Fisica Generale I

Compito scritto del 12 settembre 2018

Esercizio n.1

Un corpo (fig. 1) è lanciato dall'origine O con una velocità $\boldsymbol{V_0}$ che forma un angolo θ con la direzione positiva dell'asse x. Nel punto più alto della traiettoria, il corpo viene a trovarsi su un piano orizzontale scabro ($\mu_d = 0.25$) e si ferma dopo aver percorso un tratto $L = 2.645\ m$.
→ *Calcolare il valore dell'angolo* θ, sapendo che è $V_0 = 25.92$ km/h.

Esercizio n.2

Le masse $\boldsymbol{m_1} = 800\ g$ e $\boldsymbol{m_2} = 200\ g$ sono saldate agli estremi di una molla di massa trascurabile avente lunghezza di riposo $L_0 = 20\ cm$, costante elastica $k = 64\ N/m$ e inizialmente compressa di una quantità $\Delta = 10\ cm$. Il sistema, mantenuto inizialmente in equilibrio statico, è all'istante $t_o = 0$ lasciato libero di muoversi, sotto l'azione della forza elastica, su un piano orizzontale liscio.

1) Calcolare le componenti delle velocità V_{1x} e V_{2x} di $\boldsymbol{m_1}$ e $\boldsymbol{m_2}$ nell'istante t_1 in cui la molla ritorna alla lunghezza di riposo L_0 (cioè non è né compressa, né allungata).

2) Calcolare, rispetto all'origine O dell'asse x (fig. 2), le posizioni del centro di massa del sistema all'istante iniziale t_o e all'istante t_1.

Esercizio n.3

Due sottili aste rigide, la prima avente lunghezza $a = 30\ cm$ e massa $m_a = 30\ g$, la seconda avente lunghezza $b = 40\ cm$ e massa $m_b = 40\ g$, sono saldate per un loro estremo in modo da formare un **angolo retto** (fig. 3). Esse sono appese a un supporto tramite un filo inestensibile uscente dal punto di saldatura e in equilibrio statico. Determinare:

1) Il modulo T della tensione del filo;

2) Gli angoli θ_a e θ_b che le aste "a" e "b" formano rispettivamente con la direzione verticale.

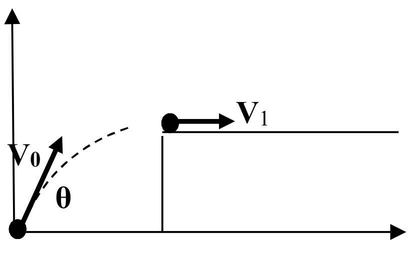

Fig. 1

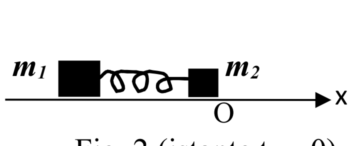

Fig. 2 (istante $t_o = 0$)

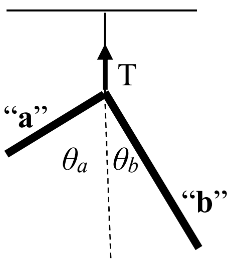

Fig. 3

Indicazioni per la soluzione degli esercizi.

1) La prima parte del moto è quella di un moto di un proiettile, fino al punto più alto della traiettoria, nel quali la velocità è orizzontale, annullandosi la sua componente verticale:

avendosi $V_1 = V_0 \cos\theta$, una volta nota V_1, si ricava il valore di θ. La seconda parte del moto è un moto con accelerazione costante dovuta all'attrito dinamico che riduce alla quiete il corpo. Dal teorema dell'energia cinetica si ha:

$$0 - \frac{1}{2}m{V_1}^2 = Lavoro\ della\ forza\ di\ attrito$$

$$0 - \frac{1}{2}m{V_1}^2 = -\mu_d mgL$$

$${V_1}^2 = 2\mu_d gL$$

$$V_1 = \sqrt{2\mu_d gL}$$

$$cos\theta = \frac{V_1}{V_0} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^0$$

2) Il sistema dei due corpi, essendo il piano orizzontale liscio, è soggetto solo a forze verticali (reazioni del piano orizzontale e forze peso); è perciò isolato nella direzione orizzontale (asse x).

Si conserva la perciò la componente x della quantità di moto totale del sistema. Essendo il sistema inizialmente in quiete, si ha:

$$(*) \quad m_1 V_{1x} + m_2 V_{2x} = 0$$

Inoltre, la forza elastica è conservativa, per cui si conserva l'energia totale meccanica:

$$E_{tot}(dopo) = E_{tot}(prima)$$

L'energia totale dopo è solo cinetica (molla né compressa, né allungata).

L'energia totale prima è solo potenziale (corpi inizialmente fermi). Quindi:

$$(**) \quad \tfrac{1}{2}m_1{V_{1x}}^2 + \tfrac{1}{2}m_2{V_{2x}}^2 = \tfrac{1}{2}k\Delta^2.$$

Le due relazioni (*) e (**) costituiscono un sistema di due equazioni con incognite le velocità.

La posizione iniziale del centro di massa del sistema è:

$$X_{cm}(t_0) = \frac{-m_1 \times (L_0 - \Delta) + m_2 \times 0}{m_1 + m_2}$$

Dalla prima equazione cardinale, $0 = \vec{R}_{est} = (m_1 + m_2)\vec{A}_{cm}$, segue che l'accelerazione del centro di massa è nulla. La velocità del centro di massa è inizialmente nulla e perciò si conserva nulla in tutti gli istanti successivi. Il centro di massa rimane perciò immobile. Pertanto:

$$X_{cm}(t_o) = X_{cm}(t_1).$$

3) Si tratta del problema di equilibrio di un corpo rigido. Si applicano le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi:

$$\vec{R}_{est} = 0 \qquad \overrightarrow{M_O}_{est} = 0.$$

$$\vec{T} + m_a\vec{g} + m_b\vec{g} = 0 \quad \rightarrow \quad T - m_a g - m_b g = 0 \quad \text{(comp. y)}$$

$$\frac{1}{2}\vec{a} \times m_a\vec{g} + \frac{1}{2}\vec{b} \times m_b\vec{g} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}am_a g sen\theta_a - \frac{1}{2}bm_b g sen\theta_b = 0 \quad \text{(comp. z)}$$

Essendo poi $\theta_a + \theta_b = 90^0$ ed avendosi $sen(\theta_b) = cos(\theta_a)$ si ottiene il valore di $tg(\theta_a)$, da cui θ_a,

e di conseguenza $\theta_b = 90^0 - \theta_a$.