

CAPITOLO 3. IL TRASFORMATORE

PARTE I – TRASFORMATORE MONOFASE

3.1 - INTRODUZIONE

Il **trasformatore** è una macchina statica (senza organi in movimento) che converte potenza (energia) elettrica in potenza (energia) elettrica, modificando i valori di tensione e corrente in uscita rispetto a quelli in ingresso. Il trasformatore effettua la conversione di energia per via elettromagnetica ed il suo funzionamento è basato sulla possibilità di indurre forze elettromotrici (f.e.m.) in circuiti elettrici interessati da *flussi magnetici variabili* nel tempo. In condizioni di funzionamento a regime permanente, il trasformatore può funzionare solo in reti a *corrente alternata*.

Il trasformatore è stato determinante per l'affermazione della trasmissione e distribuzione in corrente alternata rispetto a quella in corrente continua, in quanto consente di 'innalzare' la tensione delle reti di trasporto dell'energia con i conseguenti benefici di riduzione delle perdite Joule (a pari potenza trasmessa e a pari dimensioni dei conduttori) e delle cadute di tensione sulle linee elettriche, e consente poi di 'abbassare' i livelli di tensione in prossimità delle utenze per consentire l'utilizzazione agevole dell'energia elettrica.

Oltre all'utilizzazione nelle reti di trasporto dell'energia, il trasformatore trova impiego in numerose applicazioni in cui è necessario 'adeguare' la tensione ai valori richiesti dalle apparecchiature e dai dispositivi in uso, o in applicazioni in cui è necessario disporre di correnti di determinati valori (vedi ad es. i forni ad arco dove sono richieste correnti elevatissime). Una citazione particolare merita l'impiego dei trasformatori come "riduttori di tensione (T.V.)" o "riduttori di corrente (T.A.)" nei circuiti di misura.

In questa unità didattica vengono trattati principio di funzionamento, modello matematico e caratteristiche di funzionamento del *trasformatore monofase*, composto da un avvolgimento primario ed un avvolgimento secondario entrambi monofase.

3.2 – PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO E MODELLO MATEMATICO AI VALORI ISTANTANEI

Lo schema di principio di un trasformatore monofase è rappresentato in fig.3.1.

Su di un circuito magnetico sono disposti due avvolgimenti elettrici, di forma solenoidale, aventi rispettivamente N_1 e N_2 spire in serie. L'avvolgimento che è collegato alla rete che fornisce energia è detto "primario"; l'altro è detto "secondario". [Dal punto di vista costruttivo in un trasformatore esiste un

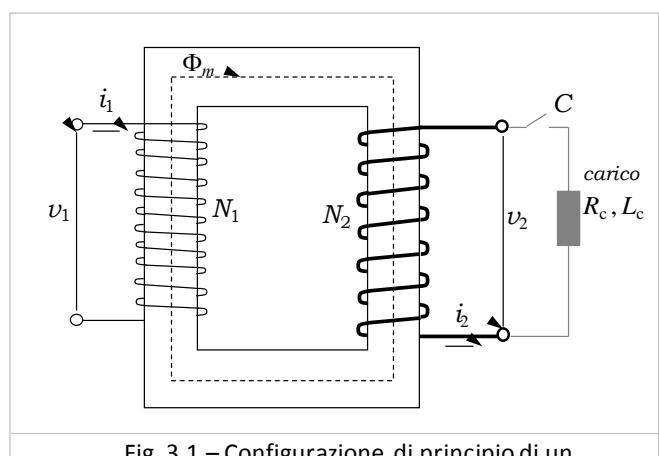


Fig. 3.1 – Configurazione di principio di un trasformatore monofase

avvolgimento a tensione nominale maggiore ed uno a tensione minore; di volta in volta, diventa *primario* l'avvolgimento che è connesso alla linea da cui si preleva l'energia e *secondario* quello che fornisce energia al carico; quindi può essere primario indifferentemente uno dei due avvolgimenti].

In fig.3.1 il primario è collegato ad una rete elettrica a tensione $v_1(t)$, ha N_1 spire ed è attraversato dalla corrente $i_1(t)$. L'avvolgimento secondario può essere “*a vuoto*” (interruttore C aperto, come in figura) o può alimentare un carico (interruttore C chiuso); in quest'ultimo caso sarà attraversato dalla corrente $i_2(t)$ e presenterà ai suoi morsetti una tensione $v_2(t)$.

Nel seguito le grandezze variabili nel tempo saranno indicate più sinteticamente con v_1 , i_1 , v_2 , i_2 .

Ci si riferisce inizialmente al caso del trasformatore ideale, per il quale sono introdotte le seguenti ipotesi semplificative (analoghe a quelle introdotte all'inizio del cap.2):

- ⌚ perdite per isteresi e per correnti parassite nulle nel nucleo magnetico;
- ⌚ caratteristica del circuito magnetico [curva $\Phi=f(Ni)$] lineare, nel campo di interesse;
- ⌚ il flusso magnetico generato dalla f.m.m. $N_1 i_1$ e dalla f.m.m. $N_2 i_2$ è presente solo nel circuito magnetico considerato e si concatena completamente con le N_1 spire del primario e le N_2 spire del secondario; si dice che l'accoppiamento magnetico dei due avvolgimenti è perfetto;
- ⌚ tutte le linee di forza del campo magnetico sono della stessa lunghezza, pari alla lunghezza media l_m ;
- ⌚ il principio di sovrapposizione degli effetti può essere applicato, perché i circuiti elettrici e magnetici sono assunti lineari.

Funzionamento a vuoto

Si consideri inizialmente il caso di *funzionamento a vuoto* (secondario aperto). La corrente i_1 nelle N_1 spire del primario genera un flusso Φ_{m1} , tale che (cfr. eq. 2.13):

$$N_1 i_1 = \mathfrak{R} \Phi_{m1} \quad (3.1)$$

In cui \mathfrak{R} è la riluttanza dell'intero circuito magnetico. Il flusso Φ_{m1} si concatena con entrambi gli avvolgimenti, inducendo in essi le f.e.m.; se i due avvolgimenti sono avvolti nello stesso senso rispetto al concatenamento del flusso Φ_{m1} , le e_1 e e_2 sono rispettivamente espresse da:

$$e_1 = - N_1 \frac{d\Phi_{m1}}{dt} \quad ; \quad e_2 = - N_2 \frac{d\Phi_{m1}}{dt} \quad (3.2)$$

Si deduce immediatamente che il rapporto delle f.e.m. indotte è istante per istante costante e pari al rapporto spire r_t , cioè:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = r_t$$

(3.3)

L'equazione di equilibrio elettrico (2^a legge di Kirchhoff) all'unico circuito energizzato è:

$$v_1 + e_1 = R_1 i_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\Phi_{m1}}{dt} \quad (3.4)$$

Se si definisce il coefficiente di autoinduzione dell'avvolgimento 1 come:

$$L_{1,1} = \frac{N_1 \Phi_{m1}}{i_1}, \quad (3.5)$$

l'equazione (3.4) diviene: $v_1 = R_1 i_1 + L_{1,1} \frac{di_1}{dt}$.

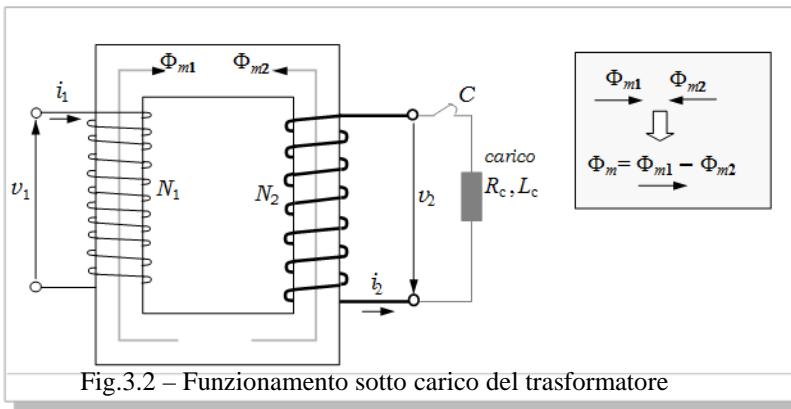
Analogamente, definendo il coefficiente di mutua induzione tra l'avvolgimento 1 e 2 come:

$$L_{1,2} = \frac{N_2 \Phi_{m1}}{i_1}, \quad (3.6)$$

la tensione ai morsetti del secondario può essere espressa da: $v_{20} = -e_2 = N_2 \frac{d\Phi_{m1}}{dt} = L_{1,2} \frac{di_1}{dt}$.

