Corso di Fisica Generale 1
a.a. 2018/2019

corso di laurea in Ingegneria dell'Automazione, Informatica, Biomedica, Telecomunicazioni ed Elettronica canale CIS-FER e RON-Z

9° lezione (29 e 31 / 10 / 2018)

Prof. Laura VALORE

Email : laura.valore@na.infn.it / laura.valore@unina.it

Pagina web : www.docenti.unina.it/laura.valore

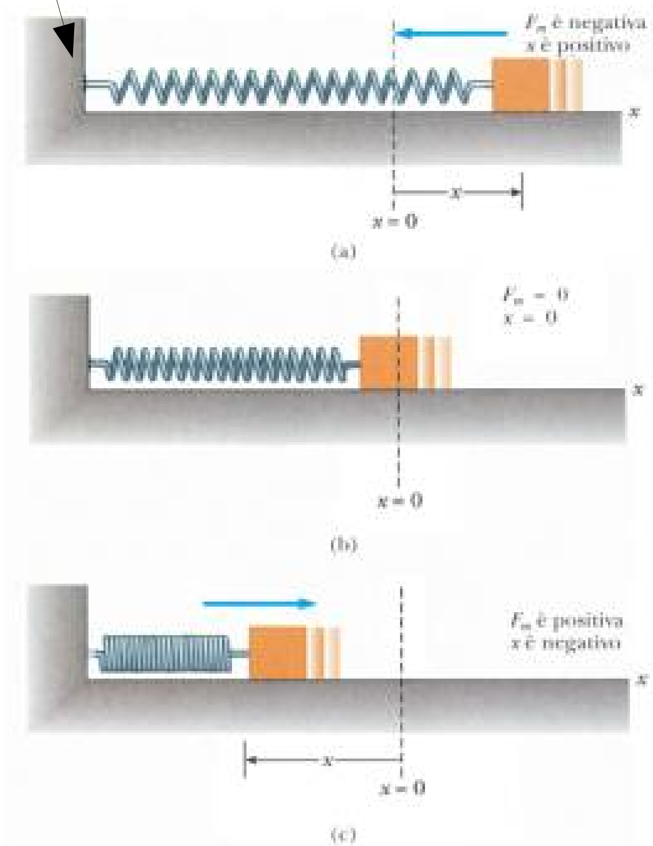
Ricevimento : appuntamento per email – studio presso il Dipartimento di Fisica
(Complesso Universitario di Monte Sant'Angelo, Edificio 6) – stanza 1H09

Oppure Laboratorio (Hangar) 1H11c0

Forza Elastica

capo fisso

capo mobile



molla allungata : per reazione, la molla tira il blocco verso sinistra con una forza F per ripristinare lo stato di riposo

molla in stato di riposo : non è compressa né tirata

molla compressa : per reazione, la molla tira il blocco verso destra con una forza F per ripristinare lo stato di riposo

la forza F esercitata dalla molla è detta forza di richiamo perché tende a far tornare la molla nella posizione di riposo. La forza elastica della molla è proporzionale allo spostamento effettuato :

$$\boxed{\vec{F} = -k\vec{d} \text{ (Legge di Hooke)}}$$

Lavoro compiuto dalla forza elastica

Riduciamo gli spostamenti Δx al punto da renderli infinitesimi (dx): in questo modo, l'indeterminazione sull'ipotesi di forza costante nell'intervallo si riduce al minimo e possiamo introdurre l'operazione di integrazione :

$$L_m = \int_{xi}^{xf} F(x)\, dx$$

$$F(x) = -kx \quad \rightarrow \quad L_m = \int_{xi}^{xf} (-kx)\, dx \ \rightarrow \ L_m = -k \int_{xi}^{xf} (x)\, dx$$

$$L_m = -k\,(½\, x_f^2) - (½\, x_i^2) = -k/2\,(x_f^2 - x_i^2)$$

$$\mathbf{L_m = k/2\,(x_i^2 - x_f^2)}$$

Il lavoro è positivo se $x_i^2 - x_f^2 > 0$, cioè se la posizione iniziale è piu' lontana da x = 0 (che è la posizione di riposo) della posizione finale.

