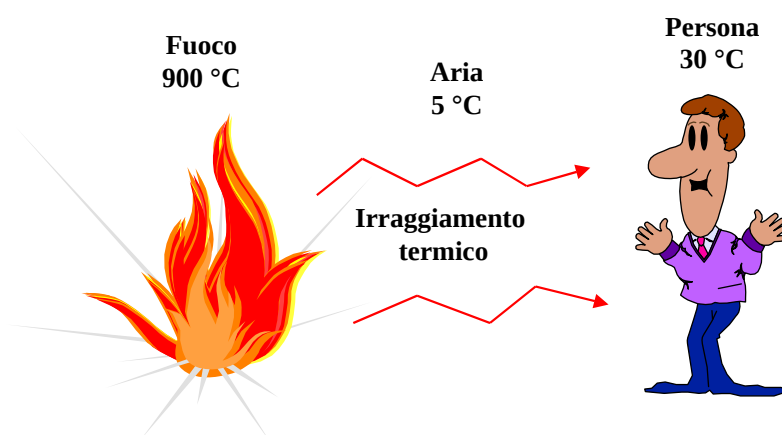


IRRAGGIAMENTO TERMICO

L'irraggiamento termico è uno dei meccanismi di trasmissione dell'energia come calore. La sua peculiarità è di non necessitare di un supporto materiale, potendo avvenire anche attraverso il vuoto. L'irraggiamento, per esempio, è il meccanismo mediante il quale l'energia emessa dal Sole raggiunge e riscalda la Terra.

La trasmissione del calore per irraggiamento tra due corpi può avvenire anche in presenza di un mezzo di separazione più freddo di entrambi i corpi: per esempio, l'energia termica emessa da una fiamma raggiunge una persona attraversando aria più fredda, oppure la radiazione solare raggiunge la superficie della Terra dopo aver attraversato, alle elevate altitudini, strati d'aria molto freddi.



L'irraggiamento termico rientra nel più vasto fenomeno fisico della radiazione elettromagnetica. Tutti i corpi materiali, i solidi così come i liquidi ed i gas, **emettono** energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e sono in grado di **assorbire** tale energia radiante: è così possibile realizzare tra due corpi un trasferimento di energia.

Le onde elettromagnetiche emesse dai corpi viaggiano alla stessa velocità **c** di propagazione della luce nel mezzo che attraversano e sono caratterizzate dalla **frequenza f**, la cui unità di misura è Hz e rappresenta il numero di cicli nell'unità di tempo, dalla **lunghezza d'onda λ** , generalmente misurata in μm che rappresenta la distanza percorsa in un periodo.

Queste grandezze sono legate tra di loro dalla seguente relazione:

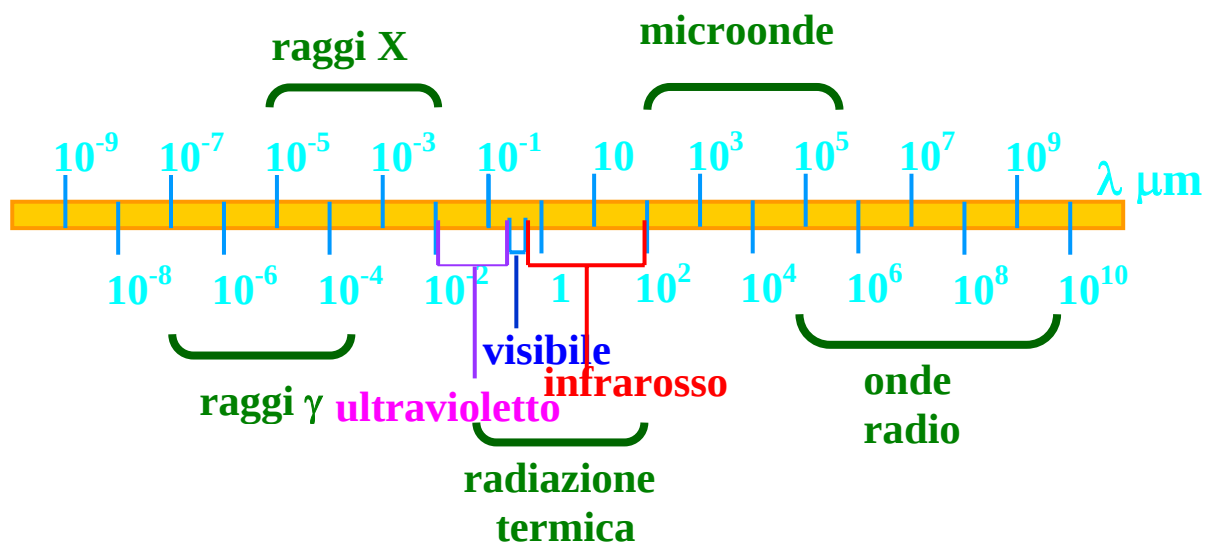
$$c = \lambda f$$

La velocità di propagazione della luce nel vuoto vale circa 300.000 km/s.

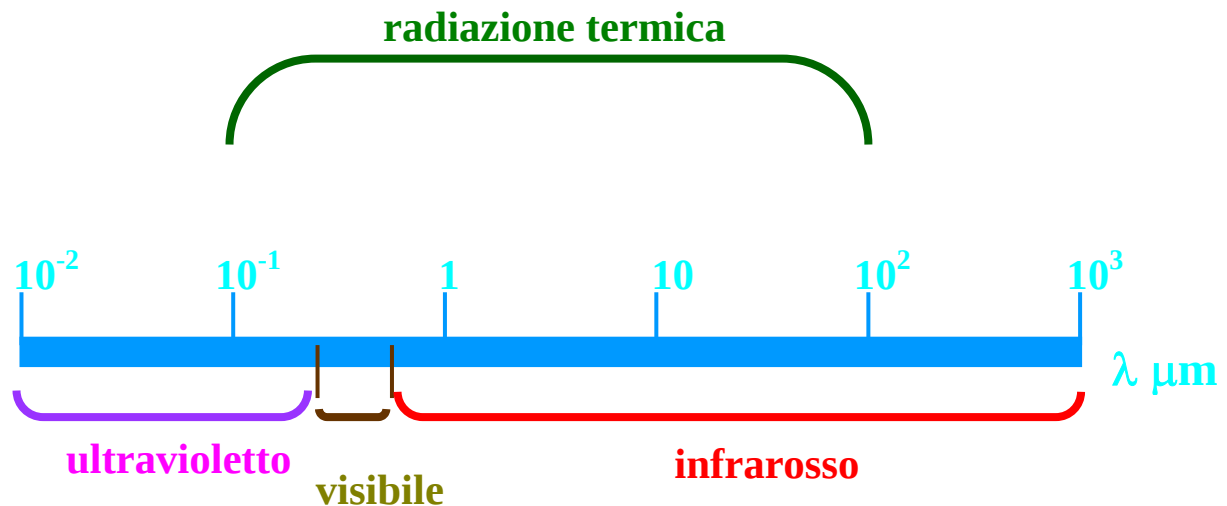
Esistono diversi tipi di onde elettromagnetiche, ciascuno prodotto da una differente causa: i raggi gamma sono prodotti da reazioni nucleari, i raggi X sono prodotti dal bombardamento di metalli con elettroni di alta energia, le microonde sono prodotte da speciali tubi elettronici come il magnetron, le onde radio sono prodotte dal flusso di corrente alternata in conduttori elettrici e la radiazione termica è causata dalla temperatura dei corpi.

