Valutazione dell'incertezza di categoria A e B

Il metodo per stimare l'incertezza associata ad una misurazione è sancito dalla normativa UNI CEI ENV 13005 "Guida all'espressione dell'incertezza di misura". In tale norma viene stabilito che l'incertezza deve essere valutata componendo due termini che si ottengono dai due seguenti approcci:

Valutazione dell'incertezza di categoria A : è il termine che si ottiene attraverso l'analisi statistica dei risultati provenienti da misurazioni ripetute. Il risultato di misura sarà costituito dalla media sperimentale delle *N* misure. Per tale motivo, l'incertezza proveniente da queste misure è legata al fatto che, poiché *N* è finito, è possibile ottenere solo una stima della media statistica (che rappresenta il valore atteso del misurando) e che tale stima migliora all'aumentare di *N*. Dunque come termine di incertezza si utilizza il rapporto tra lo scarto quadratico medio e la radica quadrata del numero di prove effettuate:

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{N}} \tag{10}$$

Il termine u_A è detto **incertezza tipo** di categoria A. Un approccio di questo tipo è definibile, per quanto detto, un approccio *a posteriori* in quanto la valutazione di tali parametri è possibile solo dopo il rilevamento dei risultati delle misurazioni ripetute nelle stesse condizioni sperimentali.

- **Valutazione dell'incertezza di categoria B:** è il termine ottenuto tramite informazioni disponibili sulla misura senza effettuare prove ripetute. Esempi di tali informazioni sono: dati acquisiti in misurazioni precedenti, esperienza dell'operatore, informazioni sulla strumentazione utilizzata. Questo è, quindi, un approccio *a priori*.
La valutazione dell'incertezza di categoria B si basa, normalmente, su formulazioni derivanti dall'uso di tutte le informazioni rilevanti possibili, che includono:
dati di precedenti misurazioni;
esperienza o conoscenza generale del comportamento e delle proprietà dei materiali e strumenti di interesse;
specifiche tecniche del costruttore;
dati forniti in certificati di taratura o rapporti simili;
incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

  Le informazioni a disposizione per la valutazione dell'incertezza di categoria B richiedono capacità di interpretazione basata sull'esperienza, ed una competenza acquisita con la pratica. Si osservi che un tale approccio di valutazione dell'incertezza è da preferirsi a quello precedente qualora ci si trovi in presenza di un numero relativamente ridotto di osservazioni indipendenti.

Se facendo riferimento alle specifiche del costruttore dello strumento che fornisce le stime delle grandezze di ingresso, o al suo certificato di taratura, o ad altra simile fonte, si ricava come informazione un multiplo di uno scarto tipo, allora l'incertezza tipo, *u(xi)*, è pari al valore dichiarato diviso il moltiplicatore, e la varianza stimata *u2(xi)* è pari al quadrato di tale rapporto. Può, inoltre, presentarsi il caso in cui l'informazione a disposizione è un intervallo di confidenza all'interno del quale il valore delle grandezze di ingresso può essere contenuto con un certo livello di fiducia (ad esempio, 95% o 99%). In tale condizione, si associa all'intervallo individuato una distribuzione gaussiana dalla quale si stabilisce la deviazione standard a partire dal livello di fiducia. L'incertezza tipo sarà posta pari alla deviazione standard così ottenuta.

Di seguito sono riportati alcuni esempi di valutazioni di Tipo B in diverse situazioni, basate sulle informazioni disponibili e su assunzioni dello sperimentatore. In questi casi l'incertezza è ottenuta da fonti esterne o da un'ipotetica distribuzione.

Incertezza ottenuta da fonti esterne
Multiplo di una deviazione standard
Procedura: se riportata in un manuale, o in un certificato di taratura, l'unica informazione sull'incertezza è un multiplo k di uno scarto tipo; l'incertezza standard può essere ottenuta dividendo il valore trovato per il fattore di moltiplicazione k.

Incertezza ottenuta da una ipotetica distribuzione
Distribuzione gaussiana: "99.73%"
Procedura: Si ipotizza una distribuzione gaussiana per i possibili valori della grandezza considerata e si stimano due limiti, uno inferiore $\Delta-$ ed uno superiore $\Delta+$, tali che la miglior stima della grandezza in ingresso vale $(\Delta+ +\Delta-)/2$, cioè il valore centrale tra i due limiti, e si ha il 99.73% di probabilità che la grandezza si trovi nell'intervallo compreso tra $\Delta+$ e $\Delta-$. L'incertezza uj è approssimativamente $\Delta/3$ dove $\Delta=(\Delta+-\Delta-)/2$ è la semiampiezza dell'intervallo.

