

Capitolo 1

Generalità sulle macchine elettriche

In questo capitolo si spiegherà, senza scendere nei dettagli costruttivi, come un alternatore ed un motore funzionino, quali siano i materiali più di frequente utilizzati nella costruzione delle macchine elettriche, come si definisca e si valuti il rendimento e quali strategie si utilizzino per aumentarlo. Queste sono solo alcune delle domande cui si cercherà di dare una risposta. Chiude il capitolo una riflessione sulla definizione di induttore in condizioni quasi stazionarie.

1.1 Introduzione

Non è facile è comprendere come funziona un motore elettrico e quali siano i principi generali che consentono la trasformazione di energia meccanica in energia elettrica. E poi, che cosa sia un alternatore, come si definisca, si valuti, magari, si incrementi, il rendimento di una macchina elettrica e quali i materiali più frequentemente utilizzati nelle cosiddette *costruzioni elettromeccaniche*.

Come si intuisce, si tratta di argomenti dai quali qualunque studio attento delle macchine elettriche non può prescindere. Ciò che segue ha, dunque, lo scopo di fornire qualche informazione di carattere generale, comune a tutte le macchine elettriche, attirando l'attenzione su quelli che vengono chiamati i *concetti di base*, piuttosto che sui dettagli costruttivi. Si tenterà, per grosse linee, di descrivere il funzionamento dei generatori, anche detti alternatori, e dei motori, eliminando, però, tutti quei particolari costruttivi, peraltro utilissimi, ma che, se raccontati a questo stadio di apprendimento, risultano soltanto inutili distrazioni. Non bisogna preoccuparsi troppo, comunque: tutto si chiarirà cammin facendo, mano a mano che i capitoli si succederanno.

Di una cosa, però, si può essere sicuri: una macchina elettrica è costituita da opportuni avvolgimenti, realizzati su ferro. Per questo concludere questo capitolo

con un'appendice nella quale si definisce sotto quali condizioni la tensione ai capi di un induttore si possa interpretare come una differenza di potenziale è stata un'esigenza irrinunciabile; pertanto, quando un dato avvolgimento possa essere compiutamente descritto per mezzo di un bipolo induttore che, come certamente si ricorderà, ha lo scopo di immagazzinare l'energia magnetica.

1.2 Un po' di gergo

Lo studio delle macchine elettriche non può essere adeguatamente intrapreso senza l'introduzione di alcuni termini che, nel seguito, verranno con una certa frequenza utilizzati. Senza alcuna pretesa di spiegare compiutamente i dispositivi e gli apparati introdotti, si desidera iniziare presentando il gergo comunemente adoperato dagli esperti di macchine elettriche.

In una accezione del tutto generale, chiameremo *macchina elettrica* un qualunque apparato, funzionante sulle basi delle leggi dell'Elettromagnetismo, che sia in grado di convertire energia meccanica in energia elettrica, ovvero di realizzare la trasformazione inversa, cioè trasformare energia elettrica in energia meccanica: questa definizione va opportunamente completata aggiungendo nel novero delle macchine elettriche anche tutti quei dispositivi che consentono di modificare il valore oppure le caratteristiche di una grandezza elettrica. Per rendere più esplicito quanto detto, si parla di *macchina*, senza aggiungere altro, ogni qual volta si ha a che fare con un dispositivo che realizzi la conversione di energia meccanica, o qualsiasi altra forma di energia, in energia elettrica: pensate, ad esempio, ai generatori di tensione, introdotti studiando la teoria delle reti; non è ben chiaro secondo quali trasformazioni energetiche funzionino, ma è certo che si tratta di bipoli i quali, a spese di un'altra forma di energia, mettono a disposizione del circuito a cui sono collegati, una certa quantità di energia elettrica. Invece, si chiama *motore* un qualsiasi apparato che realizza la conversione duale, quella, cioè, che trasforma l'energia elettrica in energia meccanica.

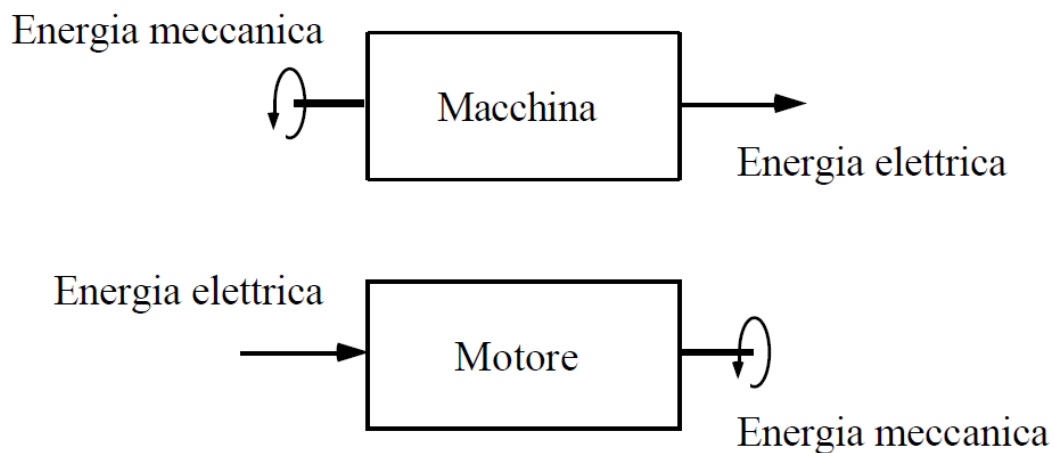


Figura 1.1: definizione di macchina e motore elettrico.

Le macchine elettriche vengono, poi, tradizionalmente divise in due grandi gruppi: macchine statiche e macchine rotanti.

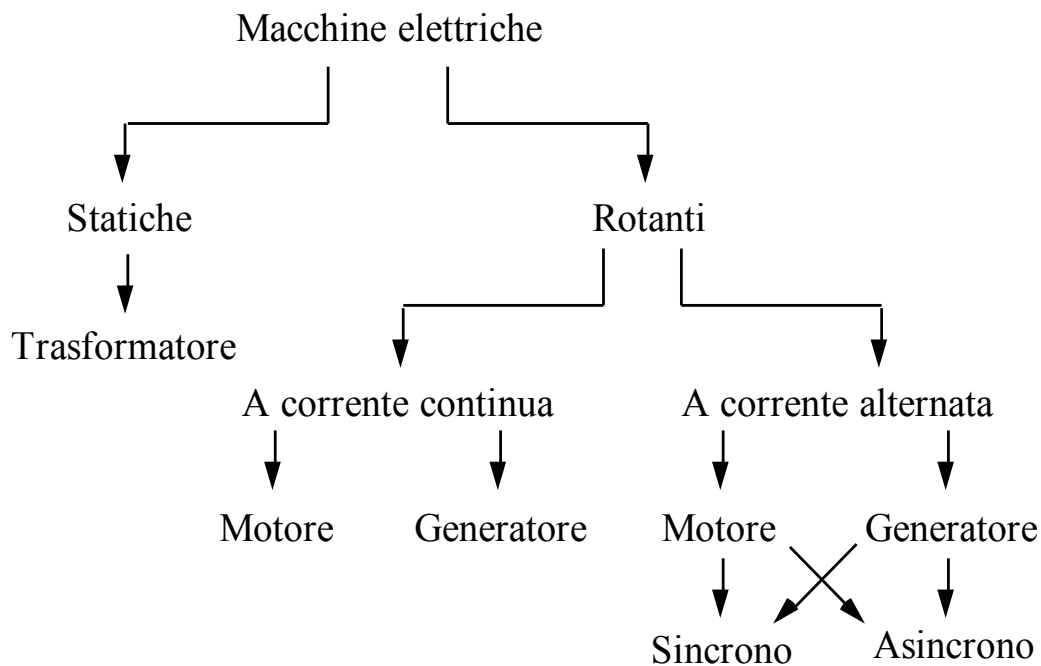
Le *macchine statiche*, così dette perché prive di parti in movimento, modificano il valore della corrente o della tensione alternata forniti in ingresso, mantenendo pressoché inalterato il valore della potenza: a questa prima categoria appartiene, senza dubbio, il *trasformatore*.

Le *macchine rotanti*, nelle quali è presente una parte che ruota attorno ad un asse, appartengono a tre tipi fondamentali: il *tipo sincrono*, che opera in regime sinusoidale e con velocità di rotazione costante; il *tipo asincrono*, che funziona sempre in regime sinusoidale con una velocità di rotazione dipendente dal campo magnetico interno alla macchina e variabile con il carico; il *tipo a corrente continua*, che opera in regime stazionario, poiché l'energia viene fornita o prodotta in corrente continua.

Infine, una menzione particolare meritano tre dispositivi che svolgono importanti funzioni che sono chiarite dalla stessa definizione: il *convertitore*, che modifica la frequenza delle grandezze alternate, realizzando una trasformazione della frequenza del segnale di ingresso oppure trasformando le grandezze alternate in grandezze continue; l'*invertitore* che trasforma grandezze continue in alternate;

il *raddrizzatore* che converte grandezze alternate in grandezze a valor medio non nullo, da cui si estrae una grandezza continua.

Lo schema che segue riassume in forma grafica le principali classificazioni delle macchine elettriche date in precedenza.



1.3 Rendimento e perdite

I materiali che costituiscono una macchina elettrica sono soggetti a perdite di varia natura durante il funzionamento: possono essere sia perdite nei conduttori che costituiscono gli avvolgimenti, tipicamente di rame, sia perdite nel ferro e, nel caso delle macchine rotanti, perdite meccaniche, per attrito e ventilazione, che devono essere tenute in debito conto. Tra poco verranno discusse più o meno dettagliatamente le perdite elettriche, dedicando solo qualche cenno a quelle meccaniche. Comunque, siano esse elettriche oppure meccaniche, una macchina elettrica è sede di perdite, per cui è indispensabile qualificarne le prestazioni definendone il rendimento, che si può introdurre anche prima di aver discusso le perdite.

Rendimento

Ogni dispositivo passivo funziona per effetto di una potenza fornita in ingresso P_{IN} e restituisce una potenza in uscita P_{US} , come schematicamente indicato nella Figura 1.2. La differenza tra potenze

$$P_{ASS} = P_{IN} - P_{US}$$

rappresenta la potenza assorbita dall'apparecchio nel suo funzionamento.

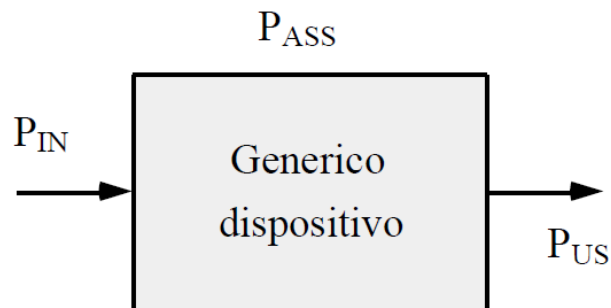


Figura 1.2: definizione del rendimento.

Pertanto, si chiamerà *rendimento*, indicato con la lettera greca η (eta), il rapporto tra la potenza resa in uscita e quella fornita in ingresso

$$\eta = \frac{P_{US}}{P_{IN}}.$$

Questo rapporto, sempre più piccolo dell'unità, può anche essere espresso nelle due forme equivalenti

$$\eta = \frac{P_{IN} - P_{ASS}}{P_{IN}} = \frac{P_{US}}{P_{US} + P_{ASS}}$$

e nel seguito si specificherà in quali circostanze sia più utile usare l'una o l'altra forma. È abitudine diffusa introdurre anche il rendimento percentuale, dato da

$$\eta \% = 100 \eta = 100 \frac{P_{US}}{P_{IN}}.$$

Si dirà, pertanto, che un certo motore ha un rendimento $\eta = 0.82$ (o $\eta \% = 82\%$) intendendo che esso restituisce 82% della potenza fornitagli in ingresso, mentre il rimanente 18% viene perduto sotto forma di perdite elettriche o meccaniche. Infine, è ovvio che il rendimento è un numero sempre compreso tra zero e uno

$$0 < \eta < 1,$$

dato che, essendo il dispositivo passivo, la potenza resa in uscita è necessariamente più piccola di quella fornita in ingresso.

Uno dei problemi fondamentali, che attraverserà l'intero studio delle macchine elettriche, è la messa a punto di tutte quelle strategie che consentano di aumentare il rendimento di una macchina. E questo, statene pue certi, non è un affare semplice, come si avrà modo di constatare, di qui a non molto.