L'irraggiamento pertanto si occupa non dello studio di tutta la radiazione elettromagnetica ma solo dello studio della radiazione termica cioè dell'energia elettromagnetica emessa dai corpi a causa della loro temperatura.

Le radiazioni elettromagnetiche differiscono molto nel loro comportamento al variare della lunghezza d'onda. Esse coprono un esteso campo di lunghezze d'onda variabile da meno di 10^{-9} μm per i raggi cosmici a più di 10^{10} μm per le onde elettriche di potenza. Nella seguente figura è illustrato tutto lo spettro della radiazione elettromagnetica.



La radiazione termica è caratterizzata da lunghezze d'onda che variano da circa 0,1 μm a 100 μm . Essa include quindi tutta la radiazione visibile, caratterizzata da lunghezze d'onda comprese tra 0,40 e 0,76 μm , e parte della radiazione infrarossa e ultravioletta.



0,40		0,44
0,44		0,49
0,49		0,54
0,54		0,60
0,60		0,63
0,63		0,76

La radiazione elettromagnetica emessa da un corpo per irraggiamento varia sensibilmente al variare della temperatura del corpo, della lunghezza d'onda, del materiale costituente il corpo e del trattamento superficiale di quest'ultimo.

Ad esempio, a parità di lunghezza d'onda e di temperatura, una superficie di ferro ossidato emette grosso modo quanto una superficie intonacata a calce; se il ferro è accuratamente lucidato, la radiazione emessa diventa meno della decima parte.

L'energia termica emessa da una superficie, così come tutte le grandezze che entrano in gioco nell'irraggiamento termico, dipende dalla lunghezza d'onda; per evidenziare questa dipendenza, tutte queste grandezze sono denotate con l'aggettivo monocromatico o spettrale e si usa, in genere, il pedice λ .

Si definisce **potere emissivo spettrale o monocromatico** e si indica con E_λ la radiazione termica emessa, in tutte le direzioni, per unità di area e per unità di tempo nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$; si misura in $\text{W/m}^2\mu\text{m}$.

Il **potere emissivo totale**, E , è la radiazione termica emessa in tutte le direzioni, per unità di area e di tempo su tutto il campo di lunghezze d'onda; si misura quindi in W/m^2 .

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda$$

Si definisce **irradiazione spettrale o monocromatica** e si indica con G_{λ} la radiazione termica incidente su di una superficie di area unitaria, per unità di tempo nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$; si misura in $W/m^2\mu m$.

L' **irradiazione totale**, G , è la radiazione termica incidente su di una superficie, per unità di area e di tempo su tutto il campo di lunghezze d'onda; si misura quindi in W/m^2 .

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda$$

Si definisce **radiosità spettrale o monocromatica** e si indica con J_{λ} tutta la radiazione termica che lascia una superficie, per unità di area, per unità di tempo e nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$; si misura in $W/m^2\mu m$.

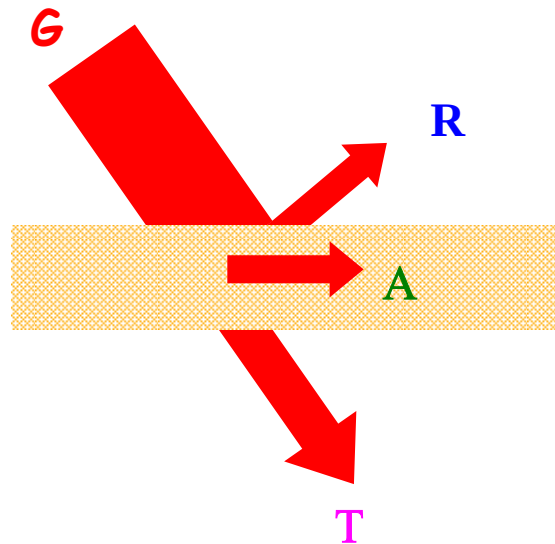
La **radiosità totale**, J , è tutta la radiazione termica che lascia una superficie, per unità di area e di tempo, su tutto il campo di lunghezze d'onda; si misura quindi in W/m^2 .

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda$$

Quando una irradiazione G incide su di una superficie, un'aliquota di questa radiazione viene riflessa; pertanto, la radiazione che lascia una superficie rappresenta la somma di quella emessa e di quella riflessa.

La radiazione non riflessa penetra nel corpo e attraversandolo viene parzialmente attenuata; l'aliquota che riemerge rappresenta la radiazione trasmessa mentre quella attenuata è la radiazione assorbita.

Possono pertanto essere definiti per una superficie i coefficiente monocromatici di riflessione ρ_λ , di trasmissione τ_λ e di assorbimento α_λ .



Il **coefficiente di riflessione spettrale**, ρ_λ , è definito come il rapporto tra la radiazione termica riflessa dalla superficie in oggetto R_λ e quella incidente G_λ nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$

$$\rho_\lambda = \frac{R_\lambda}{G_\lambda}$$

ρ_λ è adimensionale ed è compreso nell'intervallo 0 - 1.

Il **coefficiente di trasmissione spettrale**, τ_λ , è definito come il rapporto tra la radiazione trasmessa dalla superficie in oggetto T_λ e quella incidente G_λ nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$

$$\tau_\lambda = \frac{T_\lambda}{G_\lambda}$$

τ_λ è adimensionale ed è compreso nell'intervallo 0 - 1.

