorso si può rappresentare con la seguente relazione:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

dove Δt è il tempo trascorso e P è una grandezza che fornisce una indicazione della velocità con cui avviene la trasformazione di energia. Tale grandezza prende il nome di potenza P . Nel caso del bipolo elettrico si ottiene:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \Delta V \cdot I \quad (1.12)$$

Quindi, la **potenza elettrica assorbita da un bipolo elettrico** è pari al prodotto tra la tensione applicata ai suoi capi e la corrente che la attraversa.

E' importante tener presente che le relazioni (1.11) e (1.12) sono state ottenute per un generico bipolo elettrico, senza fare ipotesi particolari sulle modalità con cui avviene al suo interno la trasformazione di energia. Si rammenta che la potenza, e quindi anche la potenza elettrica, si misura in watt (simbolo W).

Esempio 1.3. Un motore elettrico sottoposto alla tensione di 220V assorbe una corrente pari a 2.5 A. Si determini la sua potenza e l'energia assorbita in 10 s.

Soluzione:

$$P = \Delta V \cdot I = 220 \cdot 2.5 = 550W$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 550 \cdot 10 = 5500J$$

1.7.1 Unità di misura dell'energia elettrica

L'energia elettrica è una particolare forma di energia e, in quanto tale, in base al SI essa si misura in Joule. Per motivi storici e tecnici nei vari ambiti tecnologici, e in particolare anche nel settore elettrico, si sono affermate anche altre unità di misura dell'energia. Si elencano qui di seguito le unità di misura dell'energia più utilizzate:

Caloria	1 cal = 4.1866 J
Kilocaloria	1 kcal = 1000 cal = 4186.6 J
Wattora	1 Wh = 1 W x 3600 s = 3600 J
Kilowattora	1 kWh = 1000 Wh = 3.6 x 10 ⁶ J

Tabella 1 - Unità di misura dell'energia

Esempio 1.4. Determinare il corrispettivo in Joule ΔE_J di una trasformazione di energia elettrica in calore ΔE_{kWh} pari a 115.2 kWh

Soluzione:

$$\Delta E_J = 3.6 \cdot 10^6 \cdot \Delta E_{kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \cdot 115.2 = 4.1472 \cdot 10^8 J$$

Esempio 1.5. Una stufa elettrica da 1000 viene mantenuta in funzione per un'ora. Determinare la quantità di calore ΔE_{kCal} , espressa in kilocalorie prodotta dalla stufa elettrica.

Soluzione:

$$\Delta E_J = P \cdot \Delta t = 1000 \cdot 3600 = 3.6 \cdot 10^6 J$$

$$\Delta E_J = 4186.6 \cdot \Delta E_{kCal}$$

Perciò:

$$\Delta E_{kCal} = \frac{1}{4186.6} \cdot \Delta E_J = \frac{1}{4186.6} \cdot 3.6 \cdot 10^6 \cong 859.89 kCal$$

1.8 Resistenza di un conduttore

1.8.1 Prima legge di Ohm

Si è visto in precedenza (1.5) che in un conduttore si ha passaggio di corrente elettrica solo se ai suoi capi si applica una differenza di potenziale. Ciò significa che tensione e corrente sono in rapporto di causa ed effetto. Se la tensione ai capi del conduttore aumenta allora si può ragionevolmente ipotizzare che aumenti anche l'intensità della corrente che attraversa il conduttore.

In particolare, si può osservare sperimentalmente che in un conduttore esiste una relazione di proporzionalità diretta tra la tensione V ai suoi capi e la corrente I che lo attraversa. La proporzionalità tra tensione e corrente implica, da un punto di vista matematico, che il loro rapporto rimanga costante.

$$\frac{\Delta V}{I} = R \quad (1.13)$$

La costante R è un parametro che indica il grado di difficoltà che le cariche libere incontrano per muoversi all'interno di un conduttore. Esso prende il nome di **resistenza elettrica R** del conduttore. La relazione (1.14) è denominata *prima legge di Ohm* ed è stata scoperta in modo sperimentale nel 1827 dal fisico tedesco George Simon Ohm (1789 – 1854).