Funzionamento a carico

Se il circuito secondario viene chiuso su un carico (interruttore C chiuso in fig.3.2), in



esso circola una corrente i_2 ; la conseguente f.m.m. $N_2 i_2$ genera il flusso Φ_{2m} , che si sovrappone al flusso del primario. Se assumiamo i versi in fig.3.2, si ha che il flusso risultante nel nucleo magnetico è esprimibile come:

$$\Phi_m = \Phi_{m1} - \Phi_{m2} \quad (3.7)$$

Siccome tale flusso varia nel tempo, induce nei due avvolgimenti le f.e.m.:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi_m}{dt} \quad ; \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (3.8)$$

e, quindi, continua a valere l'uguaglianza (3.3) tra il rapporto spire e il rapporto delle tensioni indotte. I segni di e_1, e_2 nella (3.8) sono concordi se i sensi di avvolgimento del primario e del secondario sono assunti come in fig. 3.2 e come indicato al paragrafo precedente.

Assumendo i versi delle correnti come in fig. 3.2, le equazioni di equilibrio elettrico al circuito primario e secondario si scrivono:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\Phi_m}{dt} = R_1 i_1 + N_1 \frac{d(\Phi_{m1} - \Phi_{m2})}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d\Phi_m}{dt} = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d(\Phi_{m1} - \Phi_{m2})}{dt} \end{cases} \quad (3.9)$$

Oltre alle induttanze $L_{1,1}$ e $L_{1,2}$ definite dalle (3.5) e (3.6), si possono definire i coefficienti:

$$L_{2,1} = \frac{N_1 \Phi_{m2}}{i_2} \quad ; \quad L_{2,2} = \frac{N_2 \Phi_{m2}}{i_2} \quad (3.10)$$

Sostituendo le (3.5),(3.6) e (3.10) nel sistema (3.9), si ha:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_{1,1} \frac{di_1}{dt} - L_{2,1} \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + L_{1,2} \frac{di_1}{dt} - L_{2,2} \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (3.11)$$

Il set di equazioni (3.11) rappresenta il *modello matematico* del trasformatore monofase ideale, con ferro lineare e privo di perdite e in assenza di dispersione. In esso i coefficienti di auto e mutua induzione possono anche esprimersi come (cfr. cap.2):

$$L_{1,1} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad ; \quad L_{1,2} = L_{2,1} = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} \quad ; \quad L_{2,2} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}} \quad (3.12)$$

con \mathfrak{R} riluttanza complessiva del circuito magnetico.

Dalla (3.7), inoltre, si ricava che:

$$\mathfrak{R} \Phi_{m1} - \mathfrak{R} \Phi_{m2} = \mathfrak{R} \Phi_m \rightarrow N_1 i_1 - N_2 i_2 = \mathfrak{R} \Phi_m \rightarrow [N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_{\mu 1}] \quad (3.13)$$

dove $i_{\mu 1}$ rappresenta la corrente che, circolando nelle N_1 spire, a secondario aperto, genera nel nucleo magnetico lo stesso flusso Φ_m che è generato dalle due f.m.m. $N_1 i_1$ e $N_2 i_2$ contemporaneamente agenti. La corrente $i_{\mu 1}$ è detta **corrente magnetizzante**.

Flusso di dispersione

Se si rimuove l'ipotesi di perfetto accoppiamento magnetico tra l'avvolgimento primario e secondario e si tiene conto, invece, che vi è un'aliquota del flusso complessivo Φ_1 generato dall'avvolgimento 1 che non si concatena con l'avvolgimento 2 (e viceversa per il flusso Φ_2), si può immaginare di suddividere il flusso generato da ciascun avvolgimento in due aliquote (cfr. fig.3.3) :

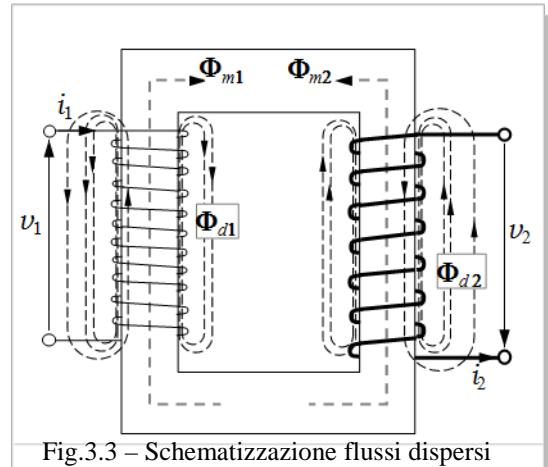


Fig.3.3 – Schematizzazione flussi dispersi

- a) *flusso di mutua* \equiv flusso che, generato da un avvolgimento, si concatena completamente con l'altro avvolgimento;
- b) *flusso di dispersione* \equiv flusso che, generato da un avvolgimento, non si concatena completamente con l'altro avvolgimento

[Le definizioni di flusso di mutua e di dispersione sono semplificate, per una più semplice comprensione]

Si può allora scrivere:

$$\Phi_1 = \Phi_{m1} + \Phi_{d1} \quad ; \quad \Phi_2 = \Phi_{m2} + \Phi_{d2} \quad (3.14)$$

Ai flussi di dispersione Φ_{d1} e Φ_{d2} del primario e del secondario si possono associare le induttanze seguenti, denominate induttanze di dispersione:

$$\boxed{L_{d,1} = \frac{N_1 \Phi_{d1}}{i_1} \quad ; \quad L_{d,2} = \frac{N_2 \Phi_{d2}}{i_2}} \quad (3.15)$$

Modello matematico ai valori istantanei

Con le posizioni (3.15) le equazioni (3.11) divengono:

$$\boxed{\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_{d,1} \frac{di_1}{dt} + L_{1,1} \frac{di_1}{dt} - L_{2,1} \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 - L_{d,2} \frac{di_2}{dt} - L_{2,2} \frac{di_2}{dt} + L_{1,2} \frac{di_1}{dt} \end{cases}} \quad (3.16)$$

Dalla fig.3.2 si deduce che la tensione v_2 ai morsetti del secondario è esprimibile in funzione dei parametri del carico e della corrente v_2 . Supponendo un carico di natura ohmico-induttiva con resistenza R_c ed induttanza L_c , si ha:

$$v_2 = R_c i_2 + L_c \frac{di_2}{dt} \quad (3.17)$$

Il set di equazioni (3.16) (con la posizione 3.17) rappresenta il *modello matematico ai valori istantanei del trasformatore monofase*, portando in conto i flussi di dispersione, ma considerando il ferro lineare e privo di perdite.

3.3 – MODELLO MATEMATICO E CIRCUITO EQUIVALENTE IN REGIME PERMANENTE SINUSOIDALE

3.3a - *Modello matematico*

Se il trasformatore è alimentato da una tensione v_1 sinusoidale, avendo assunto il circuito lineare, si ha che la condizione di regime permanente è caratterizzata dal fatto che tutte le altre grandezze in gioco sono sinusoidali. Ciò si può anche ottenere risolvendo il sistema di equazioni differenziali (3.16) per $t \rightarrow \infty$, con forzamento sinusoidale.

Assumendo:

$$v_1 = \sqrt{2} V_1 \cos(\omega t - \psi_1) = \sqrt{2} \Re \{ V_1 e^{-j\psi_1} e^{j\omega t} \} = \sqrt{2} \Re \{ \mathbf{V}_1 e^{j\omega t} \} \quad (3.18)$$

con : $\mathbf{V}_1 = V_1 e^{-j\psi_1}$

analoghe espressioni si ottengono per le altre grandezze:

$$\begin{aligned}
 v_2 &= \sqrt{2} V_2 \cos(\omega t - \psi_2) = \sqrt{2} \Re e \left\{ \mathbf{V}_2 e^{j\omega t} \right\} & \text{con: } \mathbf{V}_2 &= V_2 e^{-j\psi_2} \\
 i_1 &= \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t - \varphi_1) = \sqrt{2} \Re e \left\{ \mathbf{I}_1 e^{j\omega t} \right\} & \text{con: } \mathbf{I}_1 &= I_1 e^{-j\varphi_1} \\
 i_2 &= \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t - \varphi_2) = \sqrt{2} \Re e \left\{ \mathbf{I}_2 e^{j\omega t} \right\} & \text{con: } \mathbf{I}_2 &= I_2 e^{-j\varphi_2} \\
 e_1 &= \sqrt{2} E_1 \cos(\omega t - \alpha_1) = \sqrt{2} \Re e \left\{ \mathbf{E}_1 e^{j\omega t} \right\} & \text{con: } \mathbf{E}_1 &= E_1 e^{-j\alpha_1} \\
 e_2 &= \sqrt{2} E_2 \cos(\omega t - \alpha_2) = \sqrt{2} \Re e \left\{ \mathbf{E}_2 e^{j\omega t} \right\} & \text{con: } \mathbf{E}_2 &= E_2 e^{-j\alpha_2}
 \end{aligned} \tag{3.18'}$$

Sostituendo le (3.18) e (3.18') nel set di equazioni (3.16) si ottiene:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = (R_1 + j\omega L_{d,1})\mathbf{I}_1 + j\omega L_{1,1}\mathbf{I}_1 - j\omega L_{2,1}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 = -(R_2 + j\omega L_{d,2})\mathbf{I}_2 - j\omega L_{2,2}\mathbf{I}_2 + j\omega L_{1,2}\mathbf{I}_1 \end{cases} \tag{3.19}$$

$$\text{Le (3.13) a regime divengono: } N_1 \mathbf{I}_1 - N_2 \mathbf{I}_2 = N_1 \mathbf{I}_{\mu 1} \tag{3.20}$$

Le equazioni (3.19) e (3.20) rappresentano il modello *matematico del trasformatore in regime sinusoidale*.