Il **coefficiente di assorbimento spettrale**, α_λ , è definito come il rapporto tra la radiazione assorbita A_λ e quella incidente G_λ nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e $\lambda+d\lambda$

$$\alpha_\lambda = \frac{A_\lambda}{G_\lambda}$$

α_λ è adimensionale ed è compreso nell'intervallo 0 - 1.

Analogamente si possono definire il **coefficiente di riflessione totale**, ρ , il **coefficiente di trasmissione totale**, τ , ed il **coefficiente di assorbimento totale**, α , come il rapporto tra la radiazione termica totale rispettivamente riflessa, trasmessa e assorbita e quella incidente:

$$\rho = \frac{R}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

$$\tau = \frac{T}{G} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

$$\alpha = \frac{A}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

Tra i coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione, sia totali che spettrali, sussistono le seguenti relazioni:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \qquad \alpha + \rho + \tau = 1$$

La maggior parte dei solidi sono **opachi** cioè non trasmettono l'energia termica che incide su di essi ma l'assorbono e la riflettono solamente. Tale caratteristica dipende sia dal coefficiente di assorbimento, caratteristico della sostanza, sia dalla sua estensione geometrica: per attenuare al 90% una radiazione incidente nell'infrarosso è sufficiente uno spessore di qualche centesimo di μm per i metalli più comuni, mentre occorre uno spessore di 70 μm per la carta e di 250 μm per la mica. Per un corpo opaco si ha quindi:

$$\tau = 0 \qquad \alpha + \rho = 1$$

Gli aeriformi invece sono caratterizzati da un coefficiente di riflessione nullo. I gas monoatomici (idrogeno, ossigeno, azoto e quindi l'aria secca) sono caratterizzati anche da un coefficiente di assorbimento nullo e da un'emittenza nulla; essi pertanto non assorbono e non emettono ma sono completamente trasparenti all'energia radiativa; per questo motivo si dice che sono non partecipanti. Per essi valgono le seguenti relazioni:

$$\tau = 1 \qquad \alpha = \rho = 0$$

Risulta conveniente descrivere il comportamento radiativo di una superficie reale per confronto con un sistema ideale per il quale siano note le leggi che analizzano la fenomenologia. Ad esempio, per valutare le proprietà degli aeriformi, è stato introdotto il modello di gas ideale; per l'analisi termodinamica della conversione termo-meccanica dell'energia, è stata definita la macchina di Carnot. Nell'irraggiamento si introduce il **corpo nero**.

Il **corpo nero** è definito come **l'assorbitore perfetto**, nel senso che assorbe completamente tutta la radiazione termica su esso incidente, indipendentemente dalla sua lunghezza d'onda.

$$\alpha = 1 \qquad \tau = \rho = 0$$

Il suo nome deriva dal fatto che, assorbendo tutta la radiazione incidente anche nel campo del visibile, appare nero alla nostra vista. Va osservato, tuttavia, che un corpo che ci appare di colore nero non è necessariamente un corpo nero dal punto di vista delle sue caratteristiche radiative, in quanto il campo di lunghezze d'onda della radiazione termica è molto più ampio di quello del visibile. Alcune sostanze come il nerofumo e il nero d'oro, però, approssimano bene il comportamento di un corpo nero, che può comunque essere riprodotto con ottima approssimazione in laboratorio.

Il corpo nero, in quanto assorbitore perfetto, è anche un **emettitore perfetto**, nel senso che per ogni lunghezza d'onda e per ogni temperatura emette la massima energia termica possibile.

Si consideri un piccolo solido delimitato da una superficie di area A_1 , situato all'interno di una cavità di area A_2 molto maggiore di A_1 . Si immagini che la

superficie 2 sia mantenuta ad una temperatura costante T_2 , riscaldandola o raffreddandola a seconda della necessità

Si ipotizzi, per semplicità, che all'interno della cavità vi sia il vuoto, e che dunque l'unico meccanismo di scambio termico tra le superfici sia l'irraggiamento. Dopo un periodo più o meno lungo, le due superfici raggiungeranno necessariamente una condizione di equilibrio termico, e, essendo T_2 mantenuta costante, sarà $T_2 = T_1$. In queste condizioni, dovrà necessariamente essere, per la superficie 1:

$$E_{1\lambda} = \alpha_{1\lambda} G_{1\lambda}$$

ovvero, l'energia emessa e quella assorbita dovranno coincidere. In caso contrario, infatti, l'energia e quindi il valore della temperatura del corpo delimitato dalla superficie 1 tenderebbero a salire, in contrasto con l'ipotesi di raggiunto equilibrio.

Nel caso la superficie 1 sia una superficie non nera, sarà:

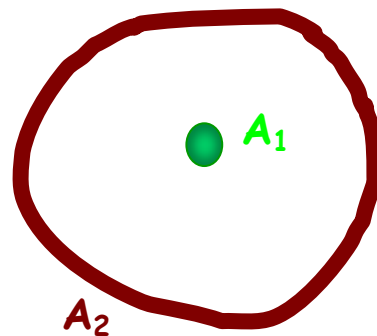
$$\alpha_{1\lambda} < 1 \Rightarrow G_{1\lambda} > E_{1\lambda}$$

Se, a parità di ogni altra condizione, si immagina di sostituire la superficie non nera con una nera, con $\alpha_{1\lambda,n} = 1$ (si noti che, essendo $A_2 \gg A_1$, l'irradiazione $G_{1\lambda}$ proveniente dalla superficie 2 non sarà influenzata dalla sostituzione ipotizzata), si avrà evidentemente:

$$E_{1\lambda,n} = G_{1\lambda} > E_{1\lambda}$$

Per qualsiasi lunghezza d'onda, e per una qualsiasi, fissata temperatura, una superficie nera emetterà la massima energia radiante possibile a quella temperatura.

Le caratteristiche radiative di un corpo nero sono state determinate basandosi sulla teoria quantica e sono state verificate sperimentalmente. Per tutte le grandezze relative al corpo nero si usa il pedice n.