Perdite nel rame

La Figura 1.3 ha lo scopo di ricordare che un conduttore percorso da una corrente si può approssimare con un resistore.

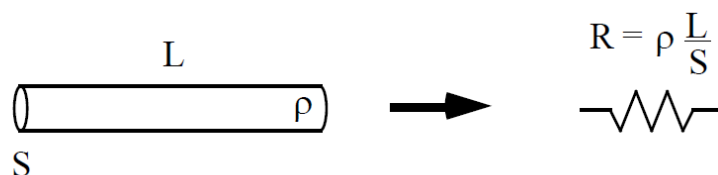


Figura 1.3: resistenza associata ad un filo conduttore.

Gli avvolgimenti di una macchina elettrica, che sono dei conduttori tipicamente di rame ($\sigma_{Cu} \cong 58 MS/m$), sono dunque sede di perdite per effetto Joule, rappresentabili per mezzo della relazione

$$P_{Cu} = RI^2 .$$

Se si opera in regime stazionario, I rappresenta la corrente che passa attraverso il resistore; in regime sinusoidale, invece, I rappresenta il valore efficace della corrente. Per calcolare il corretto valore di resistenza da inserire in questa formula, è necessario considerare il numero totale di avvolgimenti sede di perdite, sia nell'indotto che nell'induttore, numero che dipende dal tipo di macchina, monofase o trifase. Cosa compiutamente significhi tutto ciò, sarà chiarito più avanti; tuttavia, vale la pena precisare che il *circuito induttore*, anche detto circuito di eccitazione della macchina, ha lo scopo di creare il campo magnetico mediante la circolazione di corrente, anche detta di eccitazione, nei conduttori che lo costituiscono, mentre il *circuito indotto* raccoglie le variazioni del campo magnetico, diventando sede di tensioni e correnti indotte, che, durante il funzionamento della macchina, contribuiscono a determinare il campo magnetico complessivo e l'insieme delle azioni esercitate da questo avvolgimento prende il nome di *reazione di indotto*.

Comunque, nel caso di conduttori di rame funzionanti con una densità di corrente di circa $4 A/mm^2$, la perdita specifica, intesa come perdita per unità di massa, è pari approssimativamente a $40 W/kg$.

Perdite nel ferro

Un materiale ferromagnetico, che talvolta verrà indicato genericamente come *ferro*, quando viene immerso in un campo magnetico variabile, finisce per riscaldarsi. Questo innalzamento di temperatura è sostanzialmente dovuto a due tipi di perdite:

- ✓ le perdite per correnti parassite;
- ✓ le perdite per isteresi.

Prima di esaminare questi due fenomeni *dissipativi*, vale la pena osservare che essi comportano una trasformazione dell'energia del campo elettromagnetico in energia termica, che si manifesta sotto forma di innalzamento della temperatura media del materiale. Ebbene, questa perdita di energia, che non viene utilizzata per gli scopi per i quali la macchina è stata progettata, produce un eccesso di energia termica che rappresenta uno dei più grossi problemi per le macchine elettriche, soprattutto per quelle che devono lavorare ad elevati valori di potenza, dato che, se questo incremento di temperatura diventasse troppo sostenuto, potrebbe danneggiare in maniera irreversibile il comportamento dell'intero apparato. Il buon progetto di una macchina, di conseguenza, non può prescindere da un adeguato sistema di raffreddamento che abbia lo scopo di 'estrarre', dalle parti più importanti e delicate del nostro apparato, quel calore in eccesso che potrebbe risultare oltremodo dannoso.

Convieni, allora, spiegare in qualche dettaglio quali processi fisici sono alla base che determinano queste perdite.

→ *Perdite per correnti parassite*

Si consideri il cilindro conduttore, di sezione πa^2 e di resistività ρ , schematizzato in Figura 1.4 e si supponga che esso sia immerso in un campo di induzione magnetica, uniforme nello spazio e diretto parallelamente all'asse del cilindro. Questo campo può essere descritto da un'unica componente che varia nel tempo secondo la funzione sinusoidale di pulsazione $\omega = 2\pi f$

$$B(t) = B_M \sin(\omega t) = B\sqrt{2} \sin(\omega t).$$

In forma simbolica, questa sinusoidale si può rappresentare, facendo ad esempio una convenzione ai valori efficaci, per mezzo del numero complesso

$$B(t) \mapsto \bar{B} = B.$$

Si faccia attenzione a non confondere il fasore \bar{B} , che è un numero complesso, con il vettore $\vec{B}(t)$, che è un vettore reale e rappresenta il campo di induzione magnetica. Si immagini poi che il conduttore sia composto da tanti tubi cilindrici coassiali di piccolo spessore, che indicheremo con Δr . Il generico tubo di raggio interno r , spessore Δr e lunghezza L , può essere pensato come una spira che si concatena con il flusso $\Phi(t)$ sinusoidale, anch'esso esprimibile in forma simbolica

$$\Phi(t) = \pi r^2 B(t) \mapsto \bar{\Phi} = \pi r^2 \bar{B} = \pi r^2 B.$$

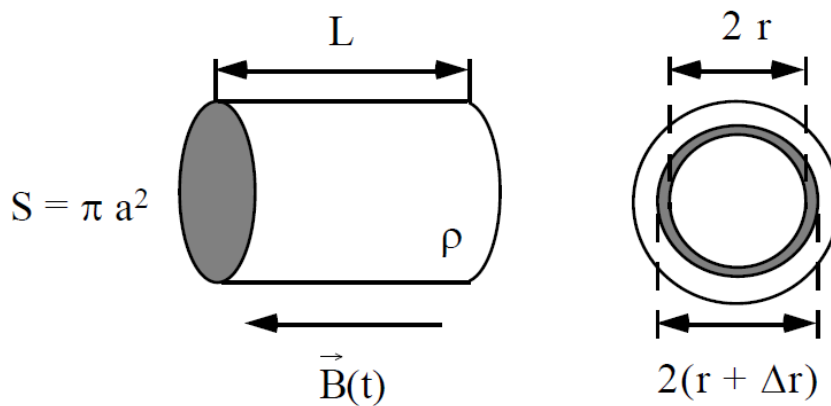


Figura 1.4: calcolo delle correnti parassite indotte in un cilindro conduttore.

Dalla legge dell'induzione elettromagnetica, o legge di Faraday e Neumann, è noto che nella spira si induce una forza elettromotrice, ovviamente sinusoidale, rappresentabile come

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} \mapsto E = -j\omega\bar{\Phi} = -j\omega\pi r^2 B.$$

Questa forza elettromotrice tende a far circolare una corrente nella spira che fluisce, dunque, in circuiti circolari coassiali al cilindro. La conduttanza, offerta dalla spira al passaggio della corrente, ricordando la seconda legge di Ohm, risulta pari a

$$\Delta G = \frac{L}{2\pi\rho r} \Delta r ,$$

mentre il valore efficace della corrente che circola nella spira, trascurando l'induttanza della spira stessa, è pari a

$$\Delta I = E \Delta G = E \frac{L}{2\pi\rho r} \Delta r .$$

La potenza attiva ΔP , che viene assorbita dalla spira per effetto Joule e che è legata al passaggio di questa corrente, vale

$$\Delta P = E \Delta I = E^2 \Delta G = E^2 \frac{L}{2\pi\rho r} \Delta r ,$$

per cui, in forza della precedente espressione della tensione indotta, diventa

$$\Delta P = (\omega\pi r^2 B)^2 \frac{L}{2\pi\rho r} \Delta r = \frac{\pi L}{2\rho} \omega^2 B^2 r^3 \Delta r .$$

Vale la pena soffermarsi un momento a riflettere su come è stata ottenuta questa potenza: si è immerso anzitutto un cilindro conduttore in un campo di induzione magnetica, uniforme nello spazio e variabile sinusoidalmente nel tempo; nel conduttore, poi, per effetto del campo elettrico indotto, si è generata una circolazione di corrente, determinata facendo dividendo in tanti gusci il cilindro;

per ciascuna porzione, dopo averne valutato la conduttanza, si è calcolato la corrente e, quindi, la potenza in essa dissipata. Ora, è chiaro che le quantità finite, indicate con la lettera greca Δ , possono essere considerate indefinitamente piccole, operando la sostituzione formale della lettera Δ con la d . Ciò è fatto per integrare rispetto al raggio, per determinare la potenza P , complessivamente assorbita nel cilindro

$$P = \frac{\pi L}{2\rho} \omega^2 B^2 \int_0^a r^3 dr = \frac{\pi L}{8\rho} \omega^2 B^2 a^4 .$$

Volendo mettere in evidenza la potenza P_{CP} , dovuta alle correnti parassite, anche dette di Foucault, ed assorbita nell'unità di volume, si può scrivere

$$P_{CP} = \frac{P}{\pi a^2 L} = \frac{a^2}{8\rho} \omega^2 B^2 = \frac{\pi^2 a^2}{2\rho} f^2 B^2 = \frac{\pi^2 a^2}{4\rho} f^2 B_M^2 ,$$

laddove il pedice CP sta evidentemente per correnti parassite. Questa formula mette chiaramente in risalto che la potenza per unità di volume, assorbita in un conduttore per correnti parassite, dipende dal quadrato sia della frequenza che del valore efficace del campo.

Formule diverse e più complicate si possono ricavare per conduttori di forma diversa, ma la precedente espressione fornisce un'indicazione del modo in cui influiscono sulle perdite alcuni parametri

$$P_{CP} = k_{CP} f^2 B_M^2 .$$

La costante k_{CP} , ricavata nel caso particolare di conduttore cilindrico

$$k_{CP} = \frac{\pi^2 a^2}{4\rho} = \frac{\pi S}{4\rho} ,$$

dipende, in generale, dal tipo di materiale e dalla geometria che si considera. Si noti come, mantenendo fissi tutti gli altri parametri, questa costante dipende dalla superficie della sezione trasversa del conduttore. Ne deriva l'opportunità, quando è possibile, di sostituire a un unico conduttore un insieme di conduttori, isolati tra loro per mezzo di una vernice isolante oppure semplicemente dell'ossido che tra essi si forma, aventi sezione globale equivalente, ma con sezione individuale ridotta: è molto diffuso l'uso di laminati, anziché di materiali massicci. Ovviamente la laminazione va effettuata in senso parallelo alla direzione di magnetizzazione.

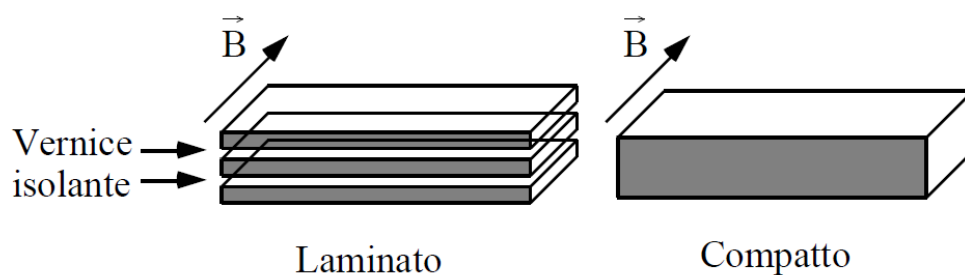


Figura 1.5: materiale ferromagnetico composto da lamierini sovrapposti.

Lo spessore tipico dei lamierini dipende dalle applicazioni cui sono destinati, ma è in tutti i casi di pochi millimetri.

→ Perdite per isteresi

Si consideri il caso, diffuso in tutte le macchine elettriche, di un circuito magnetico, costituito da materiale ferromagnetico, sede di flusso variabile sinusoidalmente nel tempo. Il materiale non solo è dotato di una certa conduttività che determina, come si è appena discusso, la presenza di correnti parassite e dunque di una potenza perduta non trascurabile, ma è anche sede di potenza perduta per isteresi. La Figura 1.6 rappresenta un ciclo di isteresi ed il comportamento illustrato viene indicato con il nome di *isteresi magnetica*, dal greco $\upsilon\sigma\tau\acute{\epsilon}\rho\epsilon\iota\varsigma$ che

vuol dire ritardo, in relazione al fatto che il campo di induzione non si annulla insieme a quello magnetico ma con ritardo rispetto a questo.