Il lavoro della forza elastica è positivo se ci si avvicina alla posizione di riposo, negativo se ci si allontana

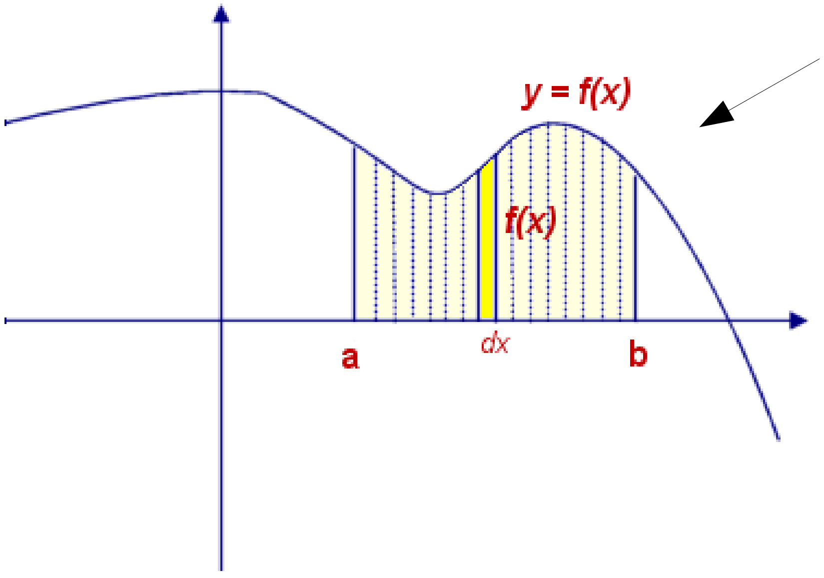
Lavoro svolto da una generica forza variabile caso unidimensionale

In generale, possiamo calcolare il lavoro svolto da una qualsiasi forza F(x) che sia variabile in funzione della posizione applicando l'operazione di integrazione descritta per la forza elastica :

suddividiamo lo spostamento in tanti piccoli intervalli dx e la forza puo' essere considerata costante all'interno di ciascun intervallo infinitesimo.

$$L = \lim_{\Delta x \to 0} \sum \overline{F}_j \, \Delta x \;\rightarrow\; L_m = \int_{xi}^{xf} F(x)\, dx$$

il lavoro è dato dall'area sottesa dalla curva



Lavoro svolto da una generica forza variabile caso tridimensionale

Consideriamo una particella sulla quale agisce una forza :

$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k}$ tale che ciascuna componente dipenda dalla posizione della particella.

Poniamo inoltre che ciascuna componente dipenda solo dalla componente associale della posizione, ovvero F_x solo da x (e non da y e da z), F_y solo da y (e non da x o da z) ed F_z solo da z (e non da x o y)

Sia la posizione della particella $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

Lo spostamento inifinitesimo sarà $d\mathbf{r} = (dx)\mathbf{i} + (dy)\mathbf{j} + (dz)\mathbf{k} \rightarrow$

il lavoro infinitesimo sarà $dL = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$

Quindi il lavoro sviluppato da **F** durante lo spostamento da $\mathbf{r_i}$ ad $\mathbf{r_f}$ sarà :

$$L = \int_{ri}^{rf} dL = \int_{xi}^{xf} F_x dx + \int_{yi}^{yf} F_y dy + \int_{zi}^{zf} F_z dz$$

Problema 7.6

Un blocco di massa m = 0.40 kg scivola su un piano orizzontale privo di attrito con una velocità costante v = 0,50 m/s.

Il blocco si arresta comprimendo una molla avente costante elastica k = 750 N/m

Per quale distanza massima d è compressa la molla?

Problema 7.28

La forza **F** = ($cx - 3{,}00x^2$)**i**

con c = costante, F in N ed x in m, agisce su un corpo puntiforme in moto lungo l'asse x.

In x = 0 l'energia cinetica del corpo è 20,0 J, in x = 3 è 11,0 J.

Trovare la costante c.

Potenza

- La potenza generata da una forza è la rapidità con cui viene sviluppata una certa quantità di lavoro. Se un lavoro L è svolto da una forza F in un certo intervallo di tempo Δt, la potenza media riferita a quell'intervallo di tempo è

$$\boxed{\overline{P} = L / \Delta t}$$

La potenza istantanea P è invece la rapidità istantanea con la quale viene svolto un lavoro :

$$\boxed{P = dL / dt}$$

L'unità di misura della potenza nel SI è il watt : 1 W = 1 J/s
il lavoro si puo' esprimere come potenza per tempo.