Le leggi che descrivono il comportamento di un corpo nero sono le seguenti:

Legge di Stefan-Boltzmann

$$E_n = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Legge di Planck

$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad C_1 = 3,742 \frac{W \cdot \mu m^4}{m^2}$$
$$C_2 = 1,439 \cdot 10^4 \mu m \cdot K$$

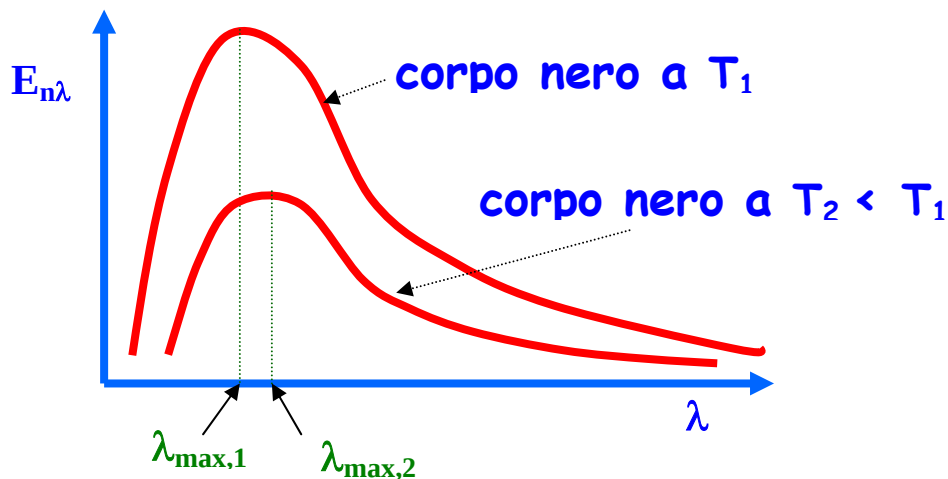
Legge di Wien

$$\lambda_{max} \cdot T = C_3 \quad C_3 = 2897,8 \mu m \cdot K$$

Da queste relazioni segue che:

- 1) fissata la lunghezza d'onda, la radiazione monocromatica emessa **aumenta all'aumentare della temperatura**; ciò accade anche per le grandezze totali: al crescere della temperatura del corpo nero aumenta notevolmente la radiazione emessa (la radiazione termica che investe un individuo posto di fronte alla fiamma di un camino è notevolmente maggiore di quella che investe lo stesso individuo posto di fronte ad un termosifone);
- 2) la radiazione monocromatica emessa dal corpo nero è una funzione continua della lunghezza d'onda e, ad una fissata temperatura, all'aumentare della lunghezza d'onda aumenta sino a raggiungere un valore massimo per poi decrescere;

- 3) all'aumentare della temperatura le curve si spostano verso sinistra per cui a temperature elevate una frazione sempre maggiore di radiazione termica è emessa a lunghezze d'onda più corte.



La radiazione monocromatica emessa dal Sole, considerato come un corpo nero a circa 6000 K, raggiunge il suo valore massimo nella zona del visibile dello spettro della radiazione elettromagnetica ($\lambda_{\max} = 0,48 \mu\text{m}$) ed il 90% della radiazione è emessa a lunghezze d'onda inferiori a $1,5 \mu\text{m}$.

La resistenza di una stufa elettrica raggiunge una temperatura all'incirca di 1600 °C pertanto il suo potere emissivo spettrale raggiunge il suo valore massimo per una lunghezza d'onda pari a $1,55 \mu\text{m}$ con una notevole percentuale della radiazione emessa nel campo del visibile, mentre superfici a temperature minori di 800 K emettono quasi interamente nella regione dell'infrarosso e perciò non sono visibili dall'occhio umano a meno che non riflettano radiazione elettromagnetica proveniente da altri corpi che, come il Sole o una lampada ad incandescenza, emettono sostanzialmente nello spettro del visibile. Questo spiega perché quando si spegne la luce in un locale la resistenza di una stufa elettrica continua a vedersi mentre gli altri oggetti non si vedono.

Il potere emissivo totale del corpo nero è legato a quello spettrale mediante un legame di integrazione su tutto il campo delle lunghezze d'onda.

$$E_n = \int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda$$

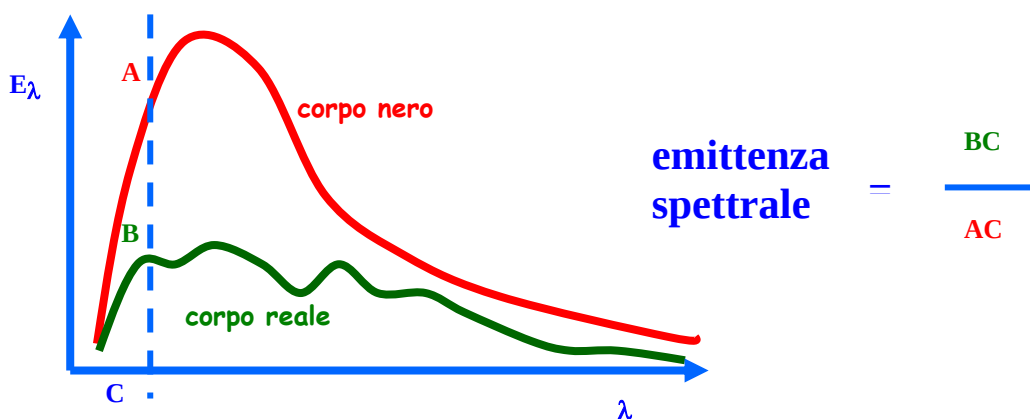
Graficamente, con riferimento alla curva che rappresenta l'andamento del potere emissivo monocromatico del corpo nero, il potere emissivo spettrale corrisponde all'ordinata della curva mentre il potere emissivo totale corrisponde all'area sottesa dall'intera curva.

La maggior parte delle superfici che si incontrano nelle applicazioni ingegneristiche non hanno comportamento da corpo nero e per caratterizzarle in problemi di irraggiamento termico si usano grandezze adimensionali come **l'emittenza** che confronta la capacità di una superficie reale di emettere a quella che avrebbe un corpo nero alla stessa temperatura superficiale del corpo reale.

L'**emittenza spettrale** ε_λ di una superficie reale è definita come il rapporto tra il potere emissivo spettrale del corpo reale e quello del corpo nero alla stessa temperatura.

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda(T)}{E_{n\lambda}(T)}$$

Questa grandezza è adimensionale ed è compresa nell'intervallo 0 - 1.