3.3b – *Riporti delle grandezze*

Al fine di trovare una rete equivalente che rappresenti il sistema di equazioni (3.19), è necessario effettuare alcune manipolazioni. Introducendo le seguenti posizioni:

$$\mathbf{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1} \mathbf{I}_2 \quad ; \quad \mathbf{V}'_2 = \frac{N_1}{N_2} \mathbf{V}_2 \tag{3.21}$$

l'equazione (3.20) si semplifica in:

$$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}'_2 = \mathbf{I}_{\mu 1} \tag{3.22}$$

e le equazioni (3.19) divengono:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = (R_1 + j\omega L_{d,1})\mathbf{I}_1 + j\omega L_{1,1}\mathbf{I}_1 - j\omega L_{2,1} \frac{N_1}{N_2} \mathbf{I}'_2 \\ \mathbf{V}'_2 = -(R_2 + j\omega L_{d,2})\frac{N_1}{N_2} \mathbf{I}'_2 + j\omega L_{1,2}\mathbf{I}_1 - j\omega L_{2,2} \frac{N_1}{N_2} \mathbf{I}'_2 \end{cases} \tag{3.23}$$

Tenendo conto delle espressioni dei coefficienti di auto e mutua induzione (3.12), le equazioni (3.23) divengono:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = (R_1 + j\omega L_{d,1})\mathbf{I}_1 + j\omega L_{1,1}\mathbf{I}_1 - j\omega L_{1,1}\mathbf{I}'_2 \\ \mathbf{V}'_2 = -(R_2 + j\omega L_{d,2})\mathbf{I}'_2 + j\omega L_{1,1}\mathbf{I}_1 - j\omega L_{1,1}\mathbf{I}'_2 \end{cases} \tag{3.24}$$

nelle quali si è posto:

$$\dot{R}_2 = \frac{N_1^2}{N_2^2} R_2 \quad ; \quad \dot{L}_{d2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} L_{d2} \quad (3.25)$$

Le quantità con apice <'> definite dalle (3.21) e (3.25) sono dette “*grandezze secondarie riportate al primario*”. Il loro significato fisico verrà spiegato più avanti.

Se, per semplicità di espressione, indichiamo l’induttanza di mutua (o induttanza di magnetizzazione) con $L_{1,1} = L_m$, le equazioni (3.24) divengono:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = (R_1 + j\omega L_{d,1})\mathbf{I}_1 + j\omega L_m(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2') = (R_1 + jX_{d,1})\mathbf{I}_1 + jX_m(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2') \\ \mathbf{V}_2' = -(R_2' + j\omega L_{d,2})\mathbf{I}_2' + j\omega L_m(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2') = -(R_2' + jX_{d,2})\mathbf{I}_2' + jX_m(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2') \end{cases} \quad 3.26)$$

Tale set di equazioni rappresenta il *modello matematico del trasformatore monofase in regime sinusoidale a pulsazione ω con grandezze riportate al primario*. In esso si è posto:

$$X_{d1} = \omega L_{d1} \quad ; \quad X_{d2}' = \omega L_{d2}' \quad ; \quad X_m = \omega L_m \quad (3.27)$$

In maniera duale si può effettuare il “*riporto al secondario*” di tutte le grandezze. Si ha:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1'' = \frac{N_1}{N_2} \mathbf{I}_1 \quad ; \quad \mathbf{V}_1'' = \frac{N_2}{N_1} \mathbf{V}_1 \quad ; \quad R_1'' = \frac{N_1^2}{N_2^2} R_1 \quad ; \quad L_{d1}'' = \frac{N_1^2}{N_2^2} L_{d1} \quad ; \quad L_m'' = L_{2,2} \\ \mathbf{V}_1'' = (R_1'' + jX_{d,1}'')\mathbf{I}_1'' + jX_m''(\mathbf{I}_1'' - \mathbf{I}_2) \\ \mathbf{V}_2 = -(R_2 + jX_{d,2})\mathbf{I}_2 + jX_m''(\mathbf{I}_1'' - \mathbf{I}_2) \end{cases} \quad (3.28)$$

Tale set di equazioni rappresenta il *modello matematico del trasformatore monofase in regime sinusoidale a pulsazione ω con grandezze riportate al secondario*. In esso si è posto:

$$X_{d1}'' = \omega L_{d1}'' \quad ; \quad X_m'' = \omega L_m'' \quad ; \quad X_{d2}'' = \omega L_{d2}$$

3.3c – Circuito equivalente

Il set di equazioni (3.26) può essere semplicemente interpretato dal *circuito equivalente* di fig.3.4.

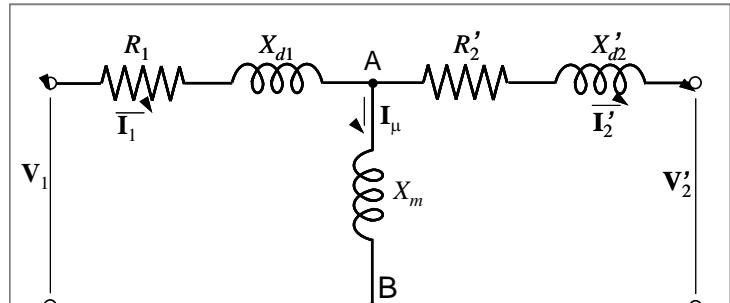


Fig.3.4 – Circuito equivalente con grandezze riportate al primario

Esso è composto da due maglie galvanicamente connesse, quando nella realtà non vi è collegamento fisico tra primario e secondario ma solo accoppiamento magnetico. Ad esempio, i nodi A e B del circuito in fig. 3.4 non trovano riscontro nella realtà del trasformatore. Il circuito è allora “equivalente” nel senso che, essendo la traduzione grafica del modello matematico (3.26) del trasformatore in regime sinusoidale, attraverso di esso si possono determinare tutte le grandezze di interesse del trasformatore nelle diverse condizioni di funzionamento, congruentemente con le ipotesi introdotte. Il circuito equivalente può anche essere utilizzato per rappresentare il trasformatore monofase –visto come doppio bipolo-all’interno di una rete più complessa (nel trattamento delle reti elettriche di trasmissione e di distribuzione dell’energia è tipico effettuare delle rappresentazioni circuituali in cui tutte le grandezze sono riportate alla stessa tensione).

Prima di esaminare le grandezze determinabili attraverso il circuito equivalente, è necessario ricordare che una delle ipotesi semplificative alla base del modello matematico consiste nell’aver trascurato le perdite nel ferro P_{Fe} . Per tale motivo, il circuito equivalente non può restituire un corretto bilancio energetico ingresso-uscita rispetto al caso reale. Siccome è complesso mettere a punto un modello matematico che tenga conto anche delle perdite nel ferro, si preferisce agire “empiricamente” introducendo nel solo circuito equivalente una resistenza R_0 (non ha corrispondenza nel modello dato dalle eq.3.26), in derivazione tra i punti A e B del circuito (cfr. fig.3.5), di valore tale che la potenza dissipata in essa per

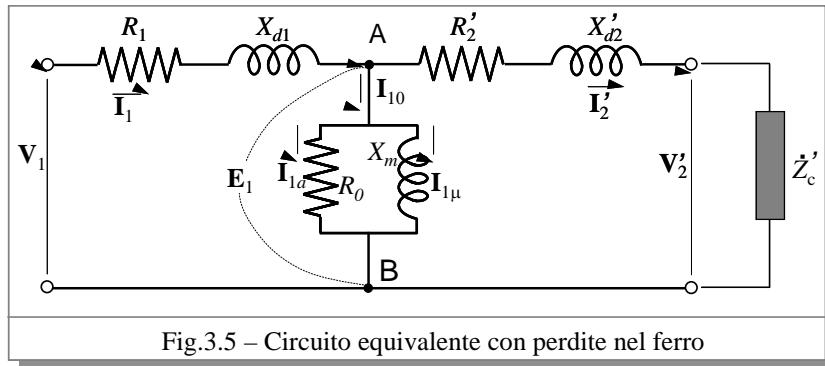


Fig.3.5 – Circuito equivalente con perdite nel ferro

effetto Joule nel circuito equivalga alle perdite nel ferro per isteresi e per correnti parassite nel trasformatore effettivo:

$$P_{Fe} = P_{R_0} = \frac{E_1^2}{R_0} \quad \text{con: } E_1 = V_{AB}$$

Il parallelo tra la resistenza R_0 e la reattanza di mutua (o reattanza di magnetizzazione) X_m è detto anche “cappio parallelo”; esso deriva una corrente $\mathbf{I}_{1,0}$ pari alla somma della corrente “magnetizzante” $\mathbf{I}_{1\mu}$ (in quadratura rispetto alla tensione indotta \mathbf{E}_1) e della corrente “attiva” \mathbf{I}_{1a} , in fase con la \mathbf{E}_1 , che deve sostenere le perdite nel ferro.

