

Fenomeni di trasporto

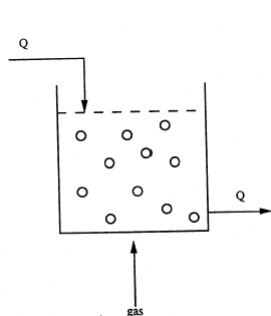
Esercitazione sul trasporto di materia per convezione

Problemi stazionari

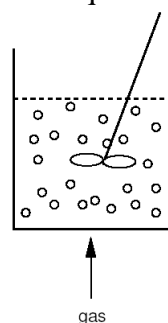
1. Anidride carbonica viene fatta gorgogliare attraverso acqua in un recipiente di volume totale pari a 2 litri. Acqua viene inviata nel sistema con una portata volumetrica pari a 2 l/s. Le bolle di gas hanno un diametro d pari a 1 mm. Si supponga altresì che nel recipiente siano presenti 1000 bolle di gas, e che il coefficiente di trasporto in fase liquida, k_c , sia esprimibile attraverso una relazione del tipo:

$$k_c = 0.1 \sqrt{\frac{D \rho g d}{\eta}}$$

dove ρ è la densità dell'acqua, η la viscosità, e D la diffusività dell'anidride carbonica in acqua, pari a 10^{-5} cm²/s. Calcolare la concentrazione di anidride carbonica nel liquido in uscita dal recipiente.



Problema 1



Problema 2

2. In un fermentatore avviene una reazione ossidativa provocata da batteri; la velocità di reazione per unità di volume è proporzionale alla concentrazione di ossigeno disciolto nell'acqua con una costante cinetica di 0.005 s⁻¹. Una corrente d'aria alla pressione di 1 atm e 25°C viene fatta gorgogliare nel fermentatore. Le bolle di gas hanno un diametro di 0.5 cm e sono presenti nel numero di 700 per litro di acqua. Il coefficiente di trasporto in fase liquida k_c per una singola bolla è esprimibile mediante la relazione

$$k_c = \sqrt{\frac{Dv}{d}}$$

dove D è la diffusività dell'ossigeno in acqua, v e d sono la velocità di risalita ed il diametro della bolle, rispettivamente. La velocità di risalita di una bolla può essere calcolata dalla seguente espressione empirica valida per bolle separate di gas in acqua

$$v = 22.3\sqrt{d}$$

dove d deve essere espresso in cm, e la velocità v è in cm/s. Calcolare la concentrazione di ossigeno disciolto nell'acqua in condizioni stazionarie.

Supponete di potere, con accorgimenti costruttivi abbastanza costosi, diminuire il diametro delle bolle, mantenendo costante la frazione volumetrica di gas nel sistema e tutti gli altri parametri. Per quale diametro delle bolle non conviene seguire più tale politica?

3. Si consideri una corrente di aria ($p=1$ atm; $T=25^\circ\text{C}$) di portata volumetrica G contenente CO_2 con pressione parziale p_{CO_2} . Per ridurre il contenuto di CO_2 in aria si può pensare di utilizzare l'apparecchiatura di geometria cilindrica (con area di base A), descritta in Figura. La corrente gassosa da purificare viene posta a contatto con una fase liquida acquosa, alimentata all'assorbitore con portata volumetrica L ed inizialmente priva di CO_2 .

Sia la fase gassosa sia la fase liquida sono perfettamente miscelate, e caratterizzate da coefficienti di trasporto di materia uguali e pari a

$$k_c = k_{c,L} = k_{c,G} = 0.1 \text{ cm/sec}$$

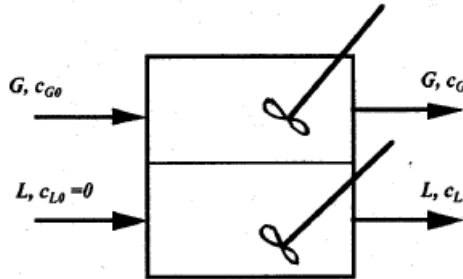
Si assuma inoltre che la relazione di equilibrio liquido-vapore per la CO_2 sia esprimibile attraverso la legge di Henry:

$$p_{\text{CO}_2} = H x_{\text{CO}_2}$$

con $H=1400 \text{ atm}$.