Accanto all'emittenza spettrale ε_λ è definita anche l'emittenza totale ε di una superficie. Quest'ultima è definita come il rapporto tra il potere emissivo totale del corpo reale e quello del corpo nero alla stessa temperatura.

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{n\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda}$$

La radiazione emessa da un corpo reale è valutabile quindi molto semplicemente come:

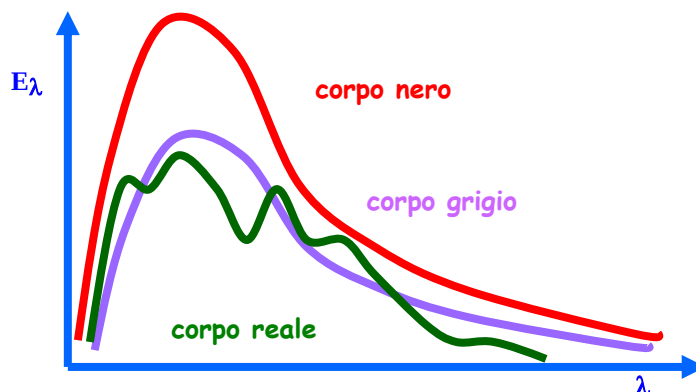
$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

Tra l'emittenza spettrale ed il coefficiente di assorbimento spettrale di una superficie sussiste una importante relazione denominata legge di Kirchhoff:

per qualunque superficie l'emittenza spettrale è uguale al coefficiente di assorbimento spettrale.

In generale per una superficie reale il coefficiente di assorbimento totale e l'emittenza totale non sono uguali pur essendo uguali i valori delle corrispondenti grandezze monocromatiche.

Nei problemi di irraggiamento termico una approssimazione spesso accettabile è quella di ritenere trascurabile la variazione dell'emittenza con la lunghezza d'onda ($\varepsilon_{\lambda} = \text{costante}$); in questo caso si parla di **corpo grigio** e, com'è facile riconoscere, l'emittenza monocromatica ε_{λ} coincide con quella totale ε . Nella figura sottostante sono rappresentati qualitativamente gli andamenti del potere emissivo spettrale di un corpo nero, di un corpo grigio e di un corpo reale, a parità di temperatura.



Nel caso di corpo grigio è verificata l'uguaglianza anche tra l'emittenza totale ed il coefficiente di assorbimento totale di una superficie. In definitiva pertanto si ha che, per qualsiasi, fissata temperatura:

Superficie reale

$$\alpha \neq \varepsilon \text{ (in generale)}$$

Superficie grigia

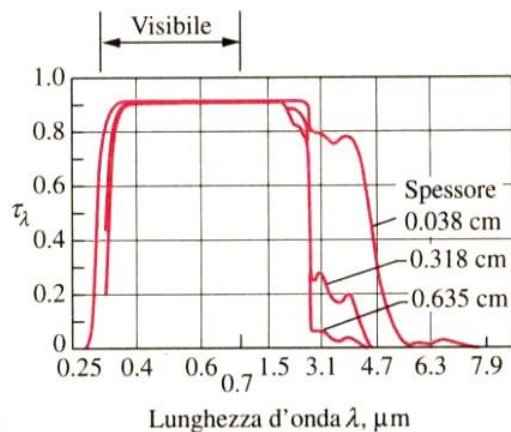
$$\varepsilon_{\lambda} = \text{cost.} \Rightarrow \alpha = \varepsilon$$

Nella tabella sottostante sono riportati, a titolo di esempio, i valori dell'emittenza per alcuni materiali.

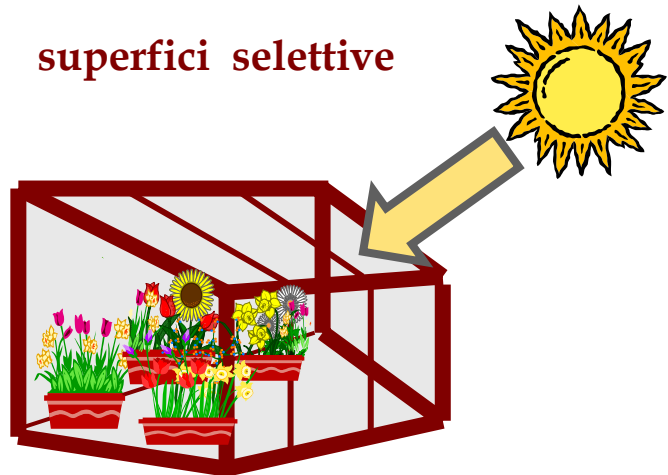
materiale	emittenza
oro lucidato	0,02
rame lucidato	0,03
acciaio lucidato	0,17
rame tubo	0,30
legno	0,85
carta	0,90
pittura bianca	0,90
mattone rosso	0,93
pelle umana	0,95
acqua	0,96
pittura bianca	0,98

Per alcune superfici la dipendenza delle caratteristiche radiative dalla lunghezza d'onda non può essere trascurata; se però si suddivide l'intero campo di lunghezze d'onda in più intervalli, è possibile assegnare, in ciascuna banda, un valore costante all'emittenza ed ai coefficienti di assorbimento, di riflessione e

di trasmissione. In questo caso si dice che la superficie è grigia a bande. Ad esempio, per una superficie vetrata si può ritenere che il coefficiente di trasmissione sia molto alto nel campo delle basse lunghezze d'onda mentre sia molto basso per elevate lunghezze d'onda (superficie praticamente trasparente alle basse lunghezze d'onda ed opaca alle alte lunghezze d'onda). Su questo comportamento selettivo del vetro è basato l'effetto serra: la radiazione solare incidente sulla superficie vetrata è in buona misura trasmessa, in quanto, come si è visto, essa ricade quasi completamente nel campo delle basse lunghezze d'onda. La radiazione incidente emessa da corpi a temperature non molto discoste da quella ambiente viene quasi completamente riflessa perchè ricade, per la maggior parte, nel campo delle elevate lunghezze d'onda.