Potenza

- La rapidità con cui una forza sviluppa lavoro puo' essere espressa anche in funzione della forza e della velocità del corpo

- consideriamo una particella che si sposta in una dimensione e sulla quale agisce una forza costante **F** diretta secondo un certo angolo Φ :

$$P = dL/dt = F\cos\Phi(dx/dt) = Fv\cos\Phi$$

v

prodotto scalare
di **F** e **v**

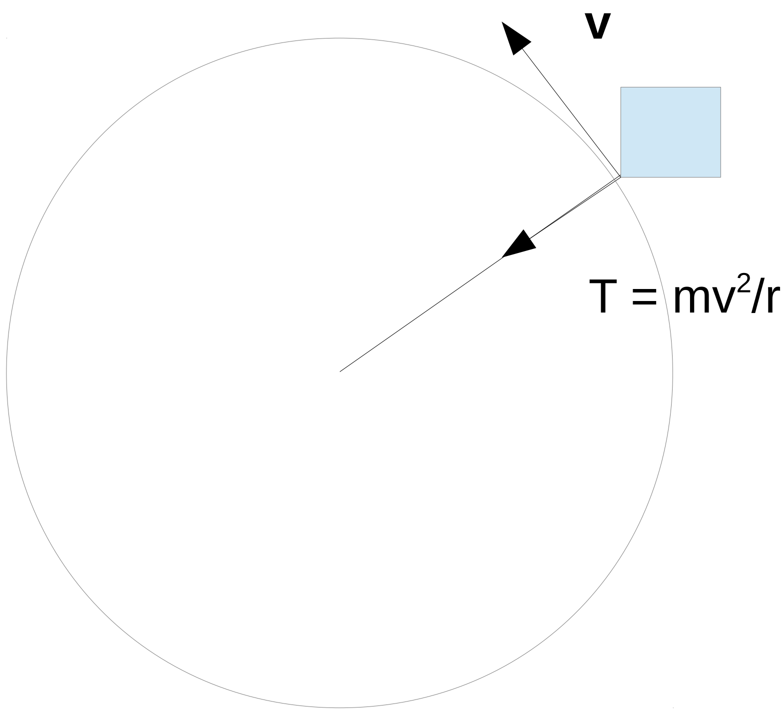
$$\boxed{P = \vec{F} \bullet \vec{v}}$$

Verifica

- Un blocco, trattenuto al centro da una corda, si muove di moto circolare uniforme. La potenza relativa alla forza esercitata dalla corda sul blocco è positiva, negativa o nulla?

Verifica

- Un blocco, trattenuto al centro da una corda, si muove di moto circolare uniforme. La potenza relativa alla forza esercitata dalla corda sul blocco è positiva, negativa o nulla?

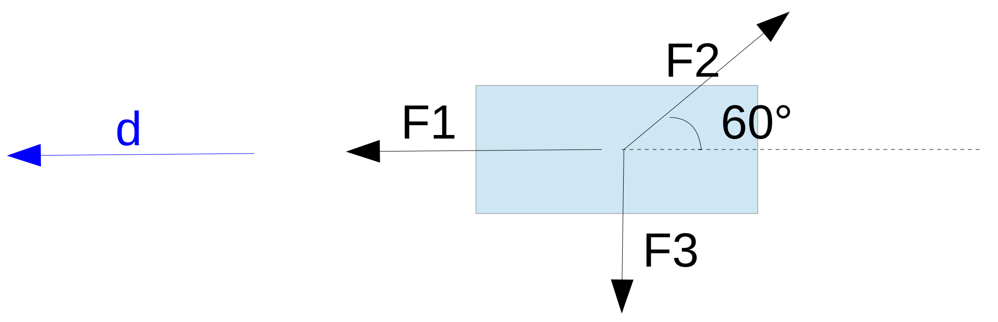


$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = 0$

F è sempre ortogonale a **v**

Esercizio

- Supponiamo che 3 forze valgano : F1 = 5,0 N, F2 = 9,0 N, F3 = 7.8 N. Una cassa, di massa m = 3,0 kg, viene spostata di 3 m verso sinistra.