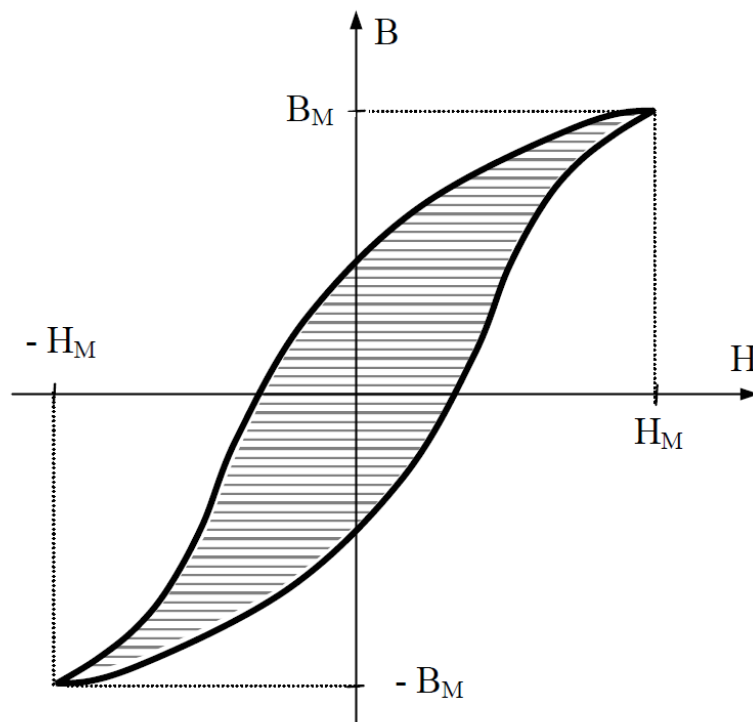


Figura 1.6: ciclo di isteresi.

Vale la pena ricordare che l'area racchiusa dal ciclo di isteresi, evidenziata con tratteggio, rappresenta l'energia perduta in calore nel volume unitario del materiale per isteresi magnetica. Se varia fra estremi di uguale valore assoluto il ciclo di isteresi sarà simmetrico, diversamente sarà asimmetrico. Al variare dei valori estremi si hanno differenti cicli di isteresi: tutti avranno, però, gli estremi sulla curva di prima magnetizzazione. L'aspetto e l'ampiezza del ciclo di isteresi sono largamente variabili e sono strettamente legati alla temperatura (un aumento di temperatura fa diminuire i valori dell'induzione magnetica) e dal tipo di materiale. Una classificazione molto comune dei materiali ferromagnetici fa riferimento proprio a questa peculiarità, indicando come *magneticamente duri* i materiali che presentano valori relativamente elevati di magnetismo residuo e di forza coercitiva insieme ad un'area piuttosto ampia del ciclo di isteresi.

Si tratta, evidentemente, di materiali particolarmente adatti alla formazione di magneti permanenti. Caratteristiche simili sono quelle richieste tipicamente dalle polveri di ossidi di ferro impiegate nella costruzione di nastri o supporti magnetici per la registrazione (analogica o digitale di dati e/o musica): un valore elevato della forza coercitiva garantisce scarsa sensibilità ai campi esterni meno intensi e (perciò) buona stabilità nel tempo dell'informazione registrata. I materiali *magneticamente morbidi*, al contrario, presentano bassa forza coercitiva, modesto magnetismo residuo e piccola area del ciclo di isteresi.

Una categoria meritevole di speciale menzione per la sua assoluta peculiarità è quella delle cosiddette *ferriti*, prodotte in varie forme (barrette, gusci, toroidi) e dimensioni mediante sinterizzazione di un ossido doppio di ferro e di un metallo bivalente. La sinterizzazione è un trattamento termico o meccanico al quale vengono sottoposti agglomerati di polveri o granuli metallici allo scopo di provocare la saldatura e migliorarne la resistenza meccanica. Si ricordi che i prodotti di sinterizzazione sono generalmente molto duri, ma piuttosto fragili. Nelle ferriti le caratteristiche tipiche di un materiale *ceramico* si accompagnano a un ciclo di isteresi piuttosto squadrato e di area estremamente modesta: le ferriti, perciò, si magnetizzano e smagnetizzano molto facilmente; la loro magnetizzazione periodica comporta dissipazioni energetiche, e riscaldamenti, molto limitati.

Uno studio sperimentale, condotto su diversi tipi di materiali ferromagnetici, mostra che le perdite di potenza attiva per unità di volume P_I , dovute all'isteresi di un materiale sottoposto a magnetizzazione ciclica alternativa, sono proporzionali all'area del ciclo di isteresi e possono essere espresse per mezzo della relazione

$$P_I = k_I f B_M^\alpha,$$

dove k_I rappresenta un coefficiente che dipende dal materiale, f è la frequenza, B_M è il valore massimo di induzione magnetica ed α , detto coefficiente di Steinmetz, è un numero reale, compreso tra 1.6 e 2, che dipende dal valore massimo dell'induzione magnetica e che va determinato per via sperimentale.

In maniera approssimata, si può dire che l'esponente di Steinmetz assume i valori

$$\alpha = \begin{cases} 1.6, & \text{per } B_M \leq 1.2 T. \\ 2, & \text{per } B_M > 1.2 T. \end{cases}$$

→ *Cifra di perdita*

Sommando le perdite per correnti parassite e per isteresi, si ottiene la perdita complessiva nel ferro che, riferita all'unità di volume, vale

$$P_{Fe} = P_{CP} + P_I = k_{CP} f^2 B_M^2 + k_I f B_M^\alpha.$$

Questa formula risulta, nondimeno, di non facile applicazione, data la difficoltà di calcolo di tutti i parametri presenti, e, per caratterizzare il comportamento di un determinato materiale riguardo alle perdite, viene spesso utilizzata anche la cosiddetta *cifra di perdita*, che rappresenta la potenza perduta in un chilogrammo di materiale ferromagnetico, quando esso è sottoposto ad un campo di induzione sinusoidale, con frequenza di 50 Hz e valore massimo prestabilito di induzione magnetica, che può essere di 1 T oppure di 1.5 T, a seconda dei casi. La cifra di perdita, espressa in watt al chilogrammo, è quindi il parametro più significativo per rappresentare in modo sintetico la bontà del materiale sotto l'aspetto delle perdite. Tecnicamente, esso è l'unico parametro fornito dai produttori di materiali magnetici, essendo di scarsa utilità pratica la conoscenza dei vari coefficienti che compaiono nelle diverse formule, tra l'altro approssimate, utili essenzialmente per la comprensione dei fenomeni. Informazioni più complete, ma non molto diffuse, sono i vari diagrammi sperimentali sull'andamento delle perdite al variare dei parametri più importanti.

Per avere un'idea dell'ordine di grandezza della cifra di perdita, si ricordi che lamierini di ferro al silicio di spessore $(0.35 \div 0.5) \text{ mm}$, con tenore di silicio $(0.1 \div 5)\%$, hanno cifre di perdita che vanno da circa 0.8 W/kg , per basso spessore ed alto tenore di silicio, a circa 3 W/kg , per elevato spessore e basso tenore di silicio. Attualmente, i materiali più usati per le costruzioni elettromeccaniche hanno cifre di perdita intorno a 1 W/kg .

La cifra di perdita viene generalmente riferita a lamiera nuova e, nella valutazione delle perdite nel ferro, si deve tener conto di un aumento di circa il 10% per l'invecchiamento del materiale e per le lavorazioni meccaniche a cui i lamierini vengono sottoposti durante le diverse fasi di costituzione dei nuclei magnetici.

Riassumendo, i due tipi di perdite esaminate vengono normalmente indicate come *perdite nel ferro* e costituiscono un inconveniente non soltanto per l'abbassamento del rendimento globale della macchina, ma anche, e soprattutto, per gli effetti termici connessi con lo sviluppo di calore conseguente. La loro presenza richiede, pertanto, una serie di provvedimenti, che si possono riassumere nella laminazione e nell'uso di leghe speciali, che hanno lo scopo di mantenerle entro limiti economicamente accettabili e che verranno esaminati, in maggior dettaglio, più avanti.

Perdite negli isolamenti

Anche negli isolamenti delle macchine elettriche vi sono delle perdite di potenza attiva, dette *perdite dielettriche*. Esse sono dovute al fenomeno dell'isteresi dielettrica che si ha nel funzionamento in corrente alternata: variando con continuità la polarità della tensione agente su uno strato isolante, si verifica, in modo analogo a quanto avviene in un condensatore reale, l'inversione ciclica del verso della polarizzazione delle molecole dell'isolante, con un conseguente movimento di cariche elettriche che genera una dissipazione di energia elettrica

all'interno dell'isolante. La perdita specifica, per unità di massa, è data dalla relazione

$$P_{DI} = \frac{\omega \varepsilon}{d} E^2 \tan \delta ,$$

dove ω è la pulsazione della tensione applicata, ε è la costante dielettrica del materiale, d rappresenta la sua densità, E è l'intensità del campo elettrico agente sullo spessore di isolante considerato e $\tan \delta$ è il cosiddetto fattore di dissipazione del materiale. Queste perdite dielettriche sono dell'ordine di pochi milliwatt per chilogrammo, assai più piccole delle perdite specifiche nel ferro, e possono essere sempre trascurate nel computo della potenza totale perduta da una macchina elettrica. Invece, esse vanno tenute in debito conto nel dimensionamento degli isolamenti, al fine di evitare che riscaldamenti localizzati pregiudichino l'integrità dell'isolamento della macchina.

Perdite meccaniche

La stima delle perdite meccaniche è assai difficile da fare analiticamente, a causa della diversa natura delle stesse, e viene di solito ricavata in maniera sperimentale. Comunque, per le macchine rotanti, come i motori asincroni oppure i generatori sincroni, è necessario considerare le perdite meccaniche, ascrivibili ai seguenti motivi:

perdite per attrito nei cuscinetti di supporto nell'albero motore, dipendenti dal peso della parte rotante e proporzionali alla velocità di rotazione;

perdite per ventilazione, dovute essenzialmente all'attrito tra le parti in rotazione e l'aria circostante, rappresentano il grosso delle perdite meccaniche e sono proporzionali al cubo della velocità di rotazione;

perdite per attrito tra spazzole e collettore, si verificano nelle macchine, come quelle a corrente continua, in cui, per stabilire il contatto tra due circuiti elettrici,

vengono appoggiate delle spazzole conduttrici fisse su un particolare organo rotante, detto collettore, e sono proporzionali alla superficie delle spazzole, alla pressione sulla superficie di appoggio ed alla velocità del collettore.

Perdite addizionali

Le perdite addizionali sono tutte quelle perdite che si verificano nel funzionamento di una macchina in aggiunta a quelle principali, cioè a quelle ohmiche, nel ferro e meccaniche. Sono di difficile valutazione analitica e vengono determinate sperimentalmente, come differenza tra la potenza totale perduta e la somma delle perdite principali. La maggior parte delle perdite addizionali è dovuta all'azione dei flussi magnetici variabili nel tempo su parti metalliche conduttrici, come le parti strutturali delle macchine, gli alberi meccanici, e così via. Questi flussi determinano delle correnti parassite e, se la parte interessata ha anche un comportamento magnetico, dei cicli di isteresi, con conseguente perdita di potenza attiva.

1.4 Un cenno ai materiali

Si passa, ora, a fornire qualche rapida informazione sui più comuni materiali che costituiscono le varie parti di una macchina elettrica. Di volta in volta, quando tornerà utile, si approfondiranno le nozioni contenute in questo paragrafo, che fornisce comunque un quadro generale di riferimento per i materiali.

Una classificazione dei materiali usati nelle macchine elettriche è la seguente:

- ✓ materiali conduttori;
- ✓ materiali isolanti;
- ✓ materiali magnetici;
- ✓ materiali strutturali.

Materiali conduttori

I conduttori vengono generalmente adoperati per formare i circuiti interni alle macchine elettriche e devono presentare un elevato valore di conducibilità elettrica: quelli più comunemente usati per realizzare gli avvolgimenti sono il rame e l'alluminio. Il rame, come certamente si ricorderà, presenta una resistività pari a $\rho_{Cu} = 0.0172 \mu\Omega m$ a $20^\circ C$, mentre l'alluminio presenta una più alta resistività $\rho_{Al} = 0.0278 \mu\Omega m$. In entrambi i casi, bisogna sempre tener presente che la resistività è direttamente proporzionale alla temperatura e, quindi, se la temperatura di esercizio della macchina cresce, con essa aumenta anche la resistività. Altri materiali conduttori, meno adoperati nelle applicazioni elettriche, sono l'argento, il bronzo, l'oro e l'ottone.