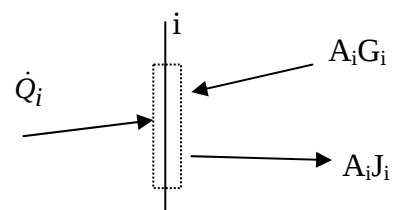


superfici selettive

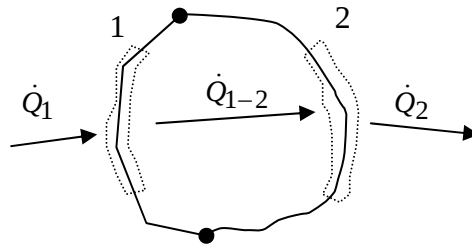


Finora abbiamo visto quali sono le proprietà di un corpo in merito alla emissione e all'assorbimento di radiazioni termiche. Ricaviamo adesso la potenza termica scambiata per irraggiamento tra un corpo ed un ambiente oppure tra due corpi. Distingueremo due casi:

- 1) scambio tra una superficie (isoterma) ed un ambiente che irraggia la superficie con un'irradiazione totale G ;



2) scambio in una cavità costituita da due superfici isoterme, a T_1 e T_2 rispettivamente.



Nel primo caso, la valutazione dell'energia scambiata per irraggiamento termico tra la superficie e l'ambiente circostante può essere ottenuta eseguendo un bilancio di energia su un volume di controllo a cavallo della superficie stessa. Se la superficie è opaca, il bilancio in termini istantanei si scrive:

$$\dot{Q}_i = A(\varepsilon\sigma T^4 + \rho G - G)$$

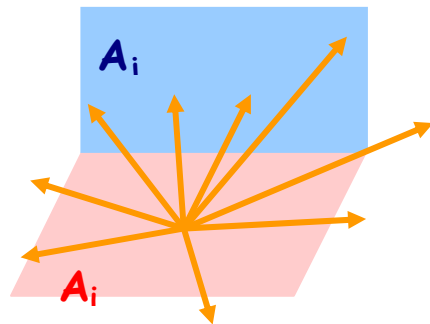
dove:

$\dot{Q}_i$ è la potenza termica netta trasferita dalla superficie A a tutti gli altri corpi circostanti (ambiente), relativamente al solo irraggiamento (un'ulteriore aliquota può essere dovuta all'eventuale convezione).

Questa relazione risulta di immediata applicazione in tutti quei casi in cui è valutabile semplicemente l'energia radiativa incidente così come accade, ad esempio, per la radiazione solare incidente sulle pareti perimetrali di un edificio.

Nel secondo caso, la potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici dipende, oltre che dalle caratteristiche radiative e dalla temperatura delle due superfici, anche dalla reciproca orientazione. Ad esempio, se ci si espone alla fiamma di un caminetto la sensazione di caldo risulta nettamente maggiore se ci si dispone di fronte al camino piuttosto che lateralmente.

Per tener conto di ciò si introduce un nuovo parametro detto **fattore di vista** definito come il rapporto tra la radiazione termica che lascia la superficie 1 e va ad incidere direttamente sulla superficie 2 e la radiazione termica totale che lascia la superficie 1.



radiazione che lascia la superficie A_i ed incide direttamente sulla superficie A_j

$F_{i,j} =$

radiazione che lascia la superficie A_i

Quando le caratteristiche radiative delle superfici sono uniformi ovvero risultano indipendenti dalla direzione, il fattore di configurazione è una grandezza puramente geometrica che dipende unicamente dalla forma, dalle dimensioni, dalla posizione relativa delle due superfici ed è indipendente sia dalla temperatura che dall'emittenza o dalle altre proprietà radiative delle superfici.

Il fattore di vista gode di tre proprietà di seguito illustrate:

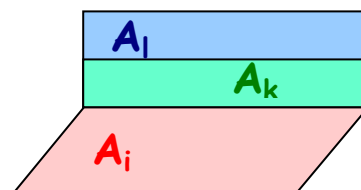
reciprocità

$$A_i F_{i,j} = A_j F_{j,i}$$

additiva

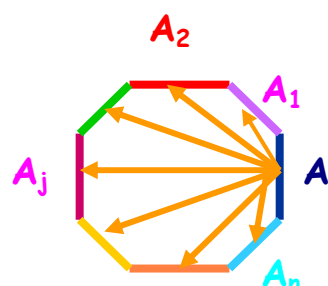
$$A_j = A_k + A_l$$

$$F_{i,j} = F_{i,k} + F_{i,l}$$

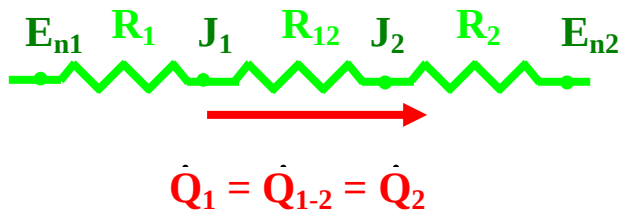


cavità

$$F_{i,1} + F_{i,2} + \dots + F_{i,N} = 1$$



Per il calcolo della potenza termica scambiata a regime stazionario per irraggiamento tra due superfici **grigie** si può utilizzare uno schema elettrico equivalente:



$$R_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}$$

$$R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}}$$

$$R_2 = \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}$$

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{(E_{n1} - E_{n2})}{(R_{tot})} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(R_1 + R_{12} + R_2)}$$

Le resistenze R_1 ed R_2 che collegano le radiosità delle superfici 1 e 2 al potere emissivo di un corpo nero alla stessa temperatura delle due superfici reali tengono conto di quanto queste ultime si discostano dal corpo nero. Se le superfici in esame sono nere, le resistenze R_1 ed R_2 sono nulle e quindi si annulla, per ciascuna superficie, anche la differenza di potenziale tra E_n e J come è evidente dalla definizione della radiosità.

$$J = \varepsilon E_n + \rho G$$

Per il corpo nero $\varepsilon = 1$ e $\rho = 1 - \alpha = 0$ per cui

$$J = E_n$$

La resistenza R_{12} collega le radiosità delle due superfici e tiene conto della loro mutua disposizione.

Pervenire alla rete equivalente schematizzata in precedenza ed alla corrispondente espressione della potenza scambiata per irraggiamento è agevole. Si consideri la cavità costituita da due superfici, rispettivamente alle temperature 1 e 2, rappresentata in precedenza. In condizioni di regime stazionario, sarà:

$$\dot{Q}_1 = A_1(J_1 - G_1) = \dot{Q}_{1-2} = \dot{Q}_2$$

Essendo:

$$\begin{aligned} A_1 J_1 &= A_1 J_1 F_{1,1} + A_1 J_1 F_{1,2} \\ A_1 G_1 &= A_1 J_1 F_{1,1} + A_2 J_2 F_{2,1} = A_1 J_1 F_{1,1} + A_1 J_2 F_{1,2} \end{aligned}$$

si ha anche:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1-2} = \dot{Q}_2 = A_1 F_{1,2} (J_1 - J_2)$$

Questa equazione fornisce una prima espressione della potenza netta scambiata tra le superfici 1 e 2, corrispondente, nello schema elettrico equivalente, alla resistenza “centrale”, R_{12} .