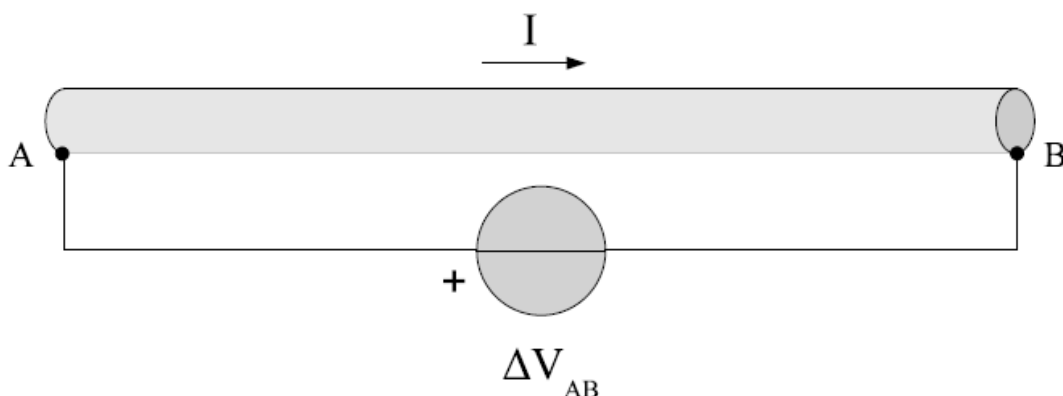


Figura 9 - Conduttore sottoposto ad una d.d.p.

La resistenza si misura in ohm (simbolo Ω). Un conduttore presenta una resistenza di 1 ohm quando, sottoposto ad una d.d.p di 1 volt, è attraversato da una corrente di intensità pari a 1 ampere.

$$1\Omega = \frac{1V}{1A} \quad (1.14)$$

Spesso è comodo utilizzare la grandezza fisica inversa della resistenza, ovvero la conduttanza G .

$$G = \frac{I}{\Delta V} = \frac{1}{R} \quad (1.15)$$

La conduttanza si misura in siemens (simbolo S) in onore di Werner Von Siemens (1816-1892) tecnico ed industriale tedesco, fondatore insieme ai fratelli della casa elettrotecnica Siemens. Un elevato valore di G è indice di un piccolo valore di R.

Esempio 1.6. Un conduttore, a causa di una differenza di potenziale ΔV pari a 15 mV, a cui è sottoposto, viene attraversato da una intensità di corrente pari a 220 mA. Si determini la resistenza e la conduttanza del conduttore.

Soluzione:

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{220 \cdot 10^{-3}} \cong 68 m\Omega$$

$$G = \frac{I}{\Delta V} = \frac{220 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} \cong 15 S$$

Nel caso dei conduttori per cui è valida la legge di Ohm, rappresentando graficamente su un diagramma cartesiano la corrente in funzione della tensione applicata si ottiene una curva, denominata caratteristica, che assume la forma di una retta.

1.8.2 Seconda legge di Ohm

La resistenza di un conduttore dipende da diversi fattori che possono essere riassunti nel seguente elenco:

- caratteristiche fisiche;
- caratteristiche geometriche;
- condizioni ambientali.

In particolare, supposte costanti le condizioni ambientali (in pratica la temperatura), la resistenza di un conduttore di lunghezza l e sezione S è espressa dalla seguente formula:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (1.16)$$

La dipendenza dalle caratteristiche fisiche, in altre parole dal materiale, è espressa attraverso il parametro ρ , denominato resistività.

Dalla formula (1.16) si determina la seguente espressione inversa:

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l} \quad (1.17)$$

Da essa si deduce che l'unità di misura della resistività è $\Omega \cdot m$.

Esempio 1.8. Determinare la resistenza di una matassa di filo di rame crudo di lunghezza $l = 100m$ e sezione $S = 1.5mm^2$ tenendo conto che la resistività del rame crudo, alla temperatura di $20^\circ C$ è pari a $1.78 \times 10^{-8} \Omega m$.

Soluzione:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 1.78 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{100}{1.5 \cdot 10^{-6}} \cong 1.2 \Omega$$

In realtà, in ambito elettrico, poiché le sezioni dei conduttori sono espresse normalmente in mm^2 , la resistività dei materiali utilizzati viene espressa in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

Materiale	Resistività $\left[\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \right]$
Rame crudo	0.0178
Rame ricotto	0.0175
Alluminio	0.284
Aldrey	0.032
Costantana	0.5

Tabella 2 - Resistività di alcuni materiali conduttori alla temperatura di 20°C

1.8.3 Dipendenza dalla temperatura

La resistività dei conduttori varia con la temperatura in modo diverso a seconda del tipo di materiale.

Per la maggior parte dei conduttori (rame, alluminio, ferro, manganina, ecc.) la resistività aumenta con l'aumentare della temperatura.