- Calcolare il lavoro fatto dalle 3 forze sulla cassa

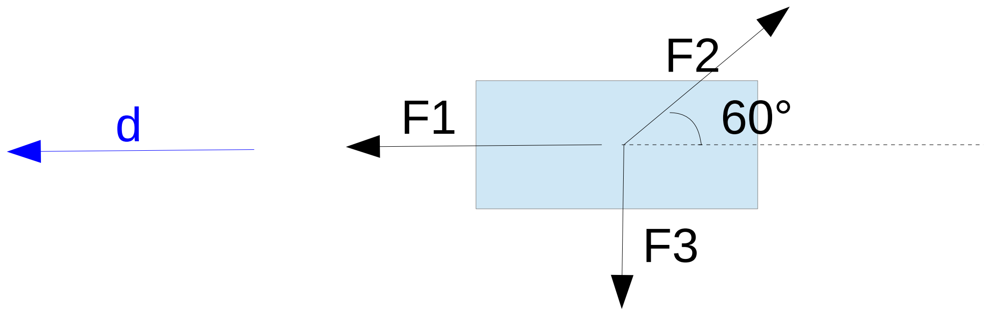
- L'energia cinetica della cassa cresce o diminuisce?

- Assumendo che parta da ferma, quale sarà la sua velocità finale?

- Qual è la potenza media sviluppata in 0,2 s dalla risultante delle forze?

Esercizio 7.13

- Supponiamo che 3 forze valgano : F1 = 5.0 N, F2 = 9.0 N, F3 = 7.8 N. Una cassa, di massa m = 3.0 kg, viene spostata di 3 m verso sinistra.



- Calcolare il lavoro fatto dalle 3 forze sulla cassa
  - L1 = F1dcos(0°) = 15 J, L2 = F2dcos(180°-60°) = -13.5 J, L3 F3dcos(90°)= 0

- L'energia cinetica della cassa cresce o diminuisce?
  - cresce, perché Ltot = L1 + L2 + L3 = 1.5 J > 0

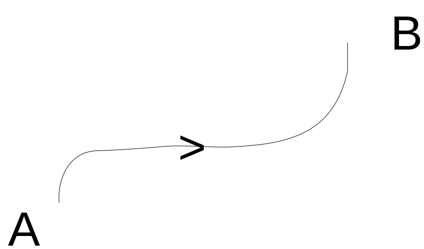
- Assumendo che parta da ferma, quale sarà la sua velocità finale?

  $mv^2/2 = 1.5$ J → v = 1.0 m/s
  - La potenza media sviluppata in 0,2 s é P = 7,5 W

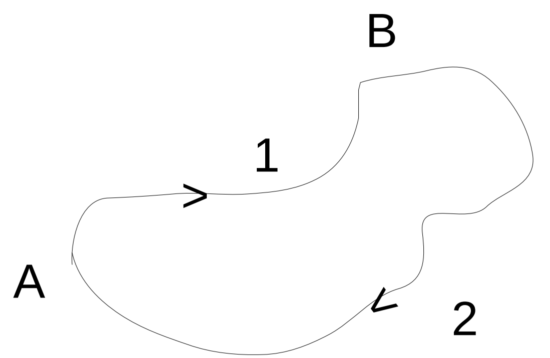
Forze conservative

Una forza si dice conservativa se il lavoro netto che compie su una particella che percorre un cammino chiuso è pari a zero

Un cammino chiuso è un percorso che inizia e termina nello stesso punto :



cammino aperto



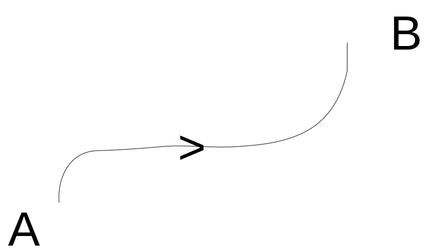
cammino chiuso

Esempio di forze conservative ?