Si determinino le concentrazioni di CO_2 nella fase liquida e gassosa uscenti dall'apparecchiatura

Dati: $G=1 \text{ lt/sec}$; $p_{\text{CO}_2}=0.2 \text{ atm}$; $A=1 \text{ m}^2$; $L=4 \text{ lt/sec}$.



4. Si consideri uno strato di acqua stagnante a contatto con aria a pressione atmosferica e 25°C profondo 5 cm , sul cui fondo è presente un biofilm di spessore pari a 5 mm . L'ossigeno necessario per la respirazione dei microrganismi nel biofilm, dopo avere raggiunto il pelo libero, diffonde nel liquido, per poi diffondere nel biofilm e reagire strada venire utilizzato "strada facendo" dai microrganismi.

- ✓ Dopo avere tracciato un profilo qualitativo di concentrazione nelle varie fasi (aria, acqua, biofilm), si determini il consumo di ossigeno nel biofilm in condizioni stazionarie per unità di superficie di biofilm sapendo che: (i) il coefficiente di trasporto di O_2 dall'aria verso il pelo libero del liquido è pari a 0.1 cm/s , (ii) il coefficiente di partizione aria-acqua è pari a 30 (O_2 meno solubile nell'acqua), (iii) il coefficiente di diffusione di O_2 nell'acqua è pari a $2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$, (iv) il coefficiente di partizione acqua-biofilm è pari a 4 (O_2 meno solubile nel biofilm), (v) il coefficiente di diffusione dell' O_2 nel biofilm è pari a $3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$, (vi) la velocità di consumo di ossigeno nel biofilm è del primo ordine nella concentrazione di O_2 con costante cinetica pari a 0.1 min^{-1} .
- ✓ Si stabilisca se esistono meccanismi che offrono una resistenza trascurabile al trasporto.
- ✓ Ad un certo punto si arresta il consumo di O_2 a causa della "morte" dei microrganismi nel biofilm. Si determini il profilo di concentrazione nello stato stazionario che ne risulta.

5. Dall'alto di una colonna di aerazione (alta 5 m e con un volume pari a 20 m^3) viene immessa una soluzione acquosa (non contenente O_2) con portata pari a 13 litri/s . Dal fondo della colonna viene gorgogliata aria con portata pari a 250 litri/min mentre la portata di gas uscente dall'alto della colonna è pari al 95% della portata gorgogliata e contiene O_2 con una percentuale molare del 19% . Sapendo che (i) la pressione è atmosferica, (ii) la temperatura è di 25°C , (iii) la solubilità di O_2 è pari a 8.69 mg/litro , (iv) non vi è alcuna reazione chimica,

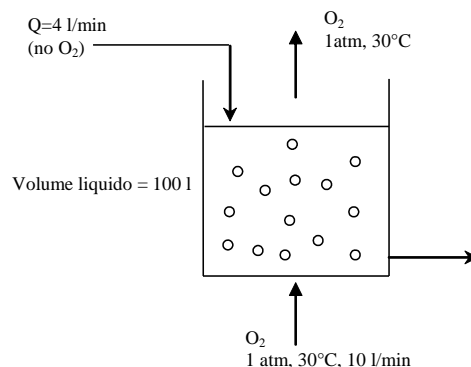
- ✓ si determini il coefficiente di trasporto $k_{L,a}$ nella colonna.