Le altre caratteristiche da tenere in conto nella scelta di un materiale conduttore sono il peso specifico, la duttilità, la flessibilità e la malleabilità: queste caratteristiche meccaniche, se da un lato riducono il peso totale della macchina, dall'altro ne facilitano la realizzazione.

Materiali isolanti

Gli isolanti vengono adoperati per isolare elettricamente parti a diversa tensione e sono caratterizzati elettricamente dalla resistività di volume e superficiale, che tiene in conto delle inevitabili, anche se piccole, correnti di conduzione, dalla rigidità dielettrica (misurata in *volt/metro*) e dalla costante dielettrica ϵ . Ciò che invece li caratterizza meccanicamente è la resistenza ai piegamenti, alle abrasioni ed alla corrosione, la tranciabilità, cioè ossia la possibilità di taglio in pezzi di varie forme, la conducibilità termica e l'igroscopicità, vale a dire la tendenza ad assorbire umidità.

Mettendo in risalto ciò che maggiormente interessa per lo studio delle macchine, gli *isolanti solidi* per le macchine elettriche sono catalogati in base alla temperatura massima ammessa, secondo la tabella di seguito riportata e presa dalle norme Comitato Elettrotecnico Italiano (*CEI*).

<i>Classi di isolamento</i>	<i>Temperatura massima</i>	<i>Esempi</i>
C	oltre 180 °C	Mica, porcellana, ceramica, vetro.
H	180 °C	Come la classe B impregnati con resine siliconiche.
F	155 °C	Come la classe B impregnati con collanti organici.
B	130 °C	Fibra di vetro, amianto impregnato, mica.
E	120 °C	Resine poliesteri, triacetato, fibre particolari.
A	105 °C	Carta, seta, cotone impregnati.
Y	90 °C	Carta, seta, cotone senza impregnazione.

Tra gli *isolanti liquidi* si citano gli oli minerali e alcuni liquidi a base di silicone. L'uso di questi isolanti ha anche lo scopo di asportare il calore eventualmente generato durante il funzionamento della macchina. Tra gli *isolanti gassosi* si citano l'aria e l'idrogeno.

Materiali magnetici

Tutti i circuiti magnetici sono costituiti da materiali la cui permeabilità magnetica è molto elevata. Lo studio dei campi magnetici nella materia mostra che più elevata è la permeabilità, migliore è l'approssimazione che considera completamente intrappolato nel materiale il campo di induzione magnetica, in modo tale che la superficie che delimita la frontiera del materiale magnetico possa essere considerata come un tubo di flusso, dato che contiene al suo interno tutte le linee del campo di induzione magnetica.

I materiali ferromagnetici si possono dividere, come si è già avuto modo di accennare, nelle due seguenti categorie: *materiali dolci*, che hanno uno stretto ciclo di isteresi ed un'elevata permeabilità e vengono utilizzati come nuclei di induttori o di mutui induttori o per ottenere elevati valori di induzione in campi prodotti da altri elementi; *materiali duri*, caratterizzati da un largo ciclo di isteresi

ed usati per i magneti permanenti, sono materiali che consentono di ottenere, in una determinata zona dello spazio, campi magnetici sufficientemente elevati senza l'intervento di circuiti elettrici. Questa suddivisione, fatta sulla base delle funzioni che si vuole attribuire al materiale, non è significativa per materiali con caratteristiche intermedie. Inoltre, al materiale da impiegare in una determinata applicazione possono essere richieste caratteristiche particolari che, di volta in volta, verranno esaminate.

Tra i materiali dolci si possono menzionare il ferro dolce, l'acciaio dolce, le leghe dei principali materiali ferromagnetici (ferro, cobalto e nichel) con materiali non ferromagnetici (alluminio, cromo, rame, manganese, molibdeno, silicio, tungsteno), o composti chimici chiamati ferriti dolci.

Fra i materiali duri si trovano i vari tipi di acciai temperati e variamente legati (acciai alnico, cioè legati con alluminio, nichel e cobalti, acciai al tungsteno, acciai al cobalto) e materiali ceramici sinterizzati (ferriti dure). La sinterizzazione è un processo termico cui viene sottoposto un sistema di particelle individuali oppure un corpo poroso, con o senza applicazione di pressione esterna; durante il riscaldamento, le proprietà del sistema si modificano per la creazione di giunzioni tra le particelle, riempiendo i vuoti esistenti tra esse.

Materiali strutturali

Si tratta di quei materiali utilizzati per la costruzione delle diverse parti meccaniche delle macchine elettriche, tra le quali vi sono la carcassa e l'albero. Anche se non intervengono esplicitamente nel funzionamento elettrico della macchina, incidono non poco sul dimensionamento e sul peso. Solitamente si usa la ghisa, l'acciaio e l'alluminio, tutti con il compito di resistere alle varie sollecitazioni meccaniche che la macchina può subire. Comunque, per le ottime prestazioni meccaniche offerte, la lega, in assoluto più usata, è l'acciaio.

1.5 Principio di funzionamento dei generatori

È interessante iniziare con una panoramica, anche se incompleta e parziale, del principio di funzionamento delle principali macchine rotanti. Queste idee verranno, ovviamente, riprese quando si approfondiranno le singole macchine rotanti, ma è bene avere da subito un'idea del loro funzionamento.

Per semplificare il problema, si consideri una spira, posta in rotazione, con velocità angolare costante, attorno ad un asse, in un campo magnetico uniforme, come mostrato schematicamente in Figura 1.7, in cui l'asse $x - y$ rappresenta l'asse fisso attorno al quale ruota la spira. Come è ben noto, la legge dell'induzione elettromagnetica prevede che, proprio a causa di questa rotazione, nella spira si generi una forza elettromotrice (*fem*), che, come si avrà modo di dimostrare, varia sinusoidalmente nel tempo. Andando più nel dettaglio, il flusso $\Phi(t)$ indotto nella spira, vale

$$\Phi(t) = \int_{Spira} \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS = BA \cos \alpha = BA \cos(\omega t),$$

in cui si è indicato con A la superficie della spira. È bene puntualizzare subito che, nello schema di Figura 1.8, che verrà discusso nel seguito, il campo di induzione è fisso e la spira ruota.

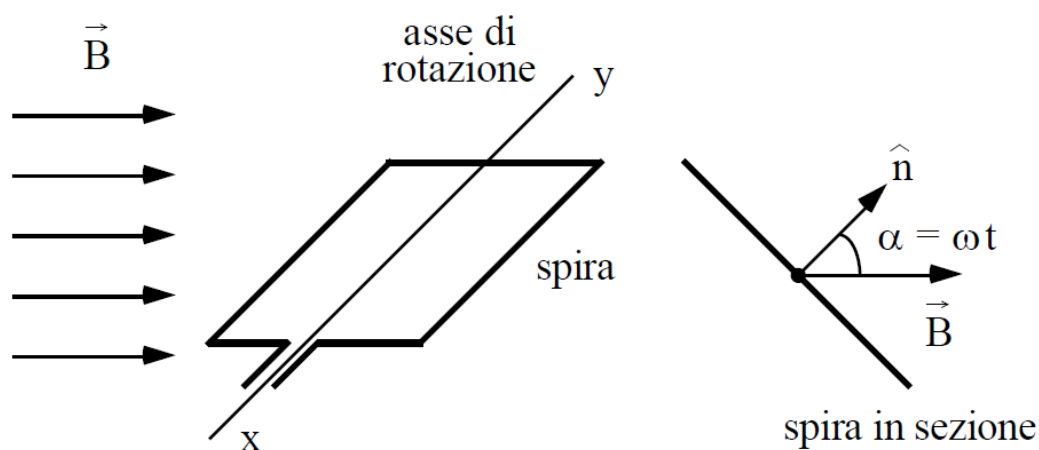


Figura 1.7: spira rotante in un campo di induzione magnetica.

Ciò vuol dire che ruota pure la normale \hat{n} , solidale con la spira, e questa normale forma con il campo di induzione magnetica un angolo α , variabile nel tempo. È facile convincersi che, supponendo costante la velocità angolare di rotazione, questo angolo valga proprio $\alpha = \omega t$. Per stabilire se veramente sia stato compreso questo concetto, si provi a rispondere alla domanda: all'istante $t = 0$, qual è la posizione relativa del piano della spira e del campo? Cosa si può dire relativamente alla posizione del versore normale? Se non si è del tutto convinti, si continui ancora con altri istanti.

Se ora si immagina di considerare un avvolgimento composto da N spire identiche, moltiplicando per N il valore del flusso, non è difficile ottenere la forza elettromotrice complessivamente indotta

$$e(t) = -\frac{d}{dt}[N\Phi(t)] = NBA\omega \sin(\omega t) .$$

Questa semplice espressione mostra con chiarezza che una forza elettromotrice sinusoidale si è generata ai capi della spira, sempre che la velocità angolare di rotazione sia costante (dove è stata usata questa ipotesi?), di valore efficace

$$E = \frac{NBA\omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \Phi_{MAX} \cong 4.44 f N \Phi_{MAX} ,$$

dove $\Phi_{MAX} = BA$ rappresenta il massimo valore del flusso che si concatena con la generica spira dell'avvolgimento e con $f = \omega/(2\pi)$ la frequenza di rotazione. Nella pratica, l'avvolgimento è, ad esempio, messo in rotazione da alcune turbine che trasformano in moto circolare, mettendo in rotazione un albero su cui è calettato l'avvolgimento stesso, il moto rettilineo dell'acqua di una cascata. Quale che sia il *motore primo*, se un avvolgimento ruota a velocità angolare costante in

un campo magnetico, ai suoi capi si potrà raccogliere una forza elettromotrice sinusoidale.

Su questa idea, che verrà approfondita studiando la macchina sincrona, si fonda il principio di funzionamento dei principali generatori sinusoidali, anche detti *alternatori*. Senza voler scendere in troppi dettagli, vale la pena sottolineare il fatto che, nella realizzazione pratica di un alternatore, si preferisce una struttura duale rispetto a quella descritta, in cui la spira è ferma ed il campo di induzione magnetica ruota: le formule presentate continuano a valere, dato che ciò determina la forza elettromotrice indotta è il moto relativo tra l'avvolgimento ed il campo. Inoltre, si tratta di una struttura cilindrica composta di due parti: lo *statore*, che è fisso, rappresenta la parte più esterna ed ospita due cave, nella Figura 1.8 a sezione rettangolare, in cui alloggiavano le spire; il *rotore*, che è mobile, è la parte più interna e presenta due estremità, dette in gergo espansioni o scarpe polari, opportunamente sagomate.

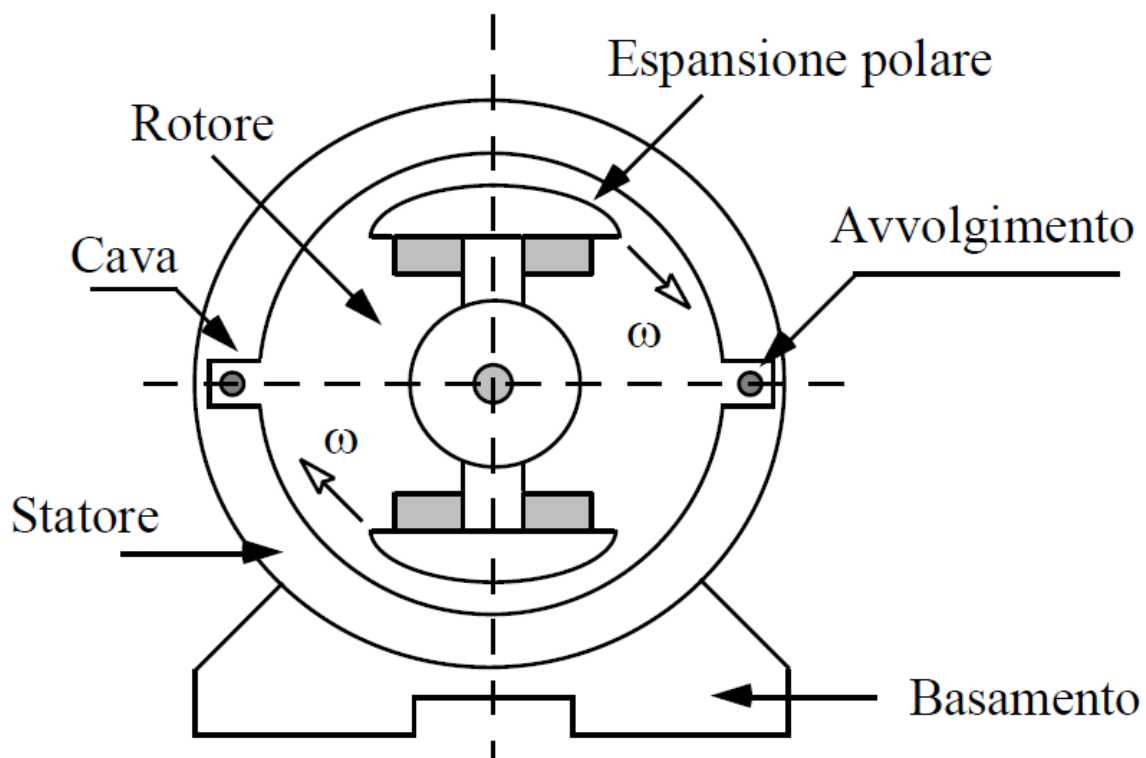


Figura 1.8: realizzazione di un alternatore.