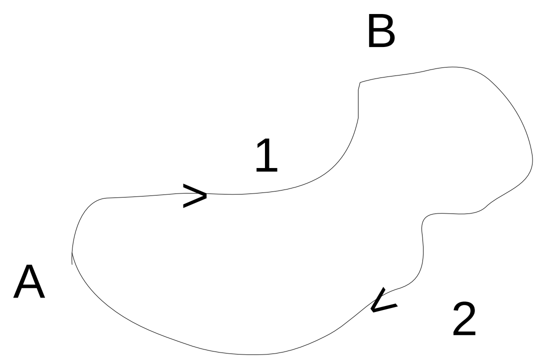
Forze conservative

Una forza si dice conservativa se il lavoro netto che compie su una particella che percorre un cammino chiuso è pari a zero

Un cammino chiuso è un percorso che inizia e termina nello stesso punto :



cammino aperto



cammino chiuso

Esempio di forze conservative :

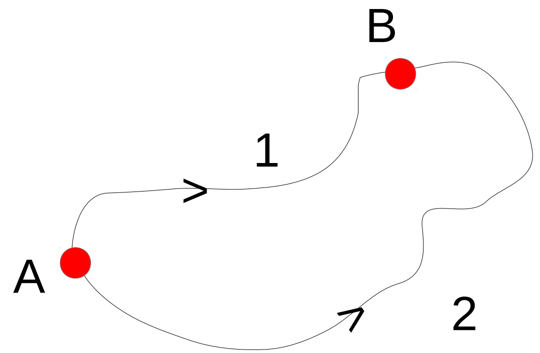
forza gravitazionale

forza elastica

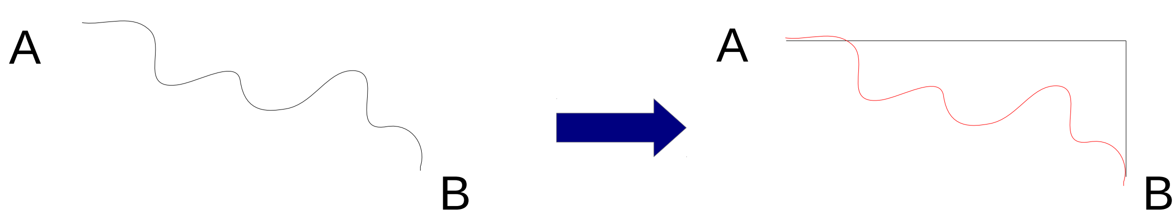
Indipendenza dal percorso del lavoro compiuto da una forza conservativa

il lavoro svolto da una forza conservativa su una particella che si muove tra due punti qualsiasi non dipende dal particolare percorso seguito

$$L_{AB,1} = L_{AB,2}$$

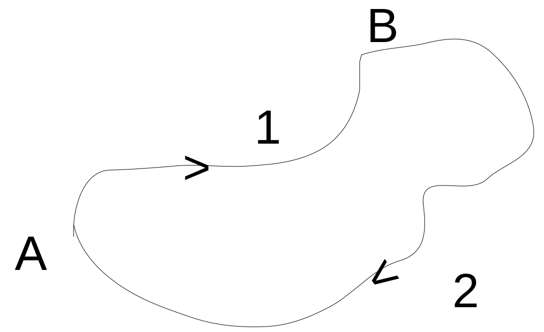


questo permette di semplificare la risoluzione di problemi, scegliendo il percorso piu' semplice! Ad esempio :



Indipendenza dal percorso

consideriamo una particella sottoposta all'azione di una singola forza. La particella va da A a B lungo il percorso 1 e poi torna indietro da B ad A lungo il percorso 2



$L_{AB,1}$ = lavoro lungo il tragitto 1

$L_{BA,2}$ = lavoro lungo il tragitto 2

siccome F è conservativa, $L_{tot,AA} = 0 \rightarrow L_{AB,1} + L_{BA,2} = 0 \rightarrow \mathbf{L_{AB,1} = - L_{BA,2}}$

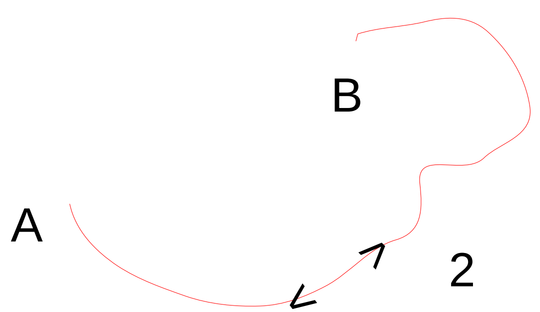
ovvero, il lavoro svolto nel tragitto di andata deve essere uguale in modulo ed opposto in segno a quello svolto nel tragitto di ritorno

Supponiamo ora che vada a A a B lungo il tragitto 2 e poi torni da B ad A lungo lo stesso percorso 2 :