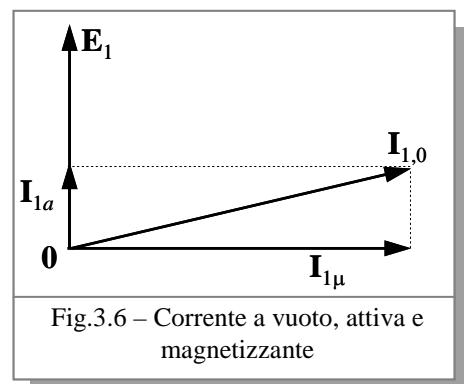


Fig.3.6 – Corrente a vuoto, attiva e magnetizzante

Nota la tensione applicata \mathbf{V}_1 ed i parametri elettrici del trasformatore ($R_1, X_{d1}, R_2, X_{d2}, R_0, X_m$), dal circuito equivalente si possono ricavare le seguenti quantità:

a) la *corrente primaria*:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\dot{Z}_{eq}} \quad \text{con: } \dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + \frac{\dot{Z}_m(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_c)}{\dot{Z}_m + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_c} \quad (3.29)$$

$$\dot{Z}_1 = R_1 + j X_{d1} \quad ; \quad \dot{Z}_2 = R_2 + j X_{d2} \quad ; \quad \dot{Z}_m = \frac{j R_0 X_m}{R_0 + j X_m}$$

con \dot{Z}_c impedenza del carico riportata al primario;

b) la *tensione indotta primaria e secondaria* (riportata al primario):

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{V}_1 - (R_1 + j X_{d1}) \mathbf{I}_1 \quad ; \quad \mathbf{E}_2' = \mathbf{E}_1 \quad ; \quad (3.30)$$

c) la *corrente secondaria* (riportata al primario):

$$\mathbf{I}_2' = \frac{\mathbf{E}_1}{(R_2 + j X_{d2}) + \dot{Z}_c} \quad \rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = r_t \mathbf{I}_2' \quad \text{con: } r_t = \frac{N_1}{N_2} \quad ; \quad (3.31)$$

d) la *tensione secondaria* (riportata al primario):

$$\mathbf{V}_2' = \mathbf{V}_1 - \dot{Z}_1 \mathbf{I}_1 - \dot{Z}_2 \mathbf{I}_2' \quad \text{con: } \mathbf{V}_2' = r_t \mathbf{V}_2$$

la \mathbf{V}_2' (tensione secondaria riportata al primario) è diversa dalla \mathbf{V}_1 sia in modulo, sia in fase; la differenza $\Delta \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2' = \dot{Z}_1 \mathbf{I}_1 + \dot{Z}_2 \mathbf{I}_2' = (R_1 + R_2) \mathbf{I}_1 + j(X_{d1} + X_{d2}) \mathbf{I}_2'$ è dipendente dalla corrente di carico;

e) la *corrente magnetizzante*, la *corrente a vuoto* $\mathbf{I}_{1,0}$ e la *componente attiva della $\mathbf{I}_{1,0}$* :

$$\mathbf{I}_{1\mu} = \frac{\mathbf{E}_1}{j X_m} \quad ; \quad \mathbf{I}_{1a} = \frac{\mathbf{E}_1}{R_0} \quad \rightarrow \quad \mathbf{I}_{1,0} = \mathbf{I}_{1\mu} + \mathbf{I}_{1a} \quad ; \quad (3.32)$$

f) il *flusso di mutua*:

$$\Phi_m = L_m \mathbf{I}_{1\mu} = \frac{\mathbf{E}_1}{j\omega} \quad ; \quad (3.33)$$

g) il *flusso di dispersione primario e secondario* (riportato al primario):

$$\Phi_{d1} = L_{d1} \mathbf{I}_1 \quad ; \quad \Phi_{d2}' = L_{d2}' \mathbf{I}_2' \quad ; \quad (3.34)$$

h) le *perdite Joule*:

$$P_j = R_1 I_1^2 + R_2 I_2'^2 \quad ; \quad (3.35)$$

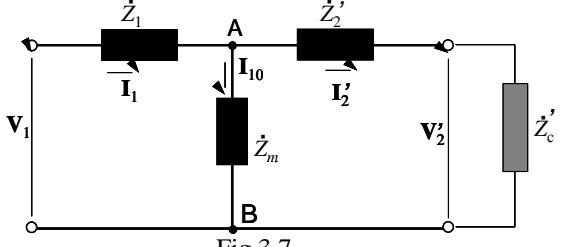


Fig.3.7

i) le *perdite nel ferro*:

$$P_{Fe} = \frac{E_1^2}{R_0} = R_0 I_a^2;$$

l) la *corrente di corto circuito permanente* (quando $\dot{Z}_{cc,1} = 0$):

$$\mathbf{I}_{cc1} = \frac{\mathbf{V}_1}{\dot{Z}_{cc,1}} \quad \text{con} \quad \dot{Z}_{cc,1} = \dot{Z}_1 + \frac{\dot{Z}_m \dot{Z}_2'}{\dot{Z}_m + \dot{Z}_2'} ; \quad (3.36)$$

la quantità $\dot{Z}_{cc,1}$ è detta *impedenza di corto circuito* o *impedenza interna* del trasformatore;

m) la “*tensione di corto circuito*”, definita come la tensione in grado di far circolare la corrente nominale, quando il secondario è in corto circuito:

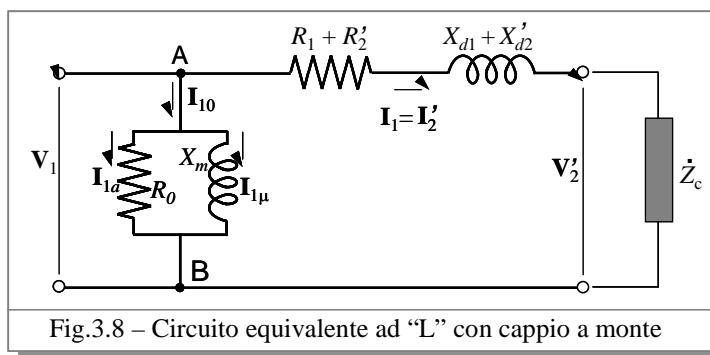
$$\mathbf{V}_{cc1} = \dot{Z}_{cc,1} \mathbf{I}_{n,1} . \quad (3.37)$$

3.3d – Circuito equivalente semplificato

Il circuito equivalente di fig.3.5, detto *circuito a “T”*, è relativamente semplice e permette di calcolare tutte le grandezze su indicate mediante relazioni algebriche con variabili complesse. E’ comunque tradizione riferirsi ad un circuito ancora più semplice, detto *circuito ad “L”*, che ha il pregio di consentire una più rapida determinazione delle grandezze di interesse e di poter far ricorso a semplici prove di laboratorio per la individuazione dei parametri elettrici. Il circuito equivalente ad “L” è rappresentato in fig.3.8; esso è stato ottenuto ‘spostando’ il “cappio” a monte dell’impedenza del primario. Questa operazione consente di ottenere una sola maglia, ma non è legata al modello matematico; la considerazione alla base di questa semplificazione è che i parametri interni del trasformatore sono tali che la caduta sul primario $(R_1 + jX_{d1})\mathbf{I}_1 = \dot{Z}_1 \mathbf{I}_1$ è piccola rispetto alla tensione applicata. Ciò comporta che, in genere, nel trasformatore effettivo si verifica:

$$\mathbf{V}_1 \simeq \mathbf{E}_1$$

Nel circuito a “L”, invece, si ha proprio coincidenza tra \mathbf{V}_1 ed \mathbf{E}_1 .



In definitiva, cioè, il circuito di fig.3.8 comporta degli errori di valutazione delle grandezze ‘abbastanza’ contenuti, frequentemente accettabili, almeno per i trasformatori di

media-grande potenza per i quali la caduta sul primario è molto piccola in relativo alla tensione applicata.

3.4 – CONSIDERAZIONI E RELAZIONI DI UTILITÀ

Vengono riassunte le principali caratteristiche di funzionamento del trasformatore monofase e vengono fornite alcune definizioni di interesse.