Ciò trova spiegazione, a livello atomico, nel fatto che aumentando la temperatura di un conduttore aumenta l'agitazione termica degli atomi del reticolo cristallino. Essi tendono, allora, a subire un maggior numero di urti con gli elettroni di conduzione e ciò si traduce in una riduzione del moto direzionale degli elettroni.

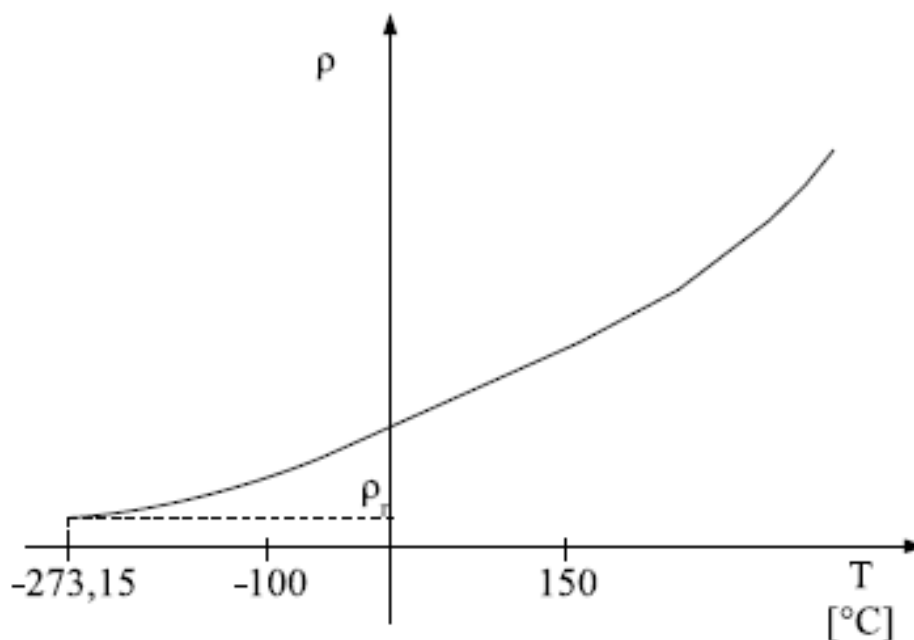


Figura 10 - Dipendenza della resistività dalla temperatura

Per altri materiali, come la grafite ed il carbone amorfo, la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura. Tale comportamento può essere spiegato con il fatto che il carbone è normalmente un cattivo conduttore a causa della scarsità di elettroni di conduzione (il carbone, avendo quattro elettroni di valenza, tende a formare strutture cristalline compatte) e, con l'aumentare della temperatura, tende ad aumentare il numero di elettroni che si liberano dalla struttura cristallina e vanno ad ingrossare le fila degli elettroni di conduzione.

Alla temperatura dello zero assoluto⁹ la resistività dovrebbe essere nulla, essendo cessata del tutto l'agitazione termica degli atomi; in realtà, a causa di altri fattori associati alla meccanica quantistica, ai difetti reticolari e la presenza di impurità, è presente ancora una resistività residua ρ_r .

L'andamento della resistività con la temperatura in un metallo assume pertanto l'andamento riportato in figura 10.

Normalmente tra i -100°C ed i 150°C , la resistività varia in modo quasi lineare con il variare della temperatura. Quindi, dentro questo intervallo, la dipendenza della resistività di un materiale conduttore dalla temperatura si può esprimere mediante la seguente relazione empirica:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)] \quad (1.18)$$

- T_0 è la temperatura di riferimento (tipicamente 20°C)
- $\rho(T_0)$ è la resistività del materiale alla temperatura T_0 ;
- α è il coefficiente di temperatura del materiale.

Si può intuire che un coefficiente di temperatura positivo indica che la resistività del materiale aumenta con la temperatura mentre un coefficiente di temperatura negativo implica che la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura. Moltiplicando ambo i membri della relazione precedente per il rapporto l/S si ottiene:

$$R(T) = R(T_0) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)] \quad (1.19)$$

ovvero la legge di dipendenza della resistenza R di un conduttore dalla temperatura.