Il campo di induzione magnetica creato dal rotore è in moto rigido con esso e si chiude nel ferro dello statore, presentando un tipico andamento radiale nella regione del traferro, anche detto interferro, che rappresenta la zona posta in mezzo ai due tratti di ferro dello statore e del rotore.

1.6 Campo magnetico rotante

Nel paragrafo precedente si è mostrato come si possa realizzare la conversione di energia meccanica in elettrica. Ora bisogna stabilire come possa avvenire la trasformazione inversa, vale a dire quale sia il principio di base secondo cui funzionano i motori elettrici.

Si inizia con una semplice osservazione. Si prenda in una mano una bussola, nell'altra un magnete permanente, una calamita. Dopo averli avvicinati, si comincia a far girare il magnete: si osserva che l'ago magnetico della bussola segue il magnete che è in rotazione, cioè l'aghetto segue il campo magnetico come suggerito in Figura 1.9.

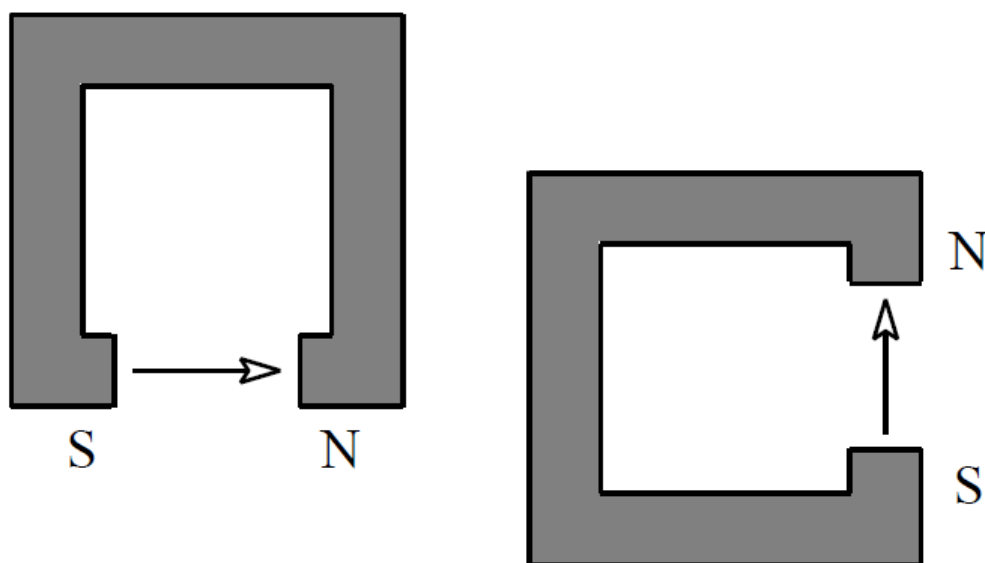


Figura 1.9: bussola posta in rotazione da una calamita.

Seppure in maniera molto rudimentale e semplificata, è stato costruito un motore elettrico? La risposta è decisamente negativa: si è semplicemente messo a punto un sistema (trasduttore) che trasferisce l'energia meccanica impressa al magnete in altra energia meccanica, quella della rotazione della bussola. Tuttavia, generare un campo magnetico rotante ed avere un rotore, l'ago della bussola, che segua quest'ultimo è comunque una buona idea per progettare un motore, a patto di essere capaci di far ruotare il campo magnetico, in una maniera non meccanica.

In questo paragrafo si illustrerà come si possa ottenere un campo rotante per mezzo di avvolgimenti fermi: sarà una opportuna variazione delle correnti che circolano nelle spire a fare in modo che il campo magnetico ruoti e che il motore funzioni. Si ricordi che, in ultima analisi, un motore elettrico è un dispositivo al quale viene fornita energia elettrica e dal quale si raccoglie energia meccanica. Questo è il punto centrale della faccenda su cui si basano tutti i motori, siano essi asincroni, passo-passo, a collettore, ossia la generazione di un campo magnetico rotante, che viene denominato anche campo di Ferraris. Per comprendere come si possa generare un campo magnetico rotante, si seguirà lo stesso schema che il grande Galileo Ferraris seguiva nelle sue lezioni e si cercherà di capire, magari in maniera semplificata, prima il principio di base, poi come lo si possa rigorosamente formalizzare.

Prima, però, di affrontare l'argomento del campo magnetico rotante, è utile fare qualche considerazione sul campo generato da una spira. Allo scopo, consideriamo una spira, ad esempio circolare, costituita da N avvolgimenti e percorsa dalla corrente $i(t)$; in Figura 1.10 viene mostrata un tale spira percorsa da una corrente entrante inferiormente ed uscente superiormente, rispetto al piano della rappresentazione. Supponendo che la spira sia immersa in un mezzo a permeabilità costante, come ad esempio l'aria, ad essa risulta associato, nello spazio circostante, un insieme di linee di forza, sia per il vettore campo magnetico \vec{H} , sia per il vettore di induzione magnetica $\vec{B} = \mu\vec{H}$. In particolare, il campo

magnetico al centro della spira ha una ben determinata intensità, che dipende della corrente $i(t)$ e del raggio medio R_M della spira

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{2R_M}$$

e sarà, in generale, dipendente dal tempo. La direzione di questo campo è quella dell'asse magnetico della spira, cioè la direzione perpendicolare al piano della spira in corrispondenza del suo centro. Il verso del suddetto campo è stabilito, ad esempio, dalla regola di avanzamento del cavatappi destrorso, in funzione del senso di circolazione della corrente.

Il valore del campo magnetico al centro della spira può essere assunto per rappresentare l'insieme delle linee di forza, per quella determinata spira: si tratta di una maniera comoda di rappresentare un campo il cui andamento nello spazio, come già ricordato, è piuttosto complicato.

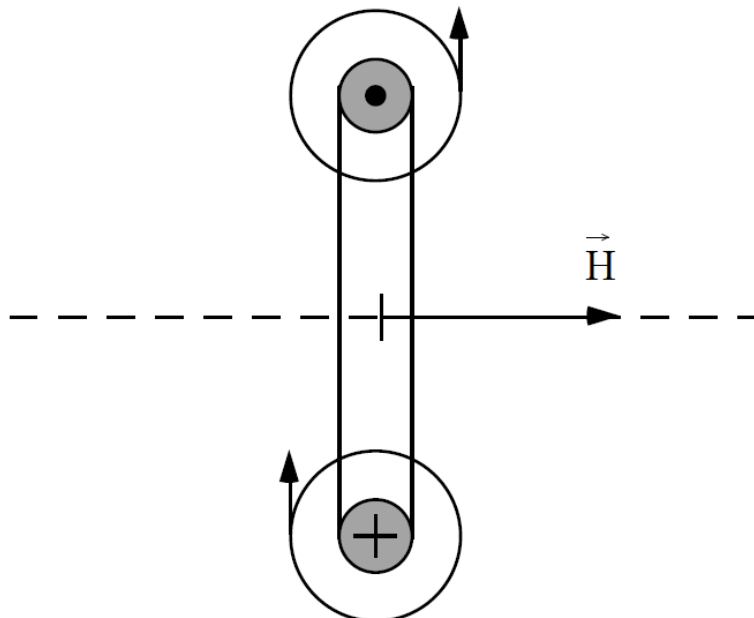


Figura 1.10: schematizzazione del campo magnetico di una spira.

Qualora la corrente eccitatrice fosse costante nel tempo, il campo magnetico sarebbe un campo magnetico costante. Se invece, nella stessa spira circolare, si invia una corrente alternativa sinusoidale

$$i(t) = I_M \sin(\omega t) ,$$

il campo magnetico, in un generico punto dello spazio, non è più costante, ma varia nel tempo. In particolare, al centro della spira, adoperando la precedente relazione, vale

$$H(t) = \frac{NI_M}{2R_M} \sin(\omega t) = H_M \sin(\omega t) ,$$

avendo indicato con

$$H_M = \frac{NI_M}{2R_M}$$

il valore massimo, nel tempo, del *campo magnetico alternativo* al centro della spira. In un istante generico, la direzione di questo campo alternativo è fissa nello spazio, essendo coincidente con l'asse magnetico della spira, mentre il suo verso viene stabilito, istante per istante, dal senso di circolazione della corrente istantanea nella spira.

Rotazione a scatti

Si considerino tre avvolgimenti percorsi dalle correnti $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ ed i cui assi di simmetria siano disposti secondo angoli relativi di $120^\circ = 2\pi/3$. Si osservi con attenzione la Figura 1.11, che è suddivisa in quattro parti, partendo dalla quella in alto a sinistra, dove sono state rappresentate in maniera schematica i tre avvolgimenti.

Nell'ipotesi di aver fissato un'origine dei tempi, facciamo in modo di far circolare, ad esempio per un secondo, una corrente nella sola spira 1, mentre nelle altre due non circola alcuna corrente. Allora, per il primo secondo, il campo di induzione magnetica sarà rappresentato dal vettore \vec{H}_1 . Nell'intervallo $1 < t < 2$ circola, invece, solo corrente nella spira 2, mentre le altre due non sono percorse da corrente. Questa volta il campo di induzione magnetica è rappresentato dal vettore \vec{H}_2 . Infine, per $2 < t < 3$, la sola spira alimentata è la numero 3 e, di conseguenza, il campo è rappresentato dal vettore \vec{H}_3 . Detto ciò, si ripeta ciclicamente questa procedura e si guardi di nuovo la Figura 1.1, ripercorrendo in rapida sequenza i tre intervalli di tempo:

nel primo secondo, il campo magnetico è diretto come \vec{H}_1 ;

nel secondo successivo, si osserva la scomparsa di \vec{H}_1 e la comparsa del campo \vec{H}_2 ;

nel terzo secondo, si ha la scomparsa di \vec{H}_2 e la comparsa di \vec{H}_3 .