Distribuzione uniforme (rettangolare)
Procedura: Per praticità si ipotizzano per la grandezza in ingresso due limiti, uno inferiore $\Delta-$ ed uno superiore $\Delta+$, tali che l'intervallo tra $\Delta+$ e $\Delta-$ contiene il 100% dei possibili valori. Ammesso che non ci siano informazioni contrarie, si suppone che i valori compresi in questo intervallo siano ugualmente probabili, la distribuzione della probabilità è uniforme (cioè rettangolare). La miglior stima della grandezza è $(\Delta+ +\Delta-)/2$ con uj= $\Delta/\sqrt{3}$ dove $\Delta=(\Delta+-\Delta-)/2$ è la semiampiezza dell'intervallo.

Distribuzione triangolare
In assenza di informazioni specifiche è ragionevole supporre che la distribuzione sia rettangolare. Ma nel caso sia realistico supporre che i valori prossimi agli estremi siano meno probabili di quelli centrali, è ragionevole ipotizzare una distribuzione gaussiana o, per semplicità, una distribuzione triangolare. Procedura: Si ipotizzano per la grandezza in ingresso due limiti, uno inferiore $\Delta-$ ed uno superiore $\Delta+$, tali che l'intervallo tra $\Delta+$ e $\Delta-$ contiene il 100% dei possibili valori. Ammesso che non ci siano informazioni contrarie, si suppone che i valori compresi in questo intervallo siano distribuiti secondo una distribuzione triangolare. La miglior stima della grandezza è $(\Delta+ +\Delta-)/2$ con uj= $\Delta/\sqrt{6}$ dove $\Delta=(\Delta+-\Delta-)/2$ è la semiampiezza dell'intervallo.

Esempio:Interpretazione delle specifiche strumentali del manuale di uno strumento di misura

In tale sezione viene preso in esame un esempio di valutazione di tipo B dell'incertezza attraverso l'esame delle specifiche dello strumento fornite dal costruttore. Si supponga, ad esempio, di aver eseguito delle misurazioni ripetute di una tensione continua ottenendo, come media sperimentale, il valore di 8.5V.
Ogni strumento dispone di un manuale d'uso in cui sono presenti le caratteristiche peculiari dello strumento stesso tra le quali le cosiddette tabelle di Accuracy Specifications ovvero delle tabelle riportanti l'incertezza associata allo strumento. La Figura 4 ne mostra un esempio.
In essa si notano i seguenti campi:
- Function : in questo caso, lo strumento è un multimetro, per cui questo parametro definisce per la misura di quale grandezza è impiegato il multimetro; in questo caso, la riga da considerare sarà DC Voltage.

- Range: definisce il fondo scala dello strumento. Il multimetro in questione adatta automaticamente il fondo scala scegliendo il range più basso che consenta di eseguire la misura senza saturare; in questo caso, dove il valore medio della tensione misurata è di 8.5V, si sceglierà la riga corrispondente al range di 10V.
- Le successive tre colonne indicano il tempo trascorso dall'ultima calibrazione dello strumento (24 ore, 90 giorni o 1 anno; si consideri, ad esempio, la colonna 1 anno. Si ottengono, così, due coefficienti che, in questo caso, sono 0.0035 e 0.0005.
- Si verifica, inoltre, se la temperatura ambiente a cui si esegue la misurazione sia interna o esterna alla fascia 23°C ± 5 °C. Qualora non lo sia, si valutano i rispettivi coefficienti di correzione. In particolare, i coefficienti trovati precedentemente dovranno essere maggiorati di 0.0005 e 0.0001 rispettivamente per ogni grado centigrado esterno alla fascia 23°C ± 5 °C.