6. Per lo studio della cinetica di una reazione enzimatica in fase liquida $A \rightarrow B$ si vuole adoperare un reattore continuo da laboratorio del tipo a "basket". Il reattore è dotato di un

albero rotante cui sono applicati quattro cestelli contenenti complessivamente 100 pellet porosi in cui è immobilizzato l'enzima. Il reattore viene alimentato con una portata $Q=0.1$ litri/h di una soluzione acquosa contenente il substrato A ad una concentrazione $c_0=100$ mmol/litro. La reazione è caratterizzata da una cinetica Michaelis-Menten, $r = v_{\max} \cdot c / (k_m + c)$, con $v_{\max}=5$ mmol/(s·litro) e $k_m=500$ mmol/litro. I pellet di catalizzatore sono sfere con un raggio $R=0.3$ cm e la diffusività di A nella sfere è $D=3 \cdot 10^{-6}$ cm²/s. Sapendo che il coefficiente di trasporto di materia k_c nella fase acquosa è pari a 0.1 cm/s.

- calcolare la concentrazione di A in uscita dal reattore in condizioni stazionarie e le moli di B prodotte nel reattore per unità di tempo.
- Si stabilisca se le resistenze esterne al trasporto possono essere considerate trascurabili.

7. Per determinare il coefficiente di trasporto di materia k_{LA} nell'apparecchiatura schematizzata in figura si può adottare il così detto "oxygen-balance method", ovvero misurare la portata di ossigeno nella fase gassosa in uscita. Utilizzando i dati riportati in figura, e sapendo che (i) la portata di ossigeno nella fase gassosa in uscita è pari a 9.9 l/min, (ii) non vi è alcuna reazione nell'apparecchiatura, (iii) ci si trova in condizioni stazionarie, (iv) vi è perfetta miscelazione, si calcoli il coefficiente di trasporto k_{LA} , nonché la concentrazione di ossigeno in fase liquida.



8. In una colonna di aerazione (alta 1.6 m e con un diametro di base di 30 cm) viene gorgogliato ossigeno puro ($p=1$ atm, $T=25^\circ\text{C}$) al fine di ossigenare in continuo una soluzione acquosa che viene immessa dall'alto della colonna (e prelevata dal fondo) con una portata pari a 0.5 litri/s. Lungo la colonna sono distribuiti alcuni elettrodi ad ossigeno che permettono di determinare la concentrazione di ossigeno disciolto in fase liquida.

- Si stimi il coefficiente di trasporto di materia medio all'interno della colonna sapendo che in condizioni stazionarie l'elettrodo posizionato all'uscita della colonna indica una percentuale di saturazione del 90%.

9. La concentrazione di anidride carbonica nelle soluzioni acquose provenienti da fermentatori può essere prossima al valore di saturazione (essendo l'anidride carbonica uno dei prodotti della respirazione dei microrganismi). Per ridurre la concentrazione di CO₂ si può pensare di inviare la corrente in uscita dal reattore in una apparecchiatura in cui viene fatto gorgogliare un gas privo di CO₂, in modo da trasferire CO₂ dalla fase liquida alla fase gassosa, un'operazione di trasferimento di materia nota con il nome di *stripping*.

Si consideri un'apparecchiatura di *stripping* continua che operi in condizioni stazionarie. La portata della soluzione acquosa in ingresso è pari a 10 litri/min ed in essa la concentrazione di CO₂ è pari a

0.04 mol/litro. Il gas privo di CO_2 viene gorgogliato con una portata pari a 100 litri/min. I coefficienti di trasporto in fase liquida ed in fase gas sono uguali fra loro e pari a 1 cm/s, mentre la superficie complessiva delle bolle è pari a 0.5 m^2 . Ai fini del calcolo della forza spingente per il trasporto dalla fase liquida alla fase gas si assuma che la fase liquida sia perfettamente miscelata. Per quanto riguarda le bolle, queste entrano con una concentrazione nulla di CO_2 , mentre diversa da zero (ed incognita) è la concentrazione di CO_2 quando le bolle raggiungono il pelo libero. Per semplicità si assuma che ai fini del calcolo della forza spingente la concentrazione nelle bolle sia pari alla media aritmetica tra ingresso ed uscita.