Per non dover usare le radiosità, e far comparire viceversa i potenziali di corpo nero, che sono immediatamente collegabili alle temperature delle superfici, si può poi osservare che (essendo per superfici grigie $\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$):

$$J_1 = \varepsilon_1 E_{n1} + \rho_1 G_1 = \varepsilon_1 E_{n1} + (1 - \varepsilon_1) G_1$$

Da cui:

$$G_1 = \frac{(J_1 - \varepsilon_1 E_{n1})}{(1 - \varepsilon_1)}$$

Sostituendo nel bilancio iniziale sulla superficie 1:

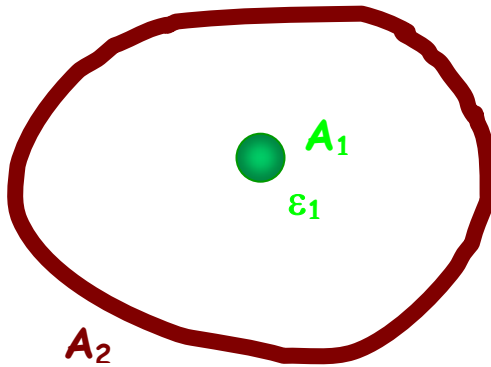
$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1-2} = \dot{Q}_2 &= A_1 (J_1 - G_1) = A_1 \left[J_1 - \frac{(J_1 - \varepsilon_1 E_{n1})}{(1 - \varepsilon_1)} \right] = \\ &= A_1 \left[\frac{J_1(1 - \varepsilon_1) - (J_1 - \varepsilon_1 E_{n1})}{(1 - \varepsilon_1)} \right] = A_1 \varepsilon_1 \frac{(E_{n1} - J_1)}{(1 - \varepsilon_1)} \end{aligned}$$

Quest'ultima equazione corrisponde alla resistenza R_1 dello schema equivalente, ed in maniera del tutto analoga si ottiene l'espressione corrispondente alla resistenza R_2 :

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1-2} = \dot{Q}_2 = A_2 (G_2 - J_2) = A_2 \varepsilon_2 \frac{(J_2 - E_{n2})}{(1 - \varepsilon_2)}$$

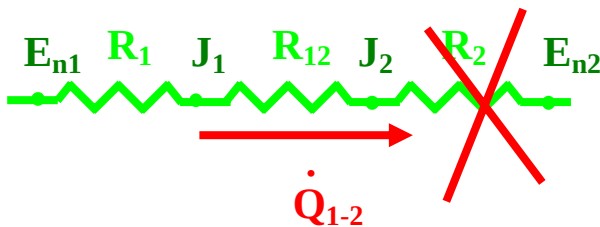
Di seguito sono riportate le relazioni per il calcolo della potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici con riferimento ad alcune situazioni che, pur essendo particolari, sono comunque molto ricorrenti.

$$F_{1,2} = 1$$



$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

Moltiplicando e dividendo il denominatore per A_1 si ottiene

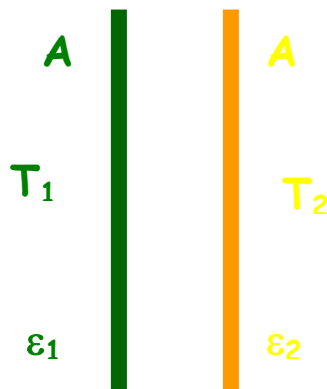


$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1}{A_1} \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{A_1}{A_2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right)}$$

Se $A_1 \ll A_2$, la resistenza R_2 tende a zero e si ha:

$$\dot{Q}_{1-2} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Se le due superfici sono molto vicine tra loro, ed hanno la stessa area, $F_{12} = 1$.



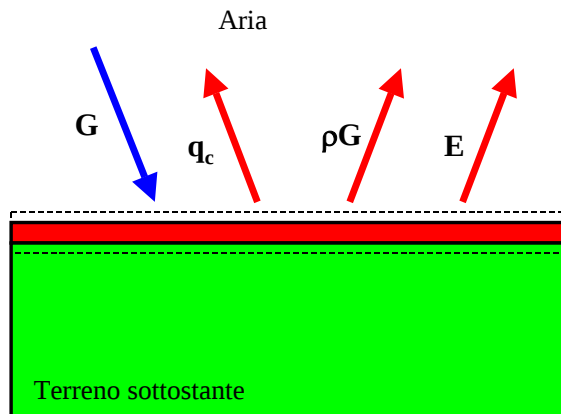
$$\dot{Q}_{1-2} = A \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_2}}$$

Se infine $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$:

$$\dot{Q}_{1-2} = A \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\varepsilon} - 1}$$

Esempio 1

Una strada asfaltata (considerata come una superficie grigia ed opaca) è investita da una radiazione solare pari a 1100 W/m^2 . La strada è posta in aria a 25°C . Sapendo che la conduttanza convettiva unitaria relativa allo scambio termico tra la superficie della strada e l'aria circostante è pari a $20 \text{ W/m}^2\text{K}$, che il flusso conduttivo disperso attraverso il terreno sottostante sia trascurabile e che la strada raggiunge una temperatura di 45°C , calcolare l'emittenza della superficie della strada. Quale sarà la temperatura della superficie della strada se, a parità di tutte le altre condizioni, attraverso il terreno si disperde un flusso conduttivo pari a 120 W/m^2 ?