Accuracy Specifications ± (% of reading + % of range) [1]

Function	Range [3]	Test Current or Burden Voltage	24 Hour [2] 23°C ± 1°C	90 Day 23°C ± 5°C	1 Year 23°C ± 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
Resistance [4]	100.0000 Ω	1 mA	0.0030 + 0.0030	0.008 + 0.004	0.010 + 0.004	0.0006 + 0.0005
	1.000000 kΩ	1 mA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	10.00000 kΩ	100 μA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	100.0000 kΩ	10 μA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	1.000000 MΩ	5 μA	0.002 + 0.001	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0010 + 0.0002
	10.00000 MΩ	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.0030 + 0.0004
	100.0000 MΩ	500 nA // 10 MΩ	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002
DC Current	10.00000 mA	< 0.1 V	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	< 0.6 V	0.01 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.002 + 0.0005
	1.000000 A	< 1 V	0.05 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.000000 A	< 2 V	0.10 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020

Figura 1

Come specificato nella parte superiore della tabella, i due coefficienti trovati definiscono due aliquote percentuali:

- ***Percentuale della lettura*** (*% of reading*)**;**
- ***Percentuale del fondo scala*** (*% of range*)**.**

Per questo strumento, allora, l'incertezza si ottiene sommando due contributi. Il primo è il prodotto tra il primo coefficiente, diviso per 100, e il valore letto; come valore letto si assume la media delle misure, quindi, in questo caso, il primo termine è 0.0035*8.5/100. Il secondo termine è costituito dal prodotto tra il secondo coefficiente, diviso per 100, ed il fondo scala: 0.0005*10/100. La somma di questi due contributi costituisce la fascia di incertezza dello strumento fornita dal costruttore. In realtà, per questo particolare strumento, il costruttore non fornisce l'incertezza tipo, ma l'incertezza moltiplicata per 4; in seguito si chiarirà il motivo per cui, nella pratica, l'incertezza associata ad una misurazione viene fornita maggiorata, moltiplicando l'incertezza tipo per un fattore numerico. In questo caso, allora, per comporre i due termini di categoria A e B è necessario risalire all'incertezza tipo di categoria B u_B, ovvero bisogna dividere il valore ottenuto dalle specifiche dello strumento per 4.

Incertezza globale

Le cause di incertezza in un sistema di misura possono essere molteplici e possono essere valutate in modo differente a seconda che si eseguano misure ripetute (valutazione di categoria A) o che ci si affidi a conoscenze acquisite in vario modo (valutazione di categoria B). La norma prescrive di combinare quadraticamente le incertezze tipo delle varie categorie con una relazione del tipo:

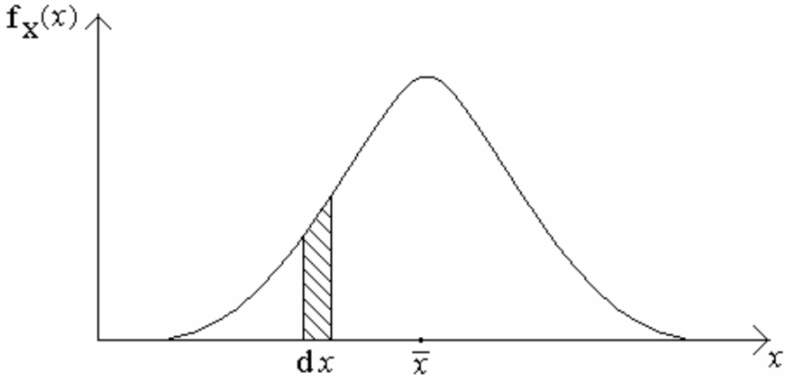
$$u = \sqrt{u_A^2 + u_{1B}^2 + u_{2B}^2 + \ldots + u_n^2} \tag{11}$$

in cui u_A è l'incertezza tipo di categoria A ed i termini u_{iB} sono le incertezze tipo di categoria B. Il termine u dell'espressione (11) fornisce l'**incertezza globale** della misurazione.

L'incertezza estesa

Si supponga di aver eseguito delle misurazioni ripetute ottenendo una valore medio $\bar{x}$ ed un'incertezza globale pari a u. Come affermato in precedenza, il risultato di una misurazione è considerato come una variabile aleatoria con pdf gaussiana; in particolare, tale pdf è centrata intorno al valore medio $\bar{x}$ delle misurazioni ed ha deviazione standard pari all'incertezza globale u (Figura 5). Si può dimostrare, per la distribuzione gaussiana, che la probabilità che la variabile aleatoria assuma un valore compreso nell'intervallo $[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$ è pari al 68.4% (si ottiene valutando l'area sottesa dalla pdf gaussiana in tale intervallo). Ciò significa che quando viene fornito, come risultato della misurazione, l'intervallo $\bar{x} \pm u$, implicitamente si sta considerando che la probabilità che il valore del misurando ricada in questo intervallo è del 68.4%. La probabilità che il misurando abbia un valore compreso nell'intervallo fornito (in questo caso 68.4%) è detto **livello di confidenza** (o livello di fiducia) in quanto esprime proprio il grado di fiducia che ha l'operatore nel ritenere che il valore del misurando si trovi nell'intervallo determinato dall'incertezza.
Nelle applicazioni pratiche, però, un livello di confidenza del 68% può non bastare, cioè l'utente finale può avere interesse ad ottenere un risultato di misura con un livello di confidenza più elevato. A tale scopo si introduce l'**incertezza estesa** U, ottenuta moltiplicando l'incertezza tipo u per un fattore numerico k detto **fattore di copertura**, che può avere valori compresi tra 1 e 4.