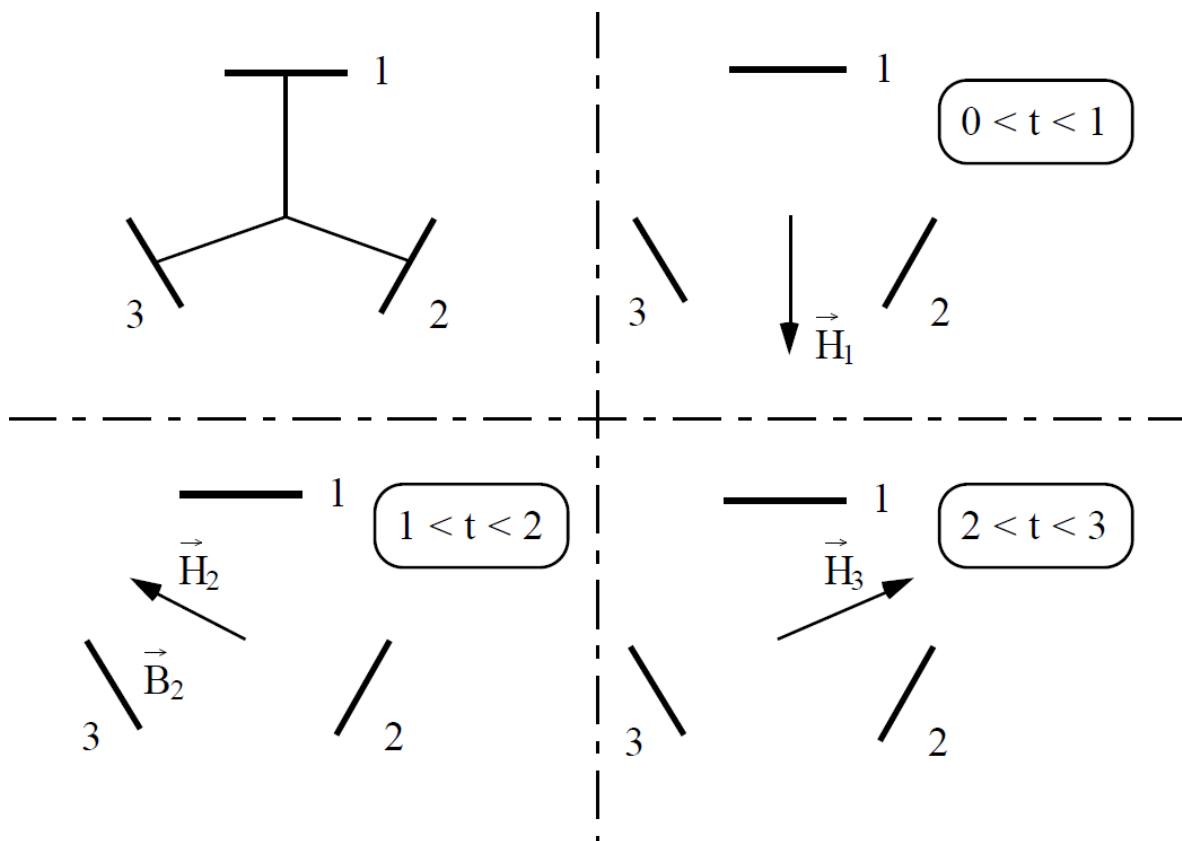


Figura 1.11: campo rotante prodotto da tre avvolgimenti.

Come varia, allora, il campo di induzione magnetica nello spazio?

Il campo ruota, nonostante le spire siano ferme. Certo, non ruota con continuità, ma a scatti, ma l'idea di fondo sembra promettente e, tra non molto, si vedrà come far ruotare con continuità questo campo magnetico. Per il momento si è pervenuti alla conclusione che tre avvolgimenti, posti a $2\pi/3$, alimentati uno per volta da tre correnti, ad esempio costanti nel tempo, che operino in intervalli temporali differenti, possono creare un campo di induzione che ruota nello spazio. Ciò era quanto si desiderava far comprendere bene. Quello che segue è solo qualche conto algebrico che serve ad affinare l'intuizione e consentire al campo di ruotare con maggiore continuità.

Rotazione continua

Si torni a considerare i tre avvolgimenti e si cerchi di fare un'analisi un tantino più accurata. Si comincia a supporre che le tre spire siano alimentate dalla terna trifase di correnti

$$i_1(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t) , \quad i_2(t) = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) , \quad i_3(t) = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) .$$

Si rammenta che si tratta di una terna diretta che gode della proprietà per cui la somma delle tre correnti è, istante per istante, nulla

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0 , \quad \forall t .$$

La Figura 1.12 rappresenta i campi sostenuti dalle tre spire ed i versi dei tre vettori riportati danno informazione su come sia stato realizzato l'avvolgimento: il campo e la corrente su ciascuna spira devono essere accordati secondo la regola del cavatappi. Per determinare l'andamento temporale del campo sostenuto da

ciascuna spira, è bene innanzitutto ricordare il valore delle funzioni trigonometriche per gli angoli notevoli

$$\cos \frac{\pi}{3} = -\cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad \sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{2\pi}{3} = -\sin \frac{4\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

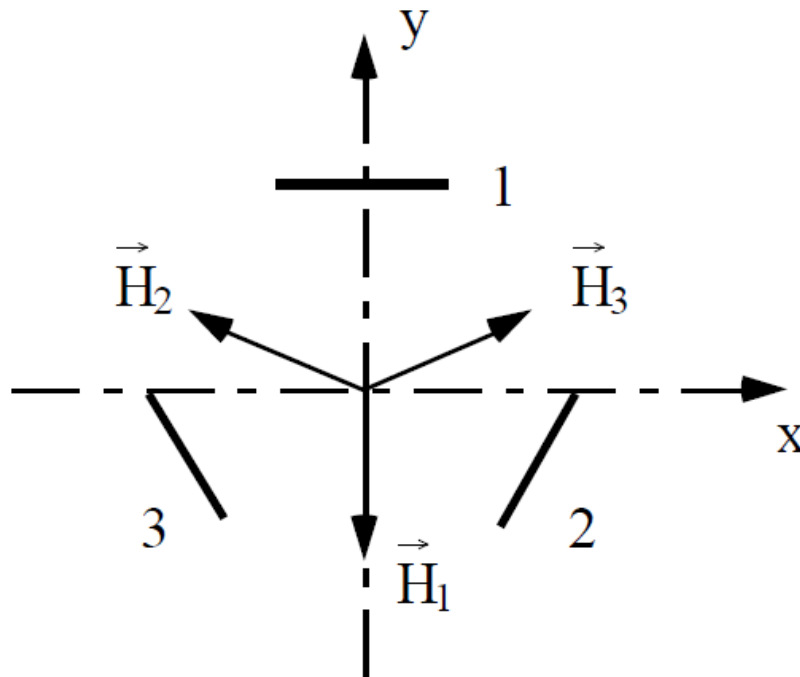


Figura 1.12: i campi sostenuti dalle correnti nelle tre spire.

Detto ciò, ricordando che il campo prodotto da una spira, almeno nel suo centro geometrico (o pressappoco), è proporzionale alla corrente, si può scrivere

$$\vec{H}_1 = -\lambda i_1(t) \hat{y}, \quad \vec{H}_2 = \lambda i_2(t) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} \right), \quad \vec{H}_3 = \lambda i_3(t) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} \right),$$

in cui, come è stato già ricordato, la costante

$$\lambda = \frac{N}{2R_M}$$

dipende dal numero di spire di cui è costituito l'avvolgimento (si riveda la formula che descrive il campo di una spira nel suo centro geometrico). Ora, il campo complessivamente prodotto dalle spire è dato dalla sovrapposizione dei tre contributi, in formule

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = \lambda \hat{x} \frac{\sqrt{3}}{2} [i_3(t) - i_2(t)] + \lambda \hat{y} \left[-i_1(t) + \frac{i_2(t)}{2} + \frac{i_3(t)}{2} \right].$$

Si sviluppano ora con ordine e con pazienza i diversi calcoli. Il *primo addendo*

$$i_3(t) - i_2(t) = I\sqrt{2} \left[\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right],$$

applicando le formule di addizione del seno, diventa

$$i_3(t) - i_2(t) = I\sqrt{2} \left[-\frac{1}{2} \sin(\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \sin(\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t) \right],$$

per cui si può concludere che

$$i_3(t) - i_2(t) = I\sqrt{6} \cos(\omega t).$$

Il *secondo addendo*, invece, sfruttando il fatto che la somma delle tre correnti è in ogni istante nulla, si può scrivere come

$$-i_1(t) + \frac{i_2(t)}{2} + \frac{i_3(t)}{2} = -i_1(t) - \frac{1}{2}i_1(t) = -\frac{3}{2}i_1(t).$$

Pertanto, il campo totale, valutato nell'origine degli assi, diventa

$$\vec{H} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \lambda I [\hat{x} \cos(\omega t) - \hat{y} \sin(\omega t)] = H_0 [\hat{x} \cos(\omega t) - \hat{y} \sin(\omega t)],$$

in cui la costante

$$H_0 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \lambda I$$

è stata introdotta solo allo scopo di alleggerire la notazione.

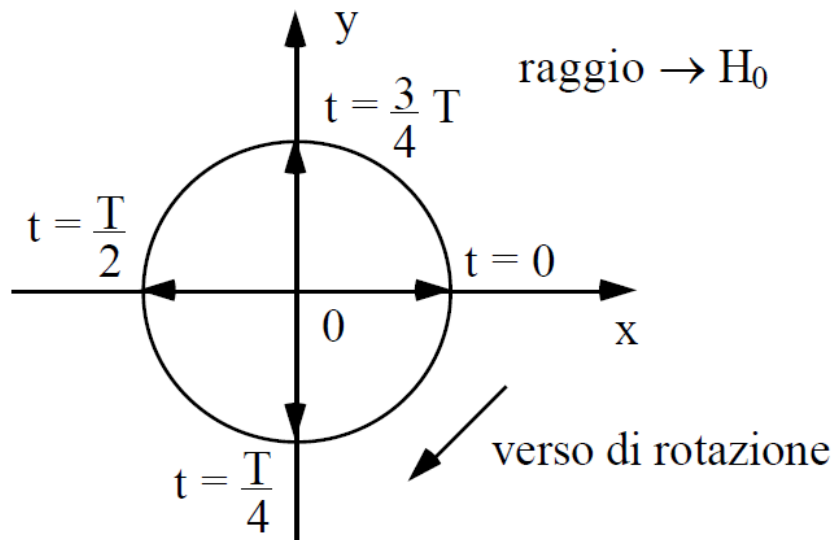


Figura 1.13: campo magnetico rotante.

Per avere un'idea di come il campo ottenuto evolva nel tempo, si può considerare la Figura 1.13, in cui si osservano quattro istanti distanziati di un quarto di periodo T , legato alla pulsazione dalla ben nota relazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

L'analisi attenta di questa figura mostra che, applicato nell'origine degli assi, si ha un un vettore, che rappresenta l'induzione magnetica e che ruota in verso orario, il cui estremo si trova su una circonferenza di raggio H_0 . Si può verificare in tutta generalità che il campo di induzione magnetica ruota, seguendo la successione delle tre fasi: dalla 1, attraverso la 2, per giungere alla 3.

Detto in altri termini, dalla relazione trovata appare chiaro che l'estremo del vettore che definisce il campo magnetico è dotato di un moto risultante da quello di due moti armonici di uguale frequenza ed ampiezza, su assi fra loro ortogonali, con fasi differenti di un quarto di periodo; come è noto dalla cinematica, un tale moto risultante è circolare uniforme e, nel caso in esame, ha verso orario e la sua velocità angolare è ω . Il vettore \vec{H} descrive, pertanto, un *campo magnetico rotante*. Si è in tal modo verificato che tre solenoidi con assi formanti una stella simmetrica, percorsi da una terna di correnti equilibrate, danno luogo, nell'origine degli assi, ad un campo magnetico rotante.

È infine del tutto evidente che questa conclusione vale approssimativamente anche per tutti i punti circostanti l'origine e che, se due qualunque delle tre correnti sinusoidali vengono scambiate fra loro, il verso di rotazione del campo magnetico rotante si inverte, mantenendo inalterata la sua intensità. Per dimostrare questo asserto, basta ripetere la procedura ed i calcoli sviluppati in questo paragrafo, scambiando fra loro, ad esempio, gli avvolgimenti 2 e 3.

Campo rotante bifase

Un'ultima osservazione prima di concludere. La relazione appena trovata

$$\vec{H} = H_0[\hat{x} \cos(\omega t) - \hat{y} \sin(\omega t)]$$

suggerisce pure un'altra maniera di realizzare un campo magnetico rotante. Il campo magnetico risultante risulta dalla composizione di due campi, uno diretto secondo l'asse x del riferimento scelto, l'altro diretto come l'opposto dell'asse y .

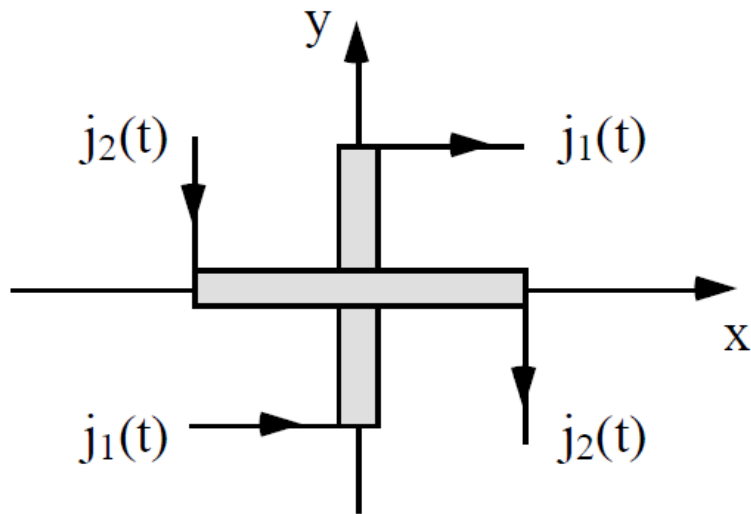


Figura 1.14: campo rotante bifase.