3.4a –*Dati nominali*

I dati nominali di interesse in questa sede sono:

- ⌚ **Potenza nominale P_n :** è la potenza apparente espressa in VA o nei suoi multipli (kVA e MVA). Non è la potenza “normale” di funzionamento, ma la potenza che si ottiene in corrispondenza della *tensione nominale* e della *corrente nominale*, e rappresenta la massima potenza apparente alla quale il trasformatore può lavorare in regime continuativo (cioè per un tempo infinitamente lungo) senza che la sua “vita attesa” sia ridotta.
- ⌚ **Frequenza nominale f :** è la normale frequenza di funzionamento; tutti gli altri dati nominali si riferiscono a tale frequenza, per cui il trasformatore va collegato su una rete ad uguale frequenza nominale (in realtà, almeno nelle reti di potenza, le frequenze nominali assumono solo i due valori di $50\ Hz$ in Europa e in numerosi altri stati, e $60\ Hz$ negli USA, in numerosi altri paesi e a bordo delle navi; per la distribuzione dell’energia a bordo degli aerei, si utilizza in genere la frequenza di $400\ Hz$; in applicazioni di minore potenza si possono avere frequenze dell’ordine del kHz o delle decine di kHz ; negli ultimi tempi si stanno studiando trasformatori di potenza funzionanti a qualche kHz).
- ⌚ **Tensioni nominali primaria e secondaria V_{n1} e V_{n2} :** rappresentano i massimi valori di tensione ai quali il trasformatore può lavorare in regime continuativo senza alterare le caratteristiche dielettriche dei materiali isolanti utilizzati (che rappresentano i materiali più ‘delicati’ del trasformatore e responsabili della durata di vita del trasformatore stesso); in realtà è opportuno collegare il primario del trasformatore ad una rete con la stessa tensione nominale, e il secondario a carichi aventi tensione nominale pari a quella del secondario del trasformatore; quindi almeno la tensione nominale primaria rappresenta di fatto la ‘normale’ tensione di funzionamento. Essendo i valori nominali di tensione legati a quelli delle reti elettriche e dei carichi, le tensioni nominali assumono valori standardizzati (ad es. $230\ V$, $48\ V$, $24\ V$, ...). Vi è da rilevare che la tensione nominale di una linea elettrica di distribuzione potrebbe non essere pari alla tensione di esercizio (es. tensione di esercizio $20\ kV$, tensione nominale $24\ kV$; in tal caso il trasformatore corretto deve avere una tensione nominale riportata in targa di $20\ kV$, alla quale è calcolata la potenza apparente nominale, e deve essere costruito per reggere anche i $24\ kV$, magari non in regime continuativo; le norme specifiche regolano i casi particolari) :
- ⌚ **Correnti nominali primaria e secondaria I_{n1} e I_{n2} :** a differenza delle tensioni, non assumono valori standardizzati e rappresentano i massimi valori di corrente che possono interessare il primario ed il secondario in regime continuativo senza che il riscaldamento danneggi l’isolante, riducendo la vita attesa del trasformatore. Le correnti nominali sono, quindi, legate all’aspetto termico; in genere il dimensionamento dei trasformatori è tale che problemi di sforzi elettrodinamici insorgono per valori di corrente più elevati rispetto a quelli che causano riscaldamenti indesiderati.

3.4b – Rapporto di trasformazione di tensioni e correnti

Dalla relazione (3.22): $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2' = \mathbf{I}_{\mu 1}$, considerando che la corrente magnetizzante $\mathbf{I}_{\mu 1}$ è in modulo piccola in relativo alla corrente primaria, cioè: $|\mathbf{I}_{\mu 1}| \ll |\mathbf{I}_1|$, si ha:

$$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2' \approx 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{I}_1 \approx \mathbf{I}_2' \quad (3.38)$$

La corrente primaria è, cioè, quasi uguale alla secondaria riportata, oppure si può scrivere:

$$\mathbf{I}_1 \approx \frac{N_2}{N_1} \mathbf{I}_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} \approx \frac{1}{r_t} \quad (3.39)$$

La (3.39) dice che le correnti primaria e secondaria stanno tra loro come il reciproco del rapporto spire r_t . Ovviamente la (3.39) è tanto più vera quanto più le correnti I_1 e I_2 sono elevate, in quanto in relativo il peso della corrente magnetizzante è maggiormente trascurabile. [D'altra parte proprio l'ipotesi semplificativa espressa dalla (3.38) ha ispirato la possibilità di considerare il circuito ad “L” rispetto a quello a “T”, più complesso ma più fedele alla realtà].

Dal circuito equivalente si deduce che la tensione primaria \mathbf{V}_1 differisce dalla tensione indotta \mathbf{E}_1 per la caduta di tensione sul primario (che è pari a pochi punti percentuali della tensione primaria), cioè $\mathbf{V}_1 \approx \mathbf{E}_1$; analogamente la \mathbf{V}_2' dista dalla \mathbf{E}_1 della caduta di tensione sul secondario, anch'essa di entità spesso trascurabile, cioè: $\mathbf{V}_2' \approx \mathbf{E}_1$. Di conseguenza si ha:

$$\mathbf{V}_1 \approx \mathbf{V}_2' \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{V_1}{V_2'} \approx \frac{N_1}{N_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2'} \approx r_t \quad ; \quad (3.40)$$

Il rapporto delle ampiezze delle tensioni è, cioè, sostanzialmente pari al rapporto spire. La relazione (3.40) è tanto più vera quanto più si è vicini alla condizione di funzionamento a vuoto.

3.4c – Tensione di corto circuito, corrente di corto circuito, fattore di potenza di corto circuito

Da quanto detto ai paragrafi precedenti, sembrerebbe che disporre di valori ‘bassi’ delle resistenze R_1 e R_2' e delle reattanze di dispersione X_{d1} e X_{d2}' sia sicuramente ed esclusivamente un vantaggio. Indubbiamente, se i parametri elettrici appena citati sono bassi, si hanno minori cadute di tensione interne al trasformatore e minore perdite Joule, quindi una maggiore vicinanza al funzionamento ideale. Vi è, però, da osservare che, se resistenze e reattanze di dispersione sono basse, sarà basso il modulo dell'impedenza interna di macchina; infatti, siccome in genere è $Z_2' \ll Z_m$, dalla (3.36) si ricava l'espressione semplificata:

$$Z_{cc,1} \approx Z_{cc} = \sqrt{\left(R_1 + R_2'\right)^2 + \left(X_{d1} + X_{d2}'\right)^2} \quad . \quad (3.41)$$

Di conseguenza, sarà elevata la corrente di corto circuito che si instaurerebbe in caso di guasto (corto netto) ai morsetti del trasformatore e che è espressa dalla (3.36). Una corrente di corto circuito elevata può danneggiare l'intera linea su cui si trova il trasformatore e prevede la presenza di idonei e costosi dispositivi di protezione.

Dalle (3.36) e (3.37) si ottiene anche:

$$\frac{I_{cc,1}}{I_{n1}} = \frac{V_{n1}}{V_{cc1}} \quad (3.42)$$

La corrente di corto circuito permanente in relativo alla nominale è, cioè, pari al rapporto tra la tensione nominale e quella di corto circuito.

[ad es. se la $V_{cc1} = 0.04 V_{n1}$, si ha che la corrente di corto circuito è 25 volte la nominale; se si riduce il valore dell'impedenza di corto circuito (3.41) in maniera ad es. da ottenere $V_{cc1} = 0.01 V_{n1}$, la corrente di corto circuito nominale sarebbe pari a 100 volte la nominale e, cioè, insostenibile anche se per breve tempo prima dell'intervento delle protezioni].

Dalla (3.29) si ricava che il fattore di potenza di corto circuito è esprimibile come:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{\Re \{ \dot{Z}_{cc,1} \}}{Z_{cc,1}} \approx \frac{R_1 + R_2'}{Z_{cc,1}}$$

3.4d – Simboli rappresentativi

Nei circuiti elettrici il trasformatore monofase è schematizzato come in fig.3.9a e b.

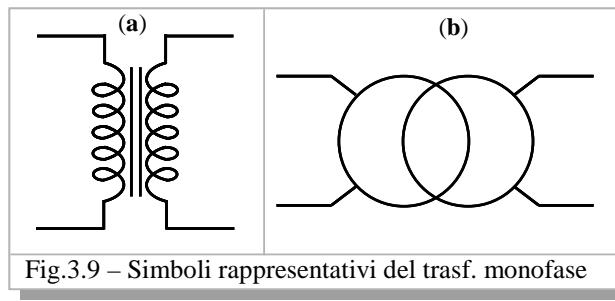


Fig.3.9 – Simboli rappresentativi del trasf. monofase

3.5 – IDENTIFICAZIONE DEI VALORI DEI PARAMETRI DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

La conoscenza dei valori dei parametri elettrici (resistenze e induttanze) del circuito equivalente è necessaria per la determinazione a tavolino delle caratteristiche di funzionamento di un trasformatore monofase (lo stesso vale anche per il modello matematico di una qualsiasi altra macchina).