$$U = ku \tag{12}$$



Naturalmente, la (12) indica che l'incertezza viene aumentata, ma ciò porta ad ottenere una fascia di valori con un livello di confidenza molto più alto. Per una distribuzione gaussiana, il livello di confidenza associato ai diversi fattori di copertura sono indicati in tabella:

Fattore di copertura	**Livello di confidenza**
1	68.4%
2	95.4%

3	99.7%
4	99.994%

Quindi, se si sceglie un fattore di copertura pari a 3, sarà fornito, come risultato della misurazione, la fascia:

$$\bar{x} \pm U = \bar{x} \pm k u = \bar{x} \pm 3u \quad (13)$$

e tale risultato sarà fornito con un livello di confidenza del 99.7%.
L'incertezza può essere espressa in tre modi diversi:

- in *valore assoluto:* in questo caso corrisponde alla semiampiezza di valori in cui si ritiene ricada il valore del misurando ed ha le stesse dimensioni del misurando;
- in *valore relativo*: in tal caso essa esprime il rapporto tra l'incertezza assoluta e il valore centrale della fascia. Essa è adimensionale e può anche essere espressa in valore percentuale o in parti per milione;
- in valore *relativo ad un valore convenzionale*: in tal caso essa esprime il rapporto tra l'incertezza assoluta e un valore convenzionale che solitamente coincide con il valore di fondo scala dello strumento.

Incertezza desiderata

A questo punto può essere ripreso il concetto di **incertezza desiderata**, la quale, in maniera più rigorosa, è la massima incertezza estesa che si è disposti a tollerare sul valore del misurando. Dunque quando viene stabilita l'incertezza desiderata deve essere specificato il fattore di copertura, cioè il livello di confidenza associato a quella incertezza. Dunque, una volta fissata l'incertezza desiderata, dividendo per il fattore di copertura si ottiene l'incertezza tipo ed in base a questa si determina il metodo di misura da impiegare.

Le cifre significative

Idealmente, il rapporto tra il misurando e l'unità di misura può essere un valore rappresentato con un numero infinito di cifre significative. Anche nel caso di misurazioni ripetute, l'operazione di media può dar luogo ad un risultato con molte cifre significative, in base al modo in cui la calcolatrice presenta il risultato. In realtà, l'incertezza fornisce un'informazione sul numero di cifre con le quali è corretto rappresentare il risultato. Si supponga di aver eseguito delle misurazioni ripetute di resistenza ottenendo come valore medio 10.241254Ω, mentre dalla stima dell'incertezza è stato ottenuto un valore pari a 0.002638 Ω. Per la rappresentazione del risultato, la norma prescrive, innanzitutto, di arrotondare l'incertezza e di rappresentarla con una sola cifra significativa, visto che le altre sarebbero prive di significato. Infatti, nel caso in esame, se l'incertezza è di 0.002 Ω, le altre cifre decimali sono senza significato perché non si possiede l'incertezza per poterle stimare. Arrotondando il valore di incertezza dell'esempio, si ottiene, quindi, 0.003Ω. A questo punto, osservando l'incertezza, si nota che sul risultato di misura si ha un'indeterminazione che è dell'ordine di grandezza dei mΩ. Poiché non si ha il grado di accuratezza per poter stimare le cifre successive al mΩ, queste sono prive di significato ed il risultato di misura deve essere arrotondato al mΩ. In generale, il risultato di misura deve essere troncato all'ultima cifra decimale dell'incertezza. Nell'esempio considerato, il modo corretto per esprimere il risultato della misurazione è il seguente: (10.241±0.003)Ω.