Il moto circolare uniforme può ottenersi dalla composizione di due moti armonici, di uguale pulsazione ed ampiezza, sfasati di $\pi/2$, il primo che si sviluppa lungo un certo asse, l'altro lungo un altro asse ortogonale al primo. Pertanto, è pensabile di utilizzare due spire, alimentate dalle due correnti

$$j_1(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t) , \quad j_2(t) = -I\sqrt{2} \sin(\omega t) = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) ,$$

indicate con la lettera j per non confonderle con le precedenti, la prima che crea un campo di induzione magnetica diretto lungo l'asse x , la seconda che sostiene un campo di induzione magnetica diretto lungo l'asse y (a parte il segno). In questo caso, come mostrato in Figura 1.14, non essendo più sostenuto da un sistema di correnti trifasi, il campo rotante viene detto bifase.

Infine, quanto è stato detto per il campo magnetico rotante, vale anche, con perfetta analogia, per il *campo elettrico rotante*: in tal caso, si devono considerare, anziché due o tre spire ad assi magnetici ortogonali, due o tre condensatori piani

ad assi elettrici ortogonali e sottoposti a tensioni sinusoidali di determinate caratteristiche.

1.7 Riscaldamento delle macchine elettriche

Le varie perdite, che accompagnano la trasformazione di energia che avviene in una macchina elettrica, danno luogo a due effetti negativi: oltre all'impoverimento del flusso di energia, determinano un riscaldamento delle parti ove si manifestano. Le perdite risultano tanto più sostenute, quanto più elevata è la potenza erogata dalla macchina: da ciò segue un limite superiore a tale potenza in rapporto alle caratteristiche costruttive ed al dimensionamento della macchina stessa, non dovendosi mai raggiungere temperature eccessive in corrispondenza delle parti isolanti.

Questa limitazione è dovuta al degradamento delle caratteristiche meccaniche ed isolanti che ogni dielettrico subisce durante il riscaldamento. La vita di un materiale isolante è definita proprio come il periodo di tempo durante il quale le sue caratteristiche permangono superiori ad un limite, al di sotto del quale non può essere più considerato idoneo alla sua funzione. Prove sperimentali mostrano che essa è tanto più breve, quanto più alta è la temperatura, secondo la legge sperimentale

$$\text{vita media degli isolanti} \rightarrow A \exp(B/T),$$

dove A e B sono costanti caratteristiche del materiale e T è la temperatura assoluta di esercizio. Da ciò discende che si potrà tollerare una temperatura di funzionamento elevata, a patto di accettare una vita breve dell'apparecchiatura. Ad esempio, nel caso dei missili propulsori spaziali, la vita richiesta è di pochi minuti e, pertanto, i materiali potranno essere assoggettati ad elevatissime temperature, sempre limitatamente alla loro infiammabilità o passaggio di stato.

Le comuni macchine elettriche sono, invece, destinate a funzionare per decine di anni e tale deve essere la vita richiesta dei materiali isolanti: per questo, le norme *CEI* classificano i materiali isolanti in varie classi, per ognuna delle quali vengono stabiliti i limiti di temperatura ammessi.

La determinazione della temperatura delle diverse parti di una macchina elettrica durante il suo funzionamento è un problema assai complesso, che esula dai limiti imposti in questa trattazione introduttiva. Tuttavia, al fine di discutere alcuni aspetti di principio, si prenda in esame il semplice problema del riscaldamento di un corpo omogeneo, dotato di conducibilità interna molto grande, tanto da poter considerare che tutti i suoi punti siano alla stessa temperatura. Si supponga ancora che all'interno di esso venga dissipata una certa potenza producendo un uguale flusso di calore Q . Se il corpo fosse termicamente isolato dall'ambiente circostante, il flusso Q produrrebbe un innalzamento continuo della temperatura del corpo, detto riscaldamento adiabatico. In un generico intervallo di tempo dt , si può scrivere la seguente equazione di bilancio

$$Q dt = Mc dT ,$$

in cui M rappresenta la massa del corpo, c è la sua capacità termica, dT l'aumento di temperatura nel tempo elementare considerato. Detta allora T_A la temperatura dell'ambiente, temperatura che all'istante iniziale possiede il corpo, integrando la precedente relazione, si otterrebbe

$$T = T_A + \frac{Q}{Mc} t ,$$

cioè una temperatura che aumenta linearmente con il tempo. In pratica, gli scambi con l'ambiente circostante non sono nulli ed una parte del calore prodotto nel corpo viene ceduta all'ambiente esterno: questa cessione di calore è tanto più elevata, quanto più è grande la temperatura del corpo rispetto all'ambiente. Ciò

comporta che, se il flusso Q è costante, si raggiungerà una temperatura T_{MAX} per la quale tutto il calore prodotto viene ceduto all'esterno. In altri termini, il bilancio termico va corretto secondo la relazione

$$Q dt = Mc dT + kS(T - T_A) dt ,$$

dove k è il coefficiente di dispersione termica attraverso la superficie esterna S del corpo in esame. Nella ipotesi di considerare Q costante, l'andamento della temperatura in funzione del tempo è dato dalla relazione esponenziale

$$T = T_A + \frac{Q}{kS} (1 - e^{-t/\tau}) ,$$

avendo introdotto, per brevità, la costante di tempo termica pari a

$$\tau = \frac{Mc}{kS} .$$

La costante termica, che dipende soltanto dalle caratteristiche fisiche e geometriche, caratterizza il comportamento durante i transitori di raffreddamento o di riscaldamento: le variazioni di temperatura sono tanto più rapide, quanto minore è la costante termica. La massima temperatura raggiunta si ottiene, infine, nel limite di tempi molto grandi e vale

$$T_{MAX} = T_A + \frac{Q}{kS} ,$$

come suggerisce la Figura 1.15.

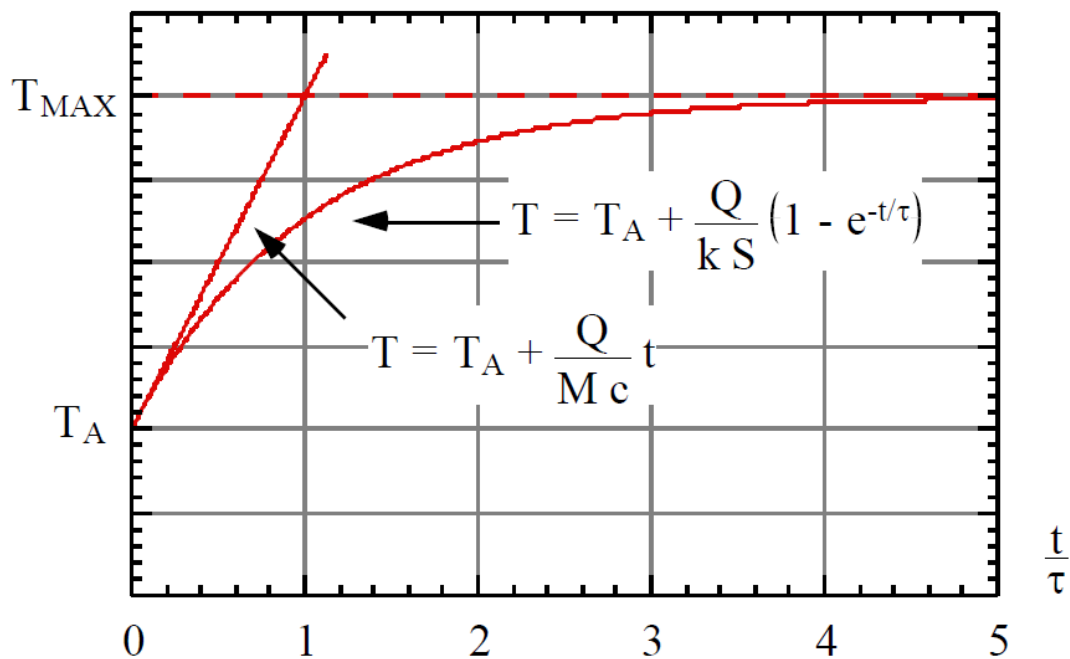


Figura 1.15: transitorio termico di riscaldamento.

Da quanto detto sopra segue che la massima potenza elettrica di una macchina, a parità di qualità di isolamento, dipende dalla temperatura ambiente T_A : tra la temperatura ambiente, la temperatura limite ammessa per l'isolante T_M e la sovratemperatura generica ΔT , vale, in condizioni di regime, la semplice relazione

$$T_M = T_A + \Delta T .$$

Diminuendo, ad esempio, la temperatura ambiente, a parità di isolamento, la sovratemperatura consentita, e con essa le perdite ammissibili, risulta maggiore e, di conseguenza, la macchina può erogare una maggiore potenza. Il contrario accade per un aumento della temperatura ambiente ed in tal caso la macchina eroga una potenza minore.

La relazione precedente suggerisce anche la possibilità di aumentare la potenza elettrica di una macchina seguendo due possibili strategie. La prima consiste nello

smaltimento del calore derivante dalle perdite, ad esempio, mediante una più efficace ventilazione; in tal modo, a parità di tipo di isolamento, la sovratemperatura risulta più bassa e le perdite possono aumentare, fino ad arrivare allo stesso valore limite di temperatura. La seconda consiste nell'adottare un isolamento di migliore qualità, nei riguardi della massima temperatura ammissibile; in questo caso, a parità di temperatura ambiente, la sovratemperatura, e con essa le perdite, possono aumentare.

Proprio in relazione al particolare valore della temperatura raggiunta dall'isolante, una determinata macchina elettrica è caratterizzata dal tipo di servizio; la norma *CEI 2-3*, relativa alle macchine elettriche rotanti, precede nove tipi di servizio, indicati con le sigle da *S1* a *S9*, di cui si illustrano i principali. Durante il *servizio continuo* (*S1*), il più comune, la macchina funziona alla sua potenza nominale, o di targa, per un tempo anche molto lungo, raggiungendo, senza mai oltrepassare, il valore limite di temperatura. Si può ritenere che vi sia servizio continuo anche se si verificano delle lievi oscillazioni di carico, non molto influenti sul comportamento termico della macchina. Durante il *servizio di durata limitata* (*S2*), la macchina funziona per un periodo di tempo convenuto, ad esempio mezz'ora, ma non superiore a cinque volte la costante di tempo di riscaldamento, senza raggiungere il valore limite di temperatura, a cui segue un periodo di riposo, non inferiore a cinque volte la costante di tempo di raffreddamento, con la condizione che l'intervallo fra due successivi periodi di lavoro sia sufficiente affinché la macchina si riporti alla temperatura ambiente, con una tolleranza di 2 °C. Durante il *servizio intermittente* (*S6*) la macchina è sottoposta ciclicamente a periodi di lavoro ed a successivi periodi di riposo, durante i quali non è detto che la temperatura torni ad essere quella ambiente, raggiungendo e non oltrepassando mai il valor massimo di temperatura. Risulta, infine, evidente dalle definizioni date che i valori delle potenze nel servizio di durata limitata e nel servizio intermittente sono più grandi del valore di potenza relativo al servizio continuo.

1.8 La tensione ai capi di un induttore

È noto che, in *condizioni stazionarie*, l'integrale del campo elettrico lungo una generica linea non dipende dalla linea, ma soltanto dai suoi estremi: per questo, a suo tempo, questo integrale venne chiamato differenza di potenziale. Si sa pure che, in condizioni variabili nel tempo, ciò non è più vero e la tensione non può porsi nella forma di una differenza di potenziale. In altri termini, la tensione dipende, oltre che dagli estremi, anche dalla linea che li congiunge. Sotto opportune condizioni, che verranno discusse in questo paragrafo, è possibile introdurre una differenza di potenziale anche se si è in presenza di campi variabili.

Si consideri un avvolgimento di N spire, come potrebbe essere quello schematizzato in Figura 1.16, di estremi A e B , che sia sottoposto ad un campo di induzione magnetica, lentamente variabile nel tempo, $\vec{B}(t)$.