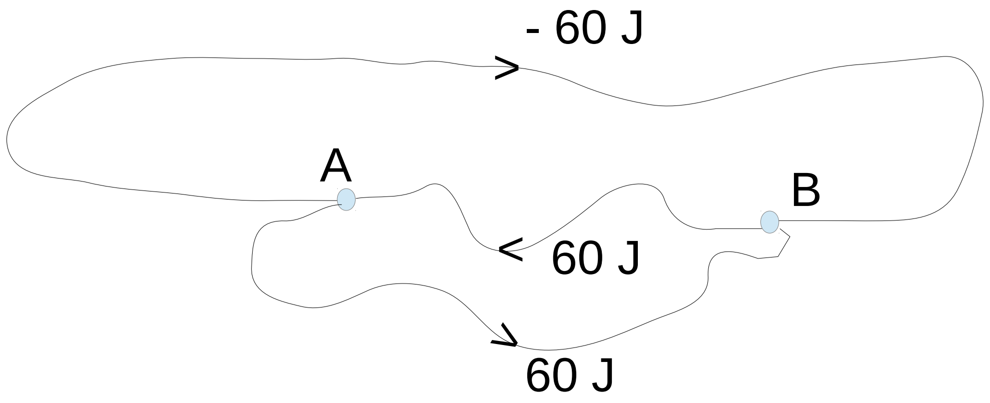
$\mathbf{L_{AB,2} = - L_{BA,2}}$

combinando le equazioni, otteniamo :

$\mathbf{L_{AB,1} = - L_{BA,2} = L_{AB,2}} \rightarrow \mathbf{L_{AB,1} = L_{AB,2}}$



Verifica



Una sola forza F compie i lavori indicati lungo i 3 diversi percorsi che congiungono i punti A e B.

Si puo' affermare che la forza è conservativa?

Percorsi equivalenti per calcolare il lavoro di una forza conservativa : esercizio svolto 8.1

Energia potenziale

Energia : capacità di compiere lavoro. Dal greco, letteralmente "forza in azione"

Consideriamo il lancio verso l'alto di un corpo con velocità inziale v_0 :

Mentre il corpo sale, la F_g sottrae energia cinetica al corpo compiendo lavoro negativo, finché si annulla. Quando il corpo scende, la F_g restituisce al corpo l'energia cinetica precedentemente sottratta.

Durante il percorso, l'energia cinetica "sottratta" e poi "restituita" al corpo è stata trasformata dalla forza gravitazionale in un'altra forma di energia :
l'energia potenziale

L'energia potenziale è l'energia che un corpo possiede per effetto della sua posizione in un determinato sistema di riferimento

ovvero

è l'energia associata alla configurazione di un sistema in cui agisce una forza conservativa

- energia cinetica → associata al MOTO
- energia potenziale → associata alla POSIZIONE

Energia potenziale

Rileggendo in questa chiave il moto del corpo lanciato verso l'alto :

Durante la salita, la F_g trasforma l'energia cinetica del corpo in energia potenziale; durante la discesa, l'energia potenziale accumulata viene ri-trasformata in energia cinetica.

Quando <u>una forza conservativa</u> (in questo caso F_g) agisce su un corpo, la variazione di energia potenziale lungo il percorso é :

$$\Delta U = -L$$

- Generalizzando, se una particella si muove da x_i ad x_f sottoposta ad una forza F(x) conservativa variabile che compie il lavoro $L = \int_{xi}^{xf} F(x)\, dx$, la variazione di energia potenziale è : $\Delta U = -\int_{xi}^{xf} F(x)\, dx$

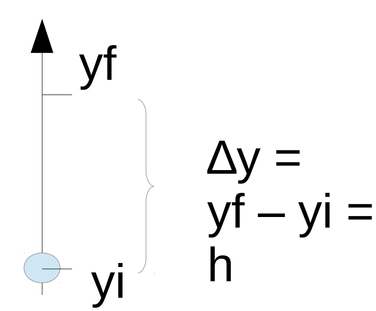
Energia potenziale gravitazionale

Quando ad agire è la forza gravitazionale, si parla di **energia potenziale gravitazionale**, che è l'energia associata allo stato di separazione tra due corpi che si attraggono reciprocamente per gravitazione : ad esempio, il corpo lanciato in aria e la Terra.