Esempio 1.9. un conduttore di rame crudo presenta una resistenza R a 20°C di $0,56 \Omega$. Si determini la variazione della resistenza quando la temperatura raggiunge i 75°C , tenendo conto che il coefficiente di temperatura del rame crudo alla temperatura di 20°C è pari a $3,81 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Soluzione:

$$\Delta R = R(T) - R(T_0) = R(T_0) \cdot \alpha \cdot (T - T_0)$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\Delta R = 0,56 \cdot 10^{-3} \cdot (75 - 20) = 0,12 \Omega$$

In diverse applicazioni è necessario disporre di materiali conduttori dotati di un valore di resistenza preciso e molto stabile al variare della temperatura. Uno di essi è la costantana, una lega composta di rame (60%) e nichel (40%).

Materiale	Coefficiente di temperatura [$^\circ\text{C}^{-1}$]
Rame crudo	$3,81 \times 10^{-3}$
Rame ricotto	$3,93 \times 10^{-3}$
Alluminio	4×10^{-3}
Aldrey	$3,6 \times 10^{-3}$
Costantana	$0,002 \times 10^{-3}$

Tabella 3 - Coefficiente di temperatura di alcuni materiali conduttori alla temperatura di 20°C

⁹ 0 gradi Kelvin, pari a $-273,15 \text{ } ^\circ\text{C}$.

1.9 La legge di Joule

Un conduttore attraversato da corrente elettrica si riscalda. In altre parole in esso avviene una trasformazione di energia elettrica in calore. Quanto sopra si può spiegare tenendo conto del concetto di resistenza elettrica: il mezzo conduttore entro cui avviene il passaggio di corrente elettrica si oppone alla circolazione della corrente, richiedendo un dispendio di energia perché tale circolazione avvenga. Gli elettroni passando da un potenziale inferiore ad un potenziale superiore, cedono energia potenziale elettrica; questa viene dissipata in calore attraverso l'aumento dell'agitazione molecolare dovuto agli urti tra gli elettroni e gli atomi del reticolo cristallino.

Questo processo di trasformazione di energia elettrica in energia termica è stato studiato da James Prescott Joule (1818-1889) ed è noto come effetto Joule.

La legge di Joule afferma che un conduttore di resistenza R , attraversato da una corrente continua I , trasforma in calore in un intervallo di tempo Δt la seguente quantità di energia ΔE :

$$\Delta E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t \quad (1.20)$$

La legge precedente si dimostra facilmente tenendo conto che:

$$\Delta E = \Delta V \cdot I \cdot \Delta t = (R \cdot I) \cdot I \cdot \Delta t \quad (1.21)$$

In termini di potenza si osserva che la potenza elettrica dissipata in calore da un conduttore è:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{R \cdot I^2 \cdot \Delta t}{\Delta t} = R \cdot I^2 \quad (1.22)$$

Applicando la legge di Ohm si ottiene un'altra espressione equivalente:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \quad (1.23)$$

1.9.1 Problematiche tecniche dell'effetto Joule

L'effetto Joule è particolarmente importante ai fini della costruzione e del funzionamento delle apparecchiature elettriche.

Il fenomeno del riscaldamento dei conduttori al passaggio della corrente elettrica è quasi sempre dannoso, a meno che esso non sia appositamente ricercato, come nel caso della stufa elettrica.

Quando un conduttore elettrico è attraversato da una corrente elettrica eccessiva, in termini tecnici sovracorrente, esso può essere soggetto a danni irreversibili a causa dell'eccessivo riscaldamento. È dimostrato che la maggiore causa di incendi nelle abitazioni civili è dovuta all'effetto delle sovracorrenti negli impianti elettrici.

Esistono due tipi di sovracorrenti:

- le correnti di sovraccarico;
- le correnti di cortocircuito.

I conduttori elettrici presenti negli impianti elettrici vengono protetti dalla presenza di eventuali sovracorrenti mediante l'utilizzazione di apparecchiature di protezione quali i fusibili e gli interruttori magnetotermici.

Il fusibile è il più semplice tra i dispositivi di protezione e viene utilizzato generalmente per proteggere una linea dalle correnti di cortocircuito. Esso viene posto in serie alla linea che si vuole proteggere ed interviene interrompendo la linea quando il valore della corrente che lo attraversa è tale da provocare la fusione di un suo elemento fusibile, da cui il nome di fusibile.

Gli interruttori automatici magnetotermici sono dispositivi meccanici di interruzione della corrente. essi sono dotati di un apposito dispositivo di sgancio che provoca l'apertura automatica dei contatti quando la corrente che lo attraversa supera un determinato valore per un certo tempo. Il tempo di intervento dipende dal valore della corrente di guasto.