Si calcoli la concentrazione di CO_2 nella corrente liquida in uscita dall'apparecchiatura nell'ipotesi che le portate volumetriche di liquido e di gas in uscita siano approssimabili a quelle in ingresso.

Si ripeta lo stesso calcolo nel caso in cui la forza spingente media sia espressa attraverso una media logaritmica.

10. Un enzima viene immobilizzato in particelle sferiche porose di 4 mm di diametro per catalizzare la reazione $A \rightarrow B$. La cinetica di tale reazione si può considerare del primo ordine con costante cinetica pari a 3 min^{-1} . Il coefficiente di diffusione di A nelle particelle porose è pari a $10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Il processo viene condotto in un PFR da 100 litri alimentato con una portata di 1 L/min di una soluzione acquosa contenente il reagente A in concentrazione 2M. In tale reattore è presente un "letto fisso" di sferette catalitiche tale da realizzare un grado di vuoto nel PFR pari al 50% (grado di vuoto = volume fluido/volume totale).

- Si calcoli la conversione di A in condizioni stazionarie nell'ipotesi che il meccanismo di trasporto convettivo del substrato A dal fluido verso la superficie delle particelle offra una resistenza trascurabile rispetto al meccanismo diffusivo all'interno delle particelle.
- Si verifichi l'ipotesi di trascurabilità delle resistenze esterne al trasporto sapendo che il coefficiente di trasporto di materia esterno è pari a 5 cm/min.

11. Una corrente acquosa (priva di ossigeno) avente portata pari a 100 litri/h viene ossigenata in una apparecchiatura a perfetta miscelazione in cui viene gorgogliato ossigeno a pressione atmosferica. Sapendo che (i) il coefficiente di trasporto di materia $k_L \cdot a$ è pari a 2 h^{-1} , (ii) nel recipiente il liquido occupa un volume di 10 litri, (iii) la temperatura è pari a 20°C ,

- si calcoli la concentrazione di ossigeno nella corrente in uscita dall'apparecchiatura.

Per ridurre i costi di esercizio del processo di ossigenazione si può pensare di gorgogliare aria al posto dell'ossigeno puro. Tuttavia, per fare in modo che si produca acqua ossigenata con la stessa portata e la stessa concentrazione di ossigeno del caso precedente, occorre aumentare i costi di impianto, ovvero lavorare con una apparecchiatura più grande.

- Si determini il volume di liquido nell'apparecchiatura tale da raggiungere questo obiettivo.

12. Una corrente gassosa contenente un composto A alla concentrazione $c_0=1 \text{ mole/l}$ è alimentata in un reattore catalitico a letto fisso con una portata $Q=10 \text{ lt/s}$. La reazione $A \rightarrow B$ irreversibile e praticamente atermica avviene sulla superficie esterna di un catalizzatore non poroso con una cinetica del primo ordine $r=-kc$ dove r è la velocità di reazione

superficiale in $\text{moli/cm}^2\text{s}$, c è la concentrazione di A e $k=0.058 \text{ cm/s}$. Il volume del letto catalitico è $V=300 \text{ lt}$, mentre l'area dell'interfaccia solido-gas per unità di volume è $a=200 \text{ m}^{-1}$. Il coefficiente di trasporto di materia nelle condizioni operative è $k_c=0.05 \text{ cm/s}$. Calcolare la concentrazione di A in uscita dal reattore.

Problemi in transitorio

1) Sul fondo di un batch contenente 0.5 litri di acqua viene posta una sottile piastrina di zucchero alta 5 mm ed a sezione quadrata con spigolo pari a 5 cm. Sapendo che la densità dello zucchero è 1.6 g/cm^3 e la sua solubilità è 2 g/cm^3 ,

✓ si stabilisca se la piastrina si scioglierà completamente, e si calcoli la concentrazione di zucchero in acqua in condizioni stazionarie.