Per una particella sottoposta a forza gravitazionale, nello spostamento <u>verso l'alto</u> da y_i ad y_f l'energia potenziale gravitazionale aumenta:

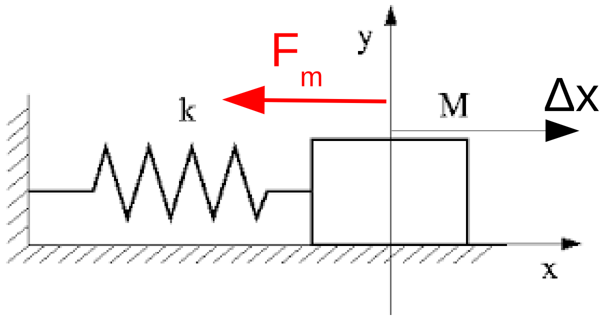
$$\Delta U = -\int_{yi}^{yf} F_g \, dy = -\int_{yi}^{yf} (-mg) \, dy = mg \, [y]_{yi}^{yf} = mg \, (y_f - y_i)$$

$$\rightarrow U_f - U_i = mg(y_f - y_i) = mgh \rightarrow \text{ in generale, } U(h) = mgh$$



L'energia potenziale gravitazionale associata ad un sistema particella-Terra dipende solo dalla posizione verticale yf (quota h) della particella rispetto alla posizione di riferimento yi = 0

Energia potenziale elastica



- spostamento del blocco da una posizione x_i ad una x_f → $\Delta x = x_f - x_i$

- forza di richiamo F = -kx
- lavoro della forza : $L = k/2(xi^2 - xf^2)$

Quanto vale la variazione di energia potenziale durante lo spostamento Δx ?

$$\Delta U = -\int_{xi}^{xf} F(x)\,dx = -\int_{xi}^{xf} (-kx)\,dx = k\int_{xi}^{xf} x\,dx = k/2(x_f^2 - x_i^2) = -L$$

→ $U(x) = ½\,kx^2$ **energia potenziale elastica**

quando il capo libero della molla subisce uno spostamento x, la sua energia potenziale elastica è $U(x) = ½\,kx^2$

Esempio di forza non conservativa

Una forza che non ha la proprietà di compiere lavoro nullo su un percorso chiuso è detta forza non conservativa (o *dissipativa*)

Un esempio di forza non conservativa è la forza di attrito

L'attrito trasforma l'energia cinetica di un corpo in energia termica, che non puo' essere riconvertita in energia cinetica.

Perché le chiamiamo “forze conservative” e “non conservative” ?

Conservazione dell'energia meccanica

- L'energia meccanica di un sistema è la somma dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U :

$$E_{mec} = K + U$$

Assumiamo di essere in un sistema isolato, ovvero che non ci sia possibilità che forze esterne al sistema possano modificare l'energia all'interno del sistema, e che stiano agendo solo forze conservative :

$$\left.\begin{array}{l} \Delta K = L \\ \Delta U = -L \end{array}\right\} \quad \Delta K = -\Delta U \rightarrow K2 - K1 = -(U2 - U1) \rightarrow$$

$$K2 + U2 = K1 + U1$$

principio di conservazione dell'energia meccanica

Quando in un sistema isolato agiscono solo forze conservative, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale (energia meccanica) del sistema non cambia

Conservazione dell'energia meccanica

Siccome $\Delta K = - \Delta U$, possiamo anche scrivere che

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$$

Quando l'energia meccanica di un sistema si conserva, possiamo mettere in relazione il totale dell'energia cinetica e potenziale in un certo istante con il totale in un altro istante qualsiasi, senza dover considerare gli stati intermedi né il lavoro compiuto dalle forze in gioco.

