

Valore efficace di una grandezza oscillante

Consideriamo una corrente variabile nel tempo $i(t)$, la cui espressione è $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$. La corrente oscilla, con ampiezza i_0 e periodo temporale $T = 2\pi/\omega$. In un periodo temporale T possiamo calcolare il valore medio della corrente (indichiamo l'operazione di media temporale con una barra sopra la grandezza), che risulta essere nullo

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = 0$$

Tuttavia, è diverso da zero il valor medio del quadrato della corrente:

$$\overline{i^2} = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{i_0^2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{i_0^2}{2}$$

Potete verificare la validità di quest'ultima uguaglianza usando il fatto che il valor medio su un periodo della funzione $\cos^2 x$ vale $1/2$:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \frac{1}{2}$$

Dal valor medio del quadrato della corrente possiamo definire la corrente efficace

$$i_{eff} = \sqrt{\overline{i^2}} = i_0/\sqrt{2}$$

Data una qualsiasi grandezza oscillante del tipo $V(t) = V_0 \cos \omega t$, potremmo sempre definire in maniera analoga il suo valore efficace come $V_{eff} = V_0/\sqrt{2}$.

Vediamo con l'esempio della corrente elettrica il senso fisico del valore efficace di una grandezza oscillante. Immaginiamo che questa corrente attraversi un resistore di resistenza R e ci domandiamo quanta energia viene dissipata in un periodo. Chiamiamo questa energia U_T . Otteniamo il suo valore dalla seguente relazione

$$U_T = \int_0^T i^2 R dt = \frac{i_0^2 R}{2} T$$

Quanto varrebbe la stessa energia se, invece di una corrente oscillante, ne avessimo una costante pari alla corrente efficace i_{eff} ? Chiamiamo questa energia U'_T , e otteniamo

$$U'_T = \int_0^T i_{eff}^2 R dt = i_{eff}^2 R T$$

Ricordando l'espressione di i_{eff} , potete subito verificare che $U_T = U'_T$. Dal punto di vista dell'energia dissipata in un periodo nel resistore, una corrente oscillante di ampiezza i_0 è equivalente ad una corrente costante pari al valore efficace $i_{eff} = i_0/\sqrt{2}$.