Sapendo che il coefficiente k_c che regola il trasporto dello zucchero in fase liquida è pari a 10^{-3} cm/s ,

✓ si calcoli il tempo necessario per raggiungere le condizioni stazionarie sopramenzionate, ipotizzando che la sola altezza della piastrina sia variabile nel tempo (ovvero che lo zucchero si trasferisca in fase liquida solo attraverso la faccia superiore della piastrina).

2) Si consideri un batch contenente 100 litri di un mezzo nutriente acquoso in equilibrio con aria a pressione atmosferica e temperatura pari a 30°C , ovvero contenente ossigeno alla concentrazione di 8.05 mg/lt . Al tempo $t=0$ si comincia a gorgogliare O_2 puro ($p=1 \text{ atm}$, $T=30^\circ\text{C}$) ed, al fine di determinare il coefficiente di trasporto di materia k_{LA} , si misura la concentrazione di ossigeno in fase liquida durante il transitorio. Sapendo che dopo 20 s, la concentrazione è pari a $0.35c_s$ (dove c_s è il valore di saturazione con O_2 puro pari 38.4 mg/lt), si stimi il coefficiente di trasporto k_{LA} .

3) In un recipiente contenente 5 litri di una soluzione acquosa a 25°C viene gorgogliato ossigeno puro a pressione atmosferica e 25°C . Il coefficiente di trasporto di materia k_{LA} è pari a 0.1 s^{-1} . Si determini la concentrazione di ossigeno nella soluzione in condizioni stazionarie nei seguenti casi:

- batch senza reazione;
- continuo senza reazione, con una corrente in ingresso avente portata pari a 1.5 l/h e una concentrazione di ossigeno pari al 10% del valore di saturazione;
- continuo con reazione caratterizzata da una velocità di consumo di ossigeno del primo ordine nella concentrazione di ossigeno in fase liquida e costante cinetica pari ad 30 min^{-1} . La corrente di alimentazione è la stessa del punto precedente.

Con riferimento all'ultimo caso, si discuta cosa succede se ad un certo punto viene interrotto il gorgogliamento di ossigeno. In particolare si calcoli la concentrazione di ossigeno nella corrente in uscita nel nuovo stato stazionario che si viene a determinare, e si valuti il tempo caratteristico del transitorio che precede questo nuovo stato stazionario. Si determini infine il valore della concentrazione di ossigeno nella corrente in uscita dopo un tempo pari al tempo caratteristico appena individuato.

4) Per determinare il coefficiente di trasporto di materia $k_L \cdot a$ in un'apparecchiatura batch (senza reazione) dal cui fondo si gorgoglia ossigeno si pensa di utilizzare la seguente procedura sperimentale. Per un certo tempo si gorgoglia ossigeno, fino a raggiungere una concentrazione di ossigeno in fase liquida pari a 10 mg/l. Da questo istante in poi si "vira" ad azoto. Sapendo che dopo 1 minuto, la concentrazione di ossigeno è 6 mg/l si stimi $k_L \cdot a$.

5) Una piastrina di glucosio viene investita tangenzialmente da una corrente di acqua pura ad una velocità v_∞ . Lo spessore iniziale della piastrina è δ_0 mentre la sua larghezza e la sua lunghezza sono W e L , rispettivamente. Si determini il tempo necessario a sciogliere completamente la piastrina, nell'ipotesi di variazione uniforme dello spessore.

Dati: $v_\infty=5$ cm/s; $\delta_0=2$ mm; $W=10$ cm; $L=5$ cm.

Dati glucosio: densità 1.54 g/cm³; diffusività in acqua= $7 \cdot 10^{-6}$ cm²/s; Solubilità in acqua=0.45 g/cm³.