Esempio di conservazione dell'energia meccanica e bilancio tra energia cinetica e potenziale

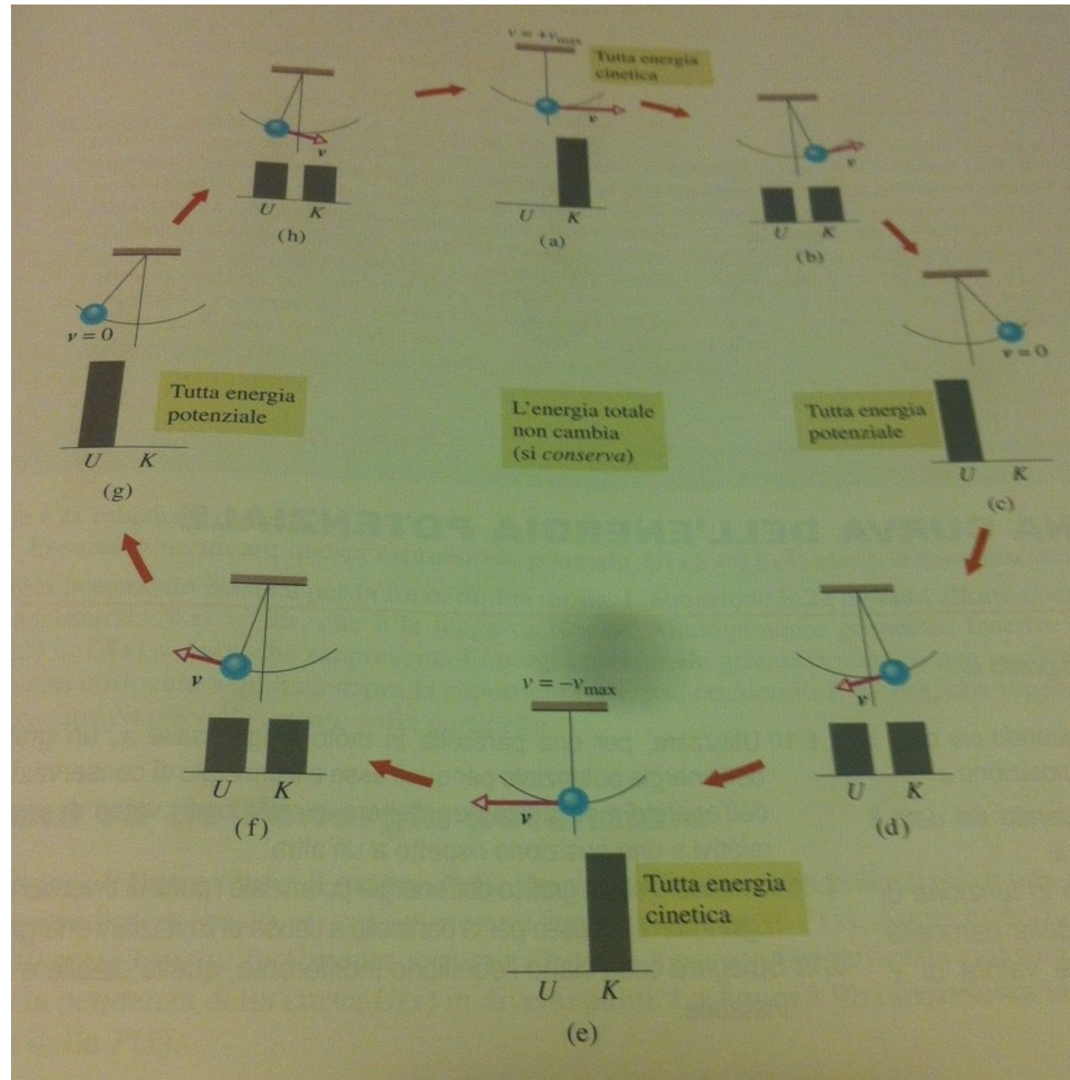
durante l'oscillazione del pendolo K ed U variano al variare dell'altezza del peso, ma Emec si conserva.

In a) ed in e) l'energia è tutta cinetica : il peso ha velocità massima e passa per il punto piu' basso della traiettoria.

In c) e g) all'opposto il peso è nel punto piu' alto della sua traiettoria, la velocità si è azzerata e l'energia è tutta potenziale (gravitazionale)

Negli stati intermedi, metà dell'energia è cinetica e metà è potenziale

Nel caso reale, in presenza di attrito, quest'ultimo dissiperebbe l'energia meccanica ed il pendolo alla fine si fermerebbe



Problema 8.3

Problema svolto 7.4

- Una fune tira una slitta avente m = 200 kg su per il piano inclinato privo di attrito e con angolo θ = 30° per una distanza d = 20 m. La slitta parte da ferma e termina di nuovo ferma.
  - Quanto lavoro svolge sulla slitta ciascuna forza coinvolta?