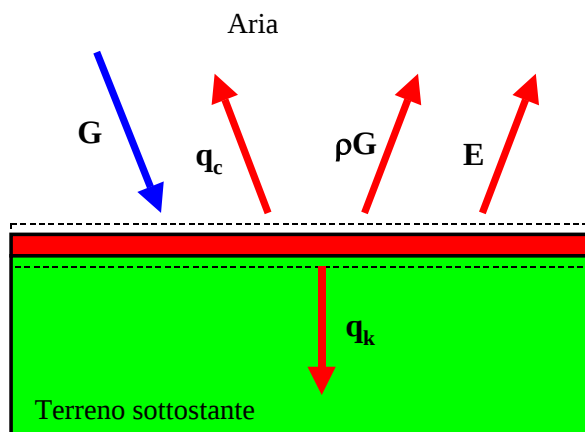


$$G = \rho G + q_c + E$$

$$G = \rho G + h_c (T_p - T_a) + \varepsilon \sigma T_p^4$$

$$\alpha G - \varepsilon \sigma T_p^4 = h_c (T_p - T_a)$$

$$\varepsilon = \frac{h_c (T_p - T_a)}{(G - \sigma T_p^4)} = \frac{20(45 - 25)}{1100 - 5.67 \cdot 3.18^4} = 0.77$$



$$G = \rho G + q_c + E + q_k$$

$$\varepsilon \sigma T_p^4 + h_c (T_p - T_a) = \alpha G - q_k$$

$$\varepsilon \sigma T_p^4 + h_c T_p = \alpha G - q_k + h_c T_a$$

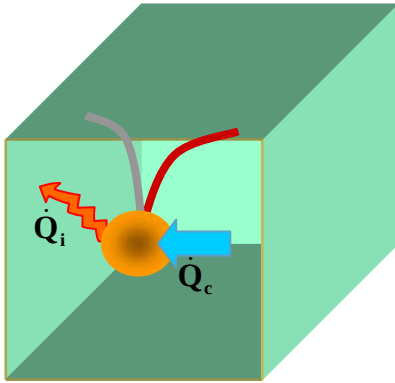
RISOLVENDO LA SUDETTA EQUAZIONE PER TENTATIVI SI OTTIENE

$$T_p \approx 40.5^\circ\text{C}$$

Esempio 2

Una termocoppia è impiegata per misurare la temperatura dell'aria in un ampio locale le cui pareti sono alla temperatura di 27°C.

La giunzione è approssimabile ad una sfera di 1 mm di diametro, può essere considerata grigia con emittenza 0,6; la conduttanza convettiva è 50 W/m²K. Il valore indicato, nella condizione di regime stazionario, è di 40 °C. Che errore commette la termocoppia ?



$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_c$$

$$\dot{Q}_i = A_t \varepsilon_t \sigma (T_t^4 - T_p^4)$$

$$\dot{Q}_c = A_t \bar{h}_c (T_\infty - T_t)$$

$$T_\infty = T_t + \frac{A_t \varepsilon_t \sigma}{A_t \bar{h}_c} (T_t^4 - T_p^4)$$

$$T_\infty = 40 + \frac{0,6 \cdot 5,67}{50} (3,13^4 - 3,00^4) = 41 \text{ °C}$$

ESERCIZI NON SVOLTI

- 1) Un sottile strato di acqua di notte scambia calore per convezione con l'aria a $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($h_c = 5\text{ W/m}^2\text{K}$) e per irraggiamento con il cielo, considerabile come un corpo nero a 255 K (per l'acqua, si assuma $\varepsilon = \alpha = 0,95$). Che temperatura raggiunge l'acqua, a regime ?
[Ris. $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$]
- 2) Per una strada asfaltata si può assumere un comportamento da corpo grigio con $\varepsilon = \alpha = 0,9$. Il flusso solare incidente è di 600 W/m^2 ; la temperatura dell'aria è $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ e la conduttanza convettiva è $6\text{ W/m}^2\text{K}$. A quale temperatura si trova la strada se si ignora la conduzione verso il terreno?
[Ris. $38\text{ }^{\circ}\text{C}$]
- 3) Il filamento di una lampadina emette radiazione come un corpo nero a 2400 K . A quale lunghezza d'onda corrisponde la massima radiazione emessa?
[Ris. $\lambda_{\max} = 1,21\text{ }\mu\text{m}$]
- 4) Calcolare la potenza termica scambiata tra due piastre piane indefinite poste nel vuoto alle temperature di $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si supponga che le due lastre siano superfici grigie con emittenza pari a $0,85$ e superficie di $1,80\text{ m}^2$. Quale dovrà essere l'emittenza delle due superfici per dimezzare la potenza termica scambiata per irraggiamento a parità di temperature?
Se si riempie l'intercapedine tra le lastre con aria cambia la potenza termica scambiata per irraggiamento? Motivare.
Se tra le due lastre di emittenza $0,85$ si inserisce un'altra superficie con la stessa emittenza come cambia la potenza termica scambiata per irraggiamento? (Suggerimento: per la lastra intermedia si consideri che la temperatura della faccia di destra sia uguale a quella della faccia di sinistra).
[Ris. 168 W ; $0,54$; No; 84 W]
- 5) Una sfera di 15 cm di raggio è attraversa da una resistenza elettrica che assorbe una potenza elettrica di 81 W . La temperatura superficiale della sfera è $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. La sfera è posta in aria a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ e la conduttanza convettiva unitaria h_c vale $5,5\text{ W/m}^2\text{K}$. Sapendo che la sfera si può considerare come un corpo grigio con emittenza pari a $0,75$ immerso in un ambiente di grandi dimensioni, si calcoli la potenza termica scambiata per irraggiamento tra la sfera e l'ambiente circostante e la temperatura delle pareti dell'ambiente. Se si stacca la resistenza elettrica quale sarà la temperatura alla quale si porterà la superficie della sfera una volta ripristinate le condizioni di regime permanente?
[Ris. $34,3\text{ W}$; $20\text{ }^{\circ}\text{C}$; $17\text{ }^{\circ}\text{C}$]

- 6) Una parete verticale è realizzata con mattoni di conducibilità pari a $0,65 \text{ W/mK}$. La parete separa l'ambiente interno, in cui l'aria è a 23°C , dall'ambiente esterno in cui l'aria è a 33°C . La conduttanza convettiva unitaria esterna vale $14 \text{ W/m}^2\text{K}$ mentre la conduttanza globale unitaria interna vale $8,5 \text{ W/m}^2\text{K}$. Sull'interfaccia esterna della parete incide una radiazione solare pari a 750 W/m^2 ; sapendo che la temperatura dell'interfaccia esterna è di 42°C e che essa può essere considerata una superficie grigia con remittenza pari a $0,85$, calcolare il flusso termico che attraversa la parete e lo spessore di quest'ultima.
[Ris. 37 W/m^2 ; $25,7 \text{ cm}$]