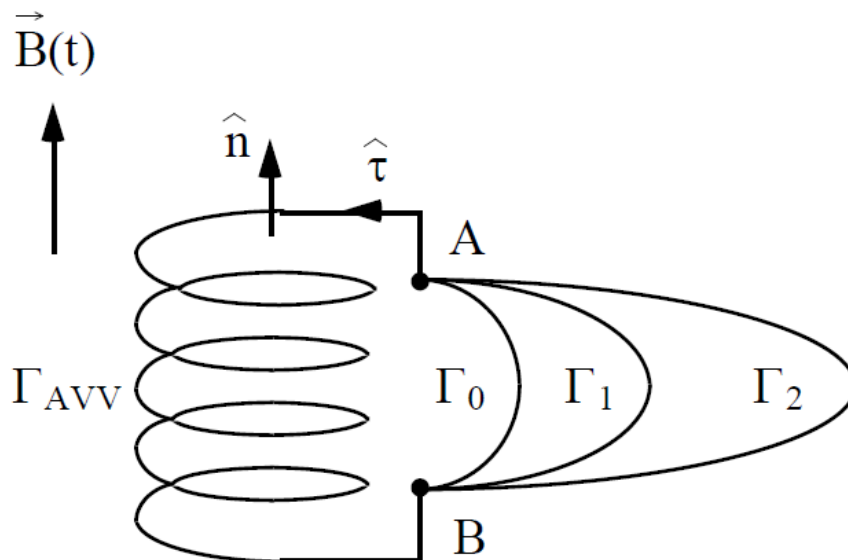


Figura 1.16: avvolgimento in un campo lentamente variabile nel tempo.

L'avverbio *lentamente* ricorda che è possibile trascurare i fenomeni di corrente di spostamento, ma è necessario tenere in conto i fenomeni di induzione

elettromagnetica, e quindi che bisogna scrivere l'equazione di Ampère-Maxwell nella forma semplificata

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \hat{\tau} \, dl = \mu_0 I_{\Gamma},$$

in cui I_{Γ} è la corrente che si concatena con la linea chiusa Γ , descritta dal versore $\hat{\tau}$, avendo trascurato il termine che descrive la corrente di spostamento.

Si applichi la legge di Faraday-Neumann, conosciuta anche come legge della induzione elettromagnetica, alla linea chiusa di Figura 1.16, costituita dall'avvolgimento che rappresenta il solenoide e da un tratto ideale esterno all'avvolgimento, che serve per collegare i morsetti: si desidera dimostrare che, in realtà, nelle ipotesi in cui si sta lavorando, la tensione lungo una generica linea, che colleghi all'esterno dell'avvolgimento i due morsetti, è indipendente dalla linea stessa. Se la linea è scelta opportunamente, contrariamente a quello che ci si poteva aspettare, anche in condizioni variabili nel tempo, purché lentamente, è possibile continuare ad affermare che la tensione ai morsetti dell'avvolgimento è una differenza di potenziale.

Per comprenderne le ragioni, si immagini che i morsetti A e B siano collegati per mezzo di tratti matematici, cioè fittizi, di linea che partono da B e giungono fino ad A , i quali contribuiscono, insieme all'avvolgimento, che è reale, a formare una linea chiusa, che indicheremo con Γ . Questa linea chiusa è, dunque, costituita dall'unione della linea Γ_{AVV} , che rappresenta l'avvolgimento, e dalla linea Γ_0 , Γ_1 oppure Γ_2 , genericamente Γ_k , rappresentante la parte esterna

$$\Gamma = \Gamma_{AVV} + \Gamma_k.$$

La legge dell'induzione elettromagnetica, applicata all'intera linea Γ , impone che la circuitazione del campo elettrico sia pari proprio all'opposto della derivata nel tempo del flusso concatenato con la linea chiusa Γ

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = -\frac{d\Phi_{\Gamma}}{dt}.$$

Il segno meno è legato al fatto che la superficie S_{Γ} , che si appoggia alla linea Γ , si suppone orientata in modo congruente con quello assunto per Γ , rispettando la regola della mano destra. Si noti che Φ_{Γ} rappresenta il flusso del campo magnetico che si concatena con la strana superficie a chiocciola di forma elicoidale che ha la linea chiusa Γ come orlo.

A questo punto, l'integrale di linea presente in questa equazione può essere scomposto in due parti

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = \int_{A-\Gamma_{AVV}-B} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl + \int_{B-\Gamma_k-A} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl.$$

Al secondo membro si deve rispettare il verso di integrazione e ciò comporta che, per il primo addendo, si parta da A , si integri lungo Γ_{AVV} per terminare in B , mentre, per il secondo addendo, si parta da B , si integri nel tratto di linea esterna Γ_k , e poi si giunga nel punto A . Ora, dato che si sta supponendo che l'avvolgimento sia fatto con un *buon conduttore*, la cui resistività ρ , come è noto, tende a zero, per la legge di Ohm alle grandezze specifiche

$$\vec{E} = \rho \vec{j},$$

si capisce che il campo elettrico \vec{E} in ogni punto interno al conduttore, essendo proporzionale alla densità di corrente secondo il coefficiente di resistività, è trascurabile. Quindi, tanto più un conduttore approssima il suo comportamento a quello ideale, tanto più sarà vero che nei punti interni ad esso, il campo elettrico dovrà essere trascurabile. Sotto tale ipotesi, il primo integrale a secondo membro

degli addendi in cui è stata suddivisa la circuitazione del campo elettrico, dato che si sviluppa all'interno del conduttore, sarà trascurabile e l'unico contributo deriva dal cammino all'aperto, che si sviluppa in aria, all'esterno all'avvolgimento

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = \int_{B-\Gamma_k-A} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl.$$

Ritornando alla legge dell'induzione elettromagnetica, avendo stabilito che l'intera circuitazione del campo \vec{E} è pari semplicemente alla tensione del campo elettrico lungo una qualunque linea esterna al conduttore che colleghi i terminali A e B , si può scrivere

$$\int_{B-\Gamma_k-A} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = - \frac{d\Phi_{\Gamma}}{dt}.$$

Nelle condizioni in cui si sta operando, la variazione temporale, cambiata di segno, del flusso concatenato con l'intera linea chiusa Γ è pari alla tensione del campo elettrico lungo una linea generica Γ_k che congiunge *all'esterno* il punto B con il punto A . Inoltre, cambiando il verso di orientazione di Γ_k , cambia anche il segno dell'integrale

$$\int_{A-\Gamma_k-B} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = \frac{d\Phi_{\Gamma}}{dt}.$$

La domanda centrale del discorso è la seguente: cosa succede se si cambia la linea Γ_k che collega i due morsetti A e B ?

Per rispondere a questa domanda, bisogna valutare il flusso del campo di induzione magnetica concatenato con l'intera linea chiusa Γ , che può immaginarsi decomposto in due contributi, Φ_1 e Φ_2

$$\Phi_{\Gamma} = \Phi_1 + \Phi_2 .$$

La parte Φ_1 rappresenta il flusso attraverso la superficie a spirale (se si preferisce, a chiocciola), costituita da N spire, mentre Φ_2 è il flusso attraverso la superficie piana $ABCD$. Si noti, per inciso, che, in Figura 1.17, il verso della normale alla superficie e l'orientamento della linea di contorno rispettano, come d'abitudine, la regola della mano destra.

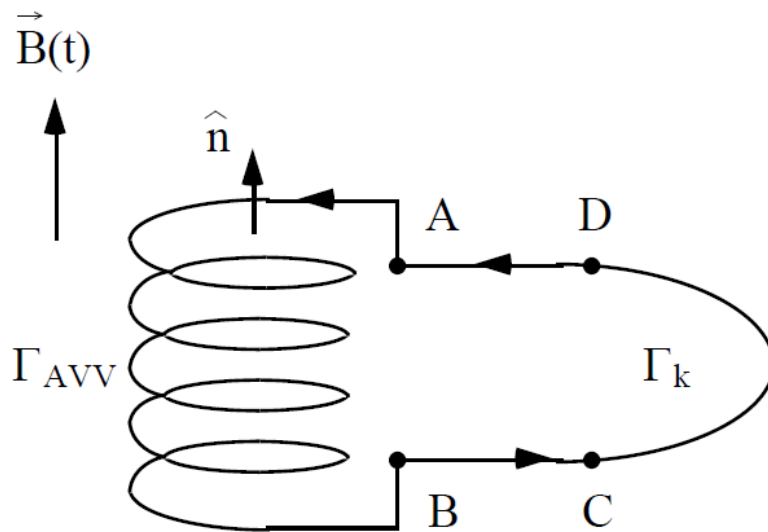


Figura 1.17: calcolo del flusso sulla superficie dell'avvolgimento.

Si valutino, allora, questi due contributi.

Il primo contributo, cioè Φ_1 , sarà pari alla somma di tutti i flussi (φ_k) attraverso le singole spire della superficie a chiocciola

$$\Phi_1 = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N .$$

Risulta facile convincersi che, su spire sottili e fittamente avvolte, gli N flussi φ_k sono tutti uguali tra loro e, pertanto, quest'ultima relazione diventa

$$\Phi_1 = N\varphi .$$

Se poi lungo il piano di una generica spira, rappresentato da solo in Figura 1.18, si assume che il campo di induzione magnetica sia grossomodo uniformemente distribuito e pressoché perpendicolare all'area della superficie, come accade nel caso di un solenoide molto lungo, si può scrivere che il flusso φ relativo alla generica spira vale

$$\varphi \cong BS .$$

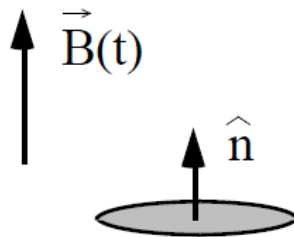


Figura 1.18: flusso sulla generica spira dell'avvolgimento.

Detto ciò, è a questo punto chiaro che il flusso complessivo, relativo all'intera superficie a spirale, con buona approssimazione risulta pari a

$$\Phi_1 \cong NBS .$$

Per quanto vale l'altro contributo Φ_2 , esso può essere valutato come

$$\Phi_2 = BS_{\perp} ,$$

dove S_{\perp} rappresenta l'area della proiezione della superficie mistilinea $ABCD$ sul piano perpendicolare al vettore induzione magnetica, e, come si avrà modo di

discutere a breve, deve avere un valore dello stesso ordine di grandezza dell'area di una singola spira, non potendo, cioè, diventare arbitrariamente grande.

Confrontando i due valori di Φ_1 e Φ_2 , si ottiene

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{NBS}{BS_{\perp}} = N \frac{S}{S_{\perp}}.$$

Quello che è importante osservare è che, se le due superfici S ed S_{\perp} sono dello stesso ordine di grandezza, il rapporto tra i flussi dipende solo dal numero di spire N . Allora, se il numero delle spire è sufficientemente grande, Φ_2 risulterà certamente trascurabile rispetto a Φ_1 ed il flusso totale concatenato con la linea Γ è pressoché uguale al solo flusso relativo alla sola superficie a chiocciola

$$\Phi_{\Gamma} = \Phi_1 + \Phi_2 \cong \Phi_1 \cong NBS.$$

In tal modo il flusso Φ_{Γ} non dipende dalla particolare linea Γ_k adoperata per collegare i morsetti del solenoide. Ricordando che la tensione lungo la linea Γ_k è pari alla derivata nel tempo del flusso di Φ_{Γ} , il quale non dipende dalla particolare linea, non dipenderà dalla linea neppure la sua derivata, che coincide proprio con la tensione ai capi A e B . Si conclude che la tensione del campo elettrico

$$T_{A-\Gamma_k-B} = \int_{A-\Gamma_k-B} \vec{E} \cdot \hat{t} \, dl = T_{AB}$$

non dipende dalla linea Γ_k che congiunge i morsetti A e B e che, nelle ipotesi di un campo di induzione magnetica lentamente variabile nel tempo, questa tensione può essere considerata come una differenza di potenziale, tra il potenziale del morsetto A e quello del morsetto B

$$T_{A-\Gamma_k-B} = T_{AB} = v_A(t) - v_B(t).$$

Ogni volta che si considera un circuito come il precedente, sia esso avvolto in aria o su materiale ferromagnetico, si potrà legittimamente affermare che ai suoi capi si stabilisce una tensione $v(t)$ variabile nel tempo, indipendente dal cammino usato per congiungere i suoi estremi, cioè una differenza di potenziale, pari a

$$v(t) = \frac{d\Phi_\Gamma}{dt} = v_A(t) - v_B(t).$$

Infine, non è difficile convincersi che, anche se cambia il verso della corrente, scegliendo sempre l'orientamento della normale secondo la regola della mano destra applicata alla linea Γ , quest'ultima relazione resta comunque valida.