I parametri elettrici possono essere determinati in due modi:

- attraverso il calcolo, note che siano tutte le dimensioni geometriche e la natura dei materiali impiegati (numero, sezione e lunghezza delle spire; sezione di ferro della

colonna e del giogo, lunghezza della colonna e del giogo, resistività del materiale conduttore,); ciò è possibile al progettista, mentre l'utilizzatore difficilmente conosce tutte queste dimensioni;

- b) attraverso delle prove di laboratorio; questo metodo è utilizzabile da tutti (anche il progettista-costruttore deve effettuare queste prove per verificare la bontà dei suoi calcoli), ed è opportuno che le prove siano semplici, in modo da non dover necessariamente ricorrere a laboratori specializzati.

Con l'intento di perseguire il metodo *b*), i parametri elettrici possono essere determinati a valle di due prove, denominate rispettivamente “*prova a vuoto*” e “*prova in corto circuito*”. Si farà riferimento al circuito equivalente ad “L”.

3.5a – *Prova a vuoto*

La prova a vuoto si esegue alimentando il primario a tensione nominale V_{n1} e con il secondario aperto; nel circuito primario è inserito un voltmetro, un amperometro e un wattmetro. Un voltmetro al secondario permette di leggere la tensione a vuoto $V_{2,0}$, per verificare il rapporto di trasformazione $V_1/V_{2,0}$.

La potenza attiva P_w letta dal wattmetro è pari alle perdite nel ferro P_{Fe} , le quali sono indipendenti dal carico per il circuito di fig.3.8 e, quindi, sono anche uguali alle perdite nel ferro in condizioni di carico nominale; inoltre:

$$P_w = P_{Fe,n} \quad \rightarrow \quad R_0 = \frac{V_{n1}^2}{P_{Fe,n}}$$

La componente attiva della corrente a vuoto è, quindi, pari a:

$$I_a = \frac{V_{n1}}{R_0}$$

La corrente magnetizzante può ricavarsi dalla $I_{1,0}$ misurata dall'amperometro e dalla I_a :

$$I_{1\mu} = \sqrt{I_{1,0}^2 - I_a^2}$$

La reattanza di mutua è, allora, pari a:

$$X_m = V_{n1} / I_{1\mu}$$

In definitiva, dalla prova a vuoto vengono dedotti i valori della resistenza R_0 , della reattanza di mutua X_m e delle perdite nel ferro nominali.

3.5b – *Prova in corto circuito*

La prova si esegue tenendo chiuso in cortocircuito il secondario e alimentando a tensione ridotta il primario in modo da far circolare la corrente nominale I_{n1} ; la tensione di alimentazione deve essere quella V_{cc1} di cortocircuito su definita. Nel circuito primario vengono disposti un voltmetro, un amperometro e un wattmetro.

Dai valori misurati di tensione e corrente si ricava l'impedenza di cortocircuito del trasformatore (circuito a "L"; cfr. eq. 3.41):

$$\frac{V_{cc1}}{I_{n1}} = Z_{cc} = \sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{d1} + X'_{d2})^2}$$

La potenza P_W misurata dal wattmetro è pari alla somma delle perdite Joule negli avvolgimenti del trasformatore e delle perdite nel ferro; queste ultime sono in genere trascurabili, in quanto dipendono dal quadrato della tensione, e la tensione di cortocircuito di un trasformatore è dell'ordine del 4÷8%, comunque in genere non superiore al 10%. Quindi, alla tensione di cortocircuito, le perdite nel ferro ammontano ad una piccola frazione di quelle nominali [ad es., assumendo la $V_{cc1}\% = 10\%$ si ha :

$$P_{Fe,cc} = P_{Fe,n} (V_{cc1} / V_{n1})^2 = P_{Fe,n} (0.1)^2 = P_{Fe,n} / 100$$

Trascurando, allora, le P_{Fe} e assumendo che la potenza misurata è pari alle sole perdite Joule si può calcolare la somma della resistenza primaria e di quella secondaria riportata:

$$P_W = P_{j,n} \quad \rightarrow \quad R_1 + R'_2 = \frac{P_{j,n}}{I_{n1}^2} \quad (\text{le perdite Joule sono quelle nominali } P_{j,n} \text{ del trasformatore})$$

Combinando questo risultato con il valore di Z_{cc} precedentemente calcolato si ha:

$$X_{d1} + X'_{d2} = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_1 + R'_2)^2}$$

Se con un ohmmetro si misura la resistenza primaria, si possono conoscere i valori separati di R_1 e R'_2 :

$$R'_2 = (R_1 + R'_2) - R_1$$

La separazione dei valori delle due reattanze di dispersione non può, invece, essere effettuata. D'altronde, se si considera il circuito ad "L" non è necessario conoscere i due valori separatamente. Se, invece, si vuole utilizzare i valori dei parametri calcolati come fin qui descritto nel circuito a "T", un modo di procedere è di ritenere uguali le due reattanze (non è un'ipotesi molto distante dalla realtà in numerosi casi pratici), cioè:

$$X_{d1} = X'_{d2} = (X_{d1} + X'_{d2}) / 2$$

Da notare che le resistenze calcolate col metodo descritto devono essere riportate ad un valore di temperatura convenzionale di 75°C o di 105°C , secondo casi previsti dalla normativa; il riporto in temperatura è necessario se si vuole stimare il valore di resistenza nelle condizioni di carico continuativo nominale.

In definitiva, dalla prova in corto circuito si determinano le perdite Joule nominali, la somma delle due resistenze e la somma delle due reattanze di dispersione; grazie all'ulteriore misura di resistenza con un ohmmetro si riesce a conoscere i valori separati delle due resistenze.

3.6 – DETERMINAZIONE DEL RENDIMENTO

In base alle perdite ricavate dalla prova a vuoto e da quella in cortocircuito (§3.5) si può determinare il rendimento del trasformatore:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{Fe} + P_j} \quad (3.43)$$

in cui P_{in} e P_{out} rappresentano la potenza attiva in ingresso ed in uscita al trasformatore.

Mentre le P_{Fe} sono costanti con il carico, le perdite Joule sono invece direttamente dipendenti dalla corrente di carico; il rendimento può allora essere espresso come:

$$\eta = \frac{V_2' I_2' \cos \varphi_c}{V_2' I_2' \cos \varphi_c + P_{Fe} + (R_1 + R_2') I_2'^2} \quad (3.43')$$

Nell'espressione si è tenuto conto del fatto che nel circuito a "L" si ha: $I_2' = I_1$.

Per un fissato fattore di potenza ($\cos \varphi_c$) del carico, il rendimento è una funzione della corrente di carico I_2' ; quindi, per un determinato trasformatore, si può tracciare una famiglia di curve di rendimento $\eta(I_2')$. Convenzionalmente ci si riferisce a $\cos \varphi_c = 1$ oppure a $\cos \varphi_c = 0.8$. Il rendimento è molto alto per valori di carico prossimo al nominale (superiori ai $2/3$ del carico nominale), rimane a valori abbastanza elevati fino a circa $1/3$ del carico nominale e poi diminuisce velocemente al diminuire del carico verso il funzionamento a vuoto. Ciò è dovuto al fatto che le perdite nel ferro acquistano un peso percentuale maggiore a bassissimo carico, in quanto sono sostanzialmente costanti al variare del carico stesso. Si può dimostrare agevolmente che il rendimento è massimo nella condizione di carico per cui vi è uguaglianza tra le perdite nel ferro e quelle Joule ($P_{Fe} = P_j$). Siccome, le P_{Fe} sono minori di quelle Joule nominali, il massimo del rendimento si ha per una corrente di carico minore della nominale.

Quando, nel seguito, si parlerà di rendimento del trasformatore in senso generale, si farà riferimento al rendimento a carico nominale.

