

Programma del corso di Geometria II

Laurea in Ingegneria Civile, Civile S.S.
Laurea specialistica in Ingegneria Strutturale e Geotecnica,
Ingegneria dei Sistemi Idraulici e di Trasporto

A. A. 2004-2005

Dott. A. De Paris

1 Geometria analitica

Rappresentazioni parametriche e cartesiane di rette e piani nello spazio. Numeri direttori di una retta e parametri di giacitura di un piano. Condizioni analitiche di parallelismo. Misura degli angoli convessi propri. “Angolo” tra due rette orientate e tra due vettori liberi. Ortogonalità tra vettori e tra rette. Perpendicolarità (si assume: perpendicolare = ortogonale ed incidente). Prodotto scalare geometrico e funzione coseno: definizioni, formula per il prodotto scalare, proprietà fondamentali. Dimostrazione di alcune proprietà basilari dell’ortogonalità tra vettori, con l’uso del prodotto scalare (primi esempi di procedimenti di ortogonalizzazione di riferimenti vettoriali). Corrispondenza tra prodotto scalare geometrico e prodotto scalare standard numerico. Modulo di un vettore nello spazio e distanza tra due punti nello spazio. Dimostrazione del teorema di Pitagora tramite il prodotto scalare. Coseni direttori. Ortogonalità tra rette e piani e tra piani. Vettore normale ad un piano e sua relazione con i parametri di giacitura. Condizioni analitiche di ortogonalità. Proiezioni ortogonali puntuali e vettoriali. Simmetrie ortogonali. Simmetria centrale.

2 Applicazioni lineari

Applicazioni lineari: definizione ed esempi. Proprietà elementari delle applicazioni lineari. Isomorfismi. Ogni spazio vettoriale (sui reali) finitamente generato è isomorfo ad uno spazio vettoriale numerico. Due spazi vettoriali (finitamente generati, sui reali) sono isomorfi se e solo se hanno la stessa dimensione. Nucleo e immagine. Caratterizzazione dell’iniettività di un’applicazione lineare tramite il nucleo. Formula dimensionale per nucleo e immagine (senza dimostrazione). Caratterizzazione delle forme lineari su spazi numerici. Caratterizzazione delle funzioni a valori vettoriali numerici. Caratterizzazione delle applicazioni lineari

tra spazi vettoriali numerici come applicazioni di moltiplicazione per una matrice. Matrice associata ad un'applicazione lineare tra spazi vettoriali finitamente generati. Proprietà fondamentali della matrice associata. Uguaglianza tra dimensione dell'immagine e rango della matrice associata. Matrice del cambio di base. Formule del cambio di riferimento nello spazio e in un piano. Orientazione. Rotazioni vettoriali.

3 Prodotto vettoriale e calcolo di distanze, aree e volumi

Prodotto vettoriale e funzione seno: definizioni, formula per il prodotto vettoriale, proprietà fondamentali. Formula per il prodotto vettoriale in un riferimento monometrico ortogonale. Determinanti di ordine due e aree di parallelogrammi. Determinanti di ordine tre e volumi di parallelepipedi. Prodotto misto. Formule per le distanze tra punti, rette e piani (con l'uso del prodotto vettoriale). Retta perpendicolare a due rette sghembe.

4 Relazione tra sistemi lineari e algebra lineare

Dimostrazione del teorema di Rouché-Capelli. Controimmagini tramite applicazioni lineari. Relazione tra soluzioni di un sistema e soluzioni del sistema omogeneo associato. Alternativa per un sistema con assegnata matrice dei coefficienti quadrata: “il sistema ammette sempre soluzioni per ogni scelta dei termini noti” oppure “il sistema omogeneo associato ammette una soluzione non banale”.

5 Approfondimenti sulle applicazioni lineari

Operazioni tra applicazioni lineari. Spazi di omomorfismi e spazio duale. Base duale. Isomorfismi tra uno spazio finitamente generato e il suo duale. Isomorfismo standard tra uno spazio vettoriale numerico e il suo duale, e relazione con il prodotto scalare standard. Cenno sull'uso delle applicazioni lineari per l'analisi locale di deformazioni. Endomorfismi. Cambio di base per gli endomorfismi. Matrici simili. Autovalori ed autovettori di endomorfismi e matrici sui reali. Autospazi. Polinomio caratteristico di un endomorfismo. Autovalori e radici del polinomio caratteristico. Endomorfismi e matrici diagonalizzabili. Autovettori e indipendenza lineare. Molteplicità algebrica e geometrica. Caratterizzazione della diagonalizzabilità tramite le molteplicità algebriche e geometriche degli autovalori. Ortogonalità per vettori numerici reali. Basi ortonormali per spazi vettoriali geometrici o numerici. Matrici ortogonali. Endomorfismi e matrici ortogonalmente diagonalizzabili. Una matrice sui reali è ortogonalmente diagonalizzabile se e solo se è simmetrica (senza dimostrazione). Esempi sui procedimenti di ortogonalizzazione. Applicazione trasposta. Relazione tra nucleo

e immagine di un'applicazione e nucleo e immagine dell'applicazione trasposta. Relazioni di ortogonalità tra nucleo e immagine di un'applicazione di moltiplicazione per una matrice e nucleo e immagine dell'applicazione di moltiplicazione per la trasposta.

6 Applicazioni bilineari

Definizione di applicazione bilineare. Forme bilineari. Forme simmetriche e forme antisimmetriche. Esempi. Caratterizzazione delle forme bilineari su spazi numerici. Matrice associata ad una forma bilineare su uno spazio finitamente generato. Proprietà fondamentali della matrice associata ad una forma bilineare. Cambio di base per forme bilineari. Matrici congruenti. Matrici congruenti hanno lo stesso rango (senza dimostrazione). Rango di una forma bilineare e definizione di forma bilineare degenerare. Forme quadratiche. Polarizzazione e simmetrizzazione. Matrice associata ad una forma quadratica. Definizione di forma quadratica degenerare. Diagonalizzazione e forma canonica per una forma quadratica (senza dimostrazioni). Segnatura di una forma quadratica. Definizione di ellissi, iperboli e parabole e loro rappresentazione. Coniche. Matrice associata ad una conica. Condizioni per il riconoscimento di ellissi, iperboli e parabole (senza dimostrazione). Tensori (argomento facoltativo).

Gli appunti del corso possono essere reperiti al centro fotocopie di via Claudio, o in formato elettronico (PDF) nel sito ufficiale web docenti: www.docenti.unina.it/alessandro.deparis (sezione “download”, cartella “Area pubblica del docente”, sottocartella “Ingegneria Civile”, file “Appunti2.pdf”)