3.7 – CADUTA DI TENSIONE INTERNA

Come già anticipato, e come facilmente deducibile dal circuito equivalente a "T" o a "L", all'aumentare del carico dalla condizione a vuoto a quella nominale, aumenta la caduta di tensione interna del trasformatore e, quindi, la tensione secondaria V_2' diminuisce di ampiezza (e aumenta il ritardo di fase tra V_1 e V_2'). Il trasformatore, cioè, è visto dal carico come una

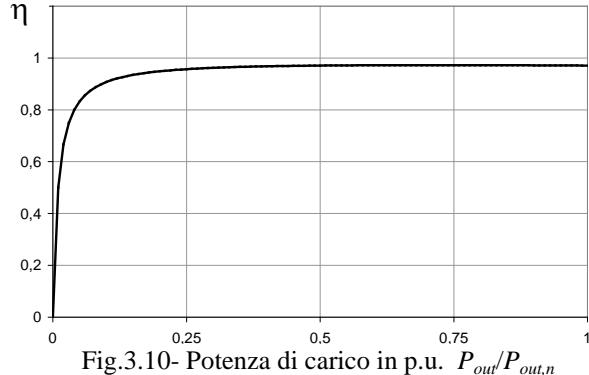


Fig.3.10- Potenza di carico in p.u. $P_{out}'/P_{out,n}$

sorgente di energia a potenza non infinita. Si definisce *caduta di tensione interna di un trasformatore* la quantità:

$$\boxed{\Delta V = V_1 - V_2} \quad \text{e, in valori percentuali: } \Delta V\% = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \cdot 100 \quad (3.44)$$

La caduta di tensione interna è, cioè, pari alla differenza tra l'ampiezza della tensione primaria e quella della secondaria riportata al primario. In fig.3.11a è riportato un diagramma vettoriale che aiuta ad interpretare quanto detto con riferimento al circuito ad "L". In corrispondenza di una determinata corrente di carico $\mathbf{I}'_2 = \mathbf{I}_1$ con sfasamento φ_2 rispetto a \mathbf{V}'_2 , si può esprimere la \mathbf{V}_1 come:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 + R \mathbf{I}_1 + j X \mathbf{I}_1 \quad \text{con: } R = R_1 + R_2 \quad \text{e} \quad X = X_{d1} + X_{d2}$$

La caduta (3.44) è pari alla lunghezza del segmento \overline{BC} in fig.3.11a; si può dimostrare che, con buona approssimazione, la caduta di tensione interna può essere espressa dalla relazione:

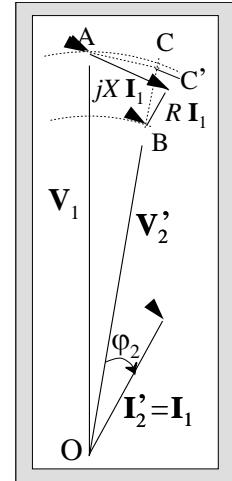


Fig.3.11a

$$\Delta V \simeq I_1(R \cos \varphi_2 + X \sin \varphi_2) . \quad (3.45)$$

Tale approssimazione coincide col considerare come caduta di tensione il segmento BC' in fig.3.11a invece del segmento BC corrispondente alla definizione (3.44).

L'ampiezza della tensione di uscita del trasformatore (riportata al primario) è allora pari a:

$$V_2' = V_1 - \Delta V$$

In generale l'ampiezza della caduta di tensione interna si mantiene nell'ambito di qualche punto percentuale, per cui non vi è un'elevata variabilità della tensione di uscita al variare del carico. In fig.3.11b è riportato l'andamento qualitativo dell'ampiezza della tensione di uscita in funzione della corrente di carico; in valori riferiti al primario (V_2') essa varia linearmente, mantenendosi molto prossima alla tensione primaria V_1 ; in valori non riportati (V_2) è una retta parallela alla precedente, con intersezione sulle ordinate in coincidenza del valore della tensione a vuoto $V_{2,0}$.

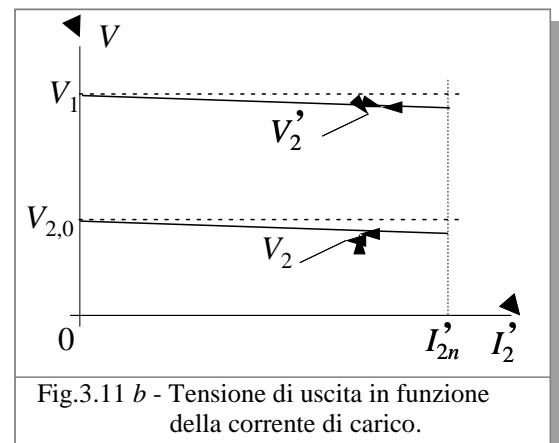


Fig.3.11 b - Tensione di uscita in funzione della corrente di carico.

3.8 – CONSIDERAZIONI COSTRUTTIVE

Nelle figure qualitative considerate ai paragrafi precedenti (cfr. ad es. fig.3.1), il trasformatore monofase è rappresentato con un nucleo a cornice, con un'ampia 'finestra' e con l'avvolgimento primario e quello secondario entrambi elicoidali a passo visibilmente

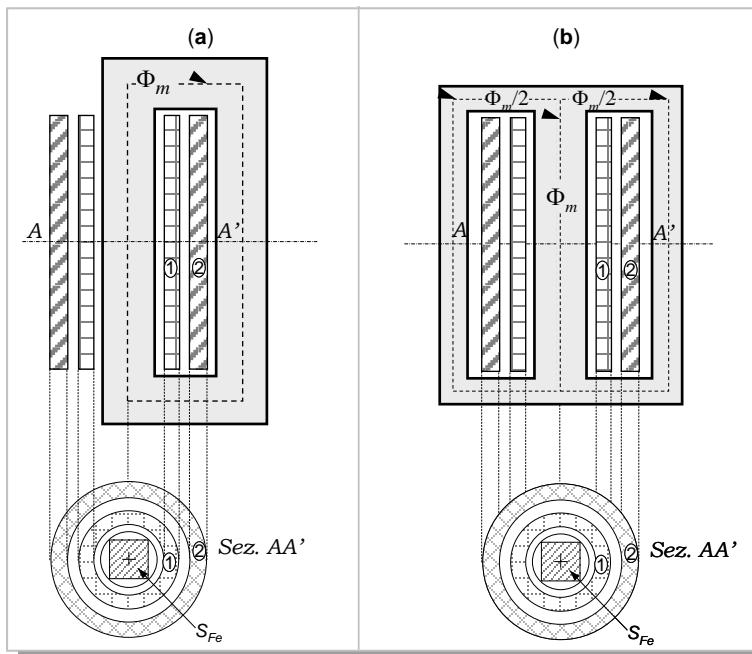


Fig.3.12 - Nucleo magnetico e avvolgimenti per trasformatore monofase.
 (a) struttura a cornice;
 (b) struttura a mantello.

ampio, di spessore inesistente e disposti ciascuno su una colonna. In realtà, gli avvolgimenti, sono in genere solenoidali e coassiali; sono, cioè, disposti sulla stessa colonna (vedi fig.3.12) uno esterno all'altro. In genere l'avvolgimento ad alta tensione è disposto all'esterno per evitare problemi di isolamento verso la colonna di ferro del trasformatore. Tra i due avvolgimenti, e tra l'avvolgimento interno e la colonna di materiale magnetico, si prevedono in genere dei canali di raffreddamento per favorire lo smaltimento del calore prodotto dalle perdite per effetto Joule nei conduttori e dalle perdite nel ferro. Gli avvolgimenti, seppure elicoidali, hanno un passo d'elica piccolo, molto prossimo allo spessore o al diametro del conduttore utilizzato; possono essere dotati di più strati sovrapposti in senso radiale ed hanno spessore finito in senso radiale. La disposizione coassiale degli avvolgimenti tende a diminuire i flussi di dispersione. In fig.3.12b la configurazione del nucleo con colonna centrale e due semicolononi di chiusura laterali è detta "a mantello" (si utilizza questo termine quando, in senso generale, il ferro 'circonda' il rame e non viceversa); nella stessa fig.3.12b si apprezza la simmetria della configurazione e si nota che il flusso Φ_m di mutua presente nella colonna centrale si suddivide in due parti uguali di valore $\Phi_m/2$; tale flusso interessa i gioghi superiore e inferiore ed i tratti di richiusura laterale delle linee di campo magnetico. Laddove il flusso assume valori pari alla metà del flusso di colonna si possono utilizzare sezioni magnetiche di valore metà della colonna stessa, al fine di assicurare lo stesso valore di induzione di lavoro nei diversi tronchi.

In fig.3.12, inoltre, le sezioni di colonna sono assunte quadrate, in modo da essere inscrivibili all'interno di una circonferenza prossima al contorno interno dell'avvolgimento interno. Ciò si verifica essenzialmente per trasformatori di piccola potenza, quali sono frequentemente i trasformatori monofase. Per trasformatori di potenza più elevata si utilizzano sezioni di ferro di colonna aventi forme più complesse del quadrato (ad es. a croce, o a più

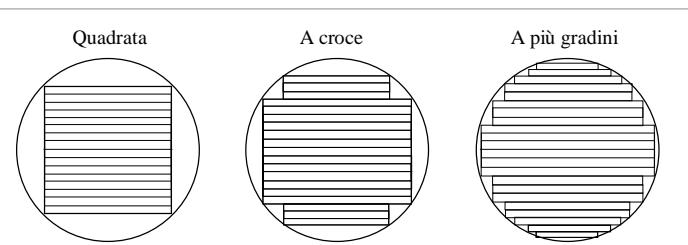


Fig. 3.13 – Sezione trasversale della colonna di un trasformatore

sinistra a destra nelle forme di fig.3.13; per la quadrata $K_r = 2/\pi$. Le forme più complesse, realizzate a più gradini, sono in realtà maggiormente usate per i trasformatori trifase, di maggiore potenza, di cui si parlerà in un successivo capitolo.

Nei trasformatori di piccola potenza (fino a qualche kVA) con struttura a mantello (fig.3.12b) i nuclei si realizzano con materiali magnetici a grani non orientati. L'isotropia di questi materiali permette di ricorrere a nuclei magnetici divisi in due sole parti, con forme del tipo E+I in fig.3.14 (cfr. per analogia i nuclei C+C o U+I di fig.2.4).

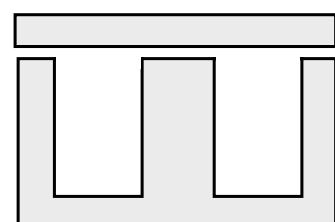


Fig. 3.14 – Nucleo E + I.

3.9 – ALCUNE ESECUZIONI PARTICOLARI

3.9a - Trasformatore d'isolamento

In alcuni casi il trasformatore è utilizzato non per ridurre o elevare la tensione, ma semplicemente per isolare galvanicamente il circuito primario dal secondario. In questo caso si parla di trasformatore d'isolamento, caratterizzato da un rapporto unitario delle tensioni:

$$1 = \frac{V_1}{V_2} \simeq \frac{N_1}{N_2}$$

Si parla anche di trasformatore d'isolamento quando è fortemente richiesto l'isolamento tra il primario ed il secondario anche in caso di guasto; in questi casi si interpone uno schermo tra i due avvolgimenti, per evitare che il secondario (in questi casi a più bassa tensione) possa venire in contatto con il primario nel caso in cui in quest'ultimo si verifichi un cortocircuito. Un impiego del genere è previsto per le alimentazioni delle sale operatorie degli ospedali, in cui si vuole evitare che il secondario (in genere a 24 V) possa portarsi a tensioni più elevate per effetto di un cortocircuito al primario.

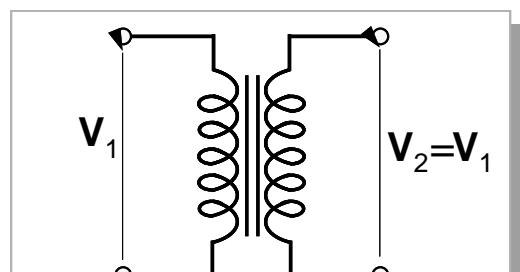


Fig. 3.15 – Trasformatore d'isolamento

3.9b - Trasformatore a più prese di tensione

In alcune esecuzioni costruttive il trasformatore ha una o più "prese" intermedie, sul primario e/o sul secondario. In fig.3.16a è rappresentato un trasformatore con una presa

gradini, cfr. fig.3.13), per riempire più completamente la sezione circolare interna dell'avvolgimento, riducendo il numero di spire necessarie a pari induzione di lavoro. [Si parla di *coefficiente di riempimento* K_r della colonna, che aumenta da

intermedia sul lato alta tensione (AT); nella fig.3.16b, invece, la presa intermedia è sul lato bassa tensione (bT). Tali prese possono essere predisposte per rendere possibile l'alimentazione da reti a tensioni diverse o per rendere possibile l'alimentazione di carichi a tensioni nominali diverse. Possono anche essere disposte per consentire una regolazione di tensione; in questo caso è preferibile disporre una o più prese sul lato AT, in quanto vi è una risoluzione più fine dato il maggior numero di spire di questo avvolgimento.

Con riferimento alla fig.3.16a vi è da osservare che, applicando la tensione V_1 a tutto l'avvolgimento AT o una tensione V_1' (opportunamente minore di V_1 , cioè tale che $V_1 / V_1' = N_1 / N_1'$) ad una parte dello stesso avvolgimento, ai morsetti dell'avvolgimento bT si ritrova la stessa tensione V_2 .

Ad esempio un trasformatore con tensioni $V_1=400/230$ [V] e $V_2= 48/24$ [V] presenta tre morsetti lato AT e tre morsetti lato BT (è, cioè, una combinazione delle due configurazioni di fig.3.16); può quindi essere connesso su una rete monofase a 400 [V] o su una rete a 230 [V] (utilizzando la presa intermedia lato AT) e fornire in uscita una tensione nominale di 48 [V] su una coppia di morsetti o di 24 [V] su un'altra coppia di morsetti, utilizzando in quest'ultimo caso la presa intermedia lato BT.

Nelle semplici configurazioni proposte le potenze nominali del trasformatore risultano di volta in volta diverse.

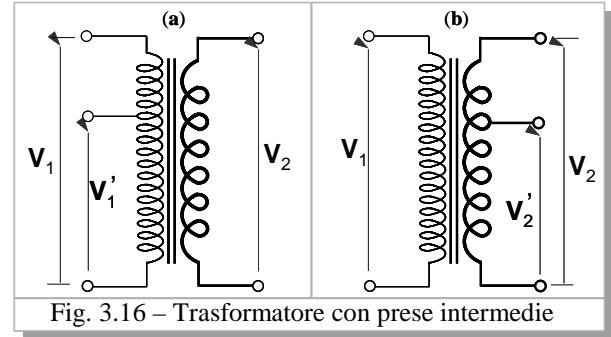


Fig. 3.16 – Trasformatore con prese intermedie

3.9c - Trasformatore a doppio secondario

Se un trasformatore monofase deve alimentare contemporaneamente due carichi a differenti tensioni, può essere realizzato con tre avvolgimenti: uno primario con N_1 spire, e due secondari con N_{a2} e N_{b2} spire rispettivamente. I rapporti di trasformazione saranno $V_1 / V_{a2} = N_1 / N_{a2}$ e $V_1 / V_{b2} = N_1 / N_{b2}$. Durante il funzionamento si determinano anche accoppiamenti magnetici tra i due secondari; il modello matematico rappresentativo è un po' più complesso di quello di un trasformatore a due avvolgimenti e non viene trattato in questa sede.

3.10 – AUTOTRASFORMATORE MONOFASE

Consideriamo un avvolgimento con N_1 spire avvolte su un nucleo magnetico in maniera analoga al primario di un trasformatore ordinario (fig.3.17 tra i punti A e B) e consideriamo un punto intermedio C tale che si individuino N_2 spire tra i punti C e B e, ovviamente, $(N_1 - N_2)$ spire tra i punti A e C. Applicando una tensione alternata sinusoidale V_1 tra i punti A e B, e un carico di impedenza \dot{Z}_c tra i punti C e B, in accordo con la fig.3.17, si indica con \mathbf{I}_1 la corrente assorbita dalla linea, con \mathbf{I}_2 la corrente nel carico e con \mathbf{I}_Δ la corrente nel gruppo di spire N_2 . Il flusso che si determina nel nucleo magnetico indurrà una f.e.m. \mathbf{E}_1 nelle N_1 spire dell'intero avvolgimento (che possiamo chiamare "primario") e una f.e.m. \mathbf{E}_2 nelle N_2 spire tra B e C, che possiamo chiamare "secondario". Ovviamente le due f.e.m., come avviene in un trasformatore ordinario a due avvolgimenti, sono proporzionali ai due numeri di spire:

$$\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = r_t$$

A meno di piccole cadute di tensione interne si avrà anche: $\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = r_t$ (3.46)

Se il carico è collegato ai morsetti B e C si ha:

$$\mathbf{I}_\Delta = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$$

e si determinano le due f.m.m. contemporaneamente agenti sul nucleo magnetico:

$$(N_1 - N_2)\mathbf{I}_1 \quad \text{e} \quad N_2\mathbf{I}_\Delta$$

In maniera del tutto analoga a quanto indicato nella fig.3.2 per un trasformatore a due avvolgimenti possiamo scrivere:

$$(N_1 - N_2)\mathbf{I}_1 + N_2\mathbf{I}_\Delta = N_1\mathbf{I}_{1,0} \rightarrow (N_1 - N_2)\mathbf{I}_1 + N_2\mathbf{I}_\Delta \approx 0 \quad (3.47)$$

da cui: $\mathbf{I}_\Delta = -\frac{N_1 - N_2}{N_2} \mathbf{I}_1 = -(r_t - 1)\mathbf{I}_1 \rightarrow I_\Delta = (r_t - 1) I_1$ (3.47a)

Sostituendo l'espressione di \mathbf{I}_Δ nella (3.47), si ha:

$$(N_1 - N_2)\mathbf{I}_1 + N_2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) \approx 0 \rightarrow N_1\mathbf{I}_1 - N_2\mathbf{I}_2 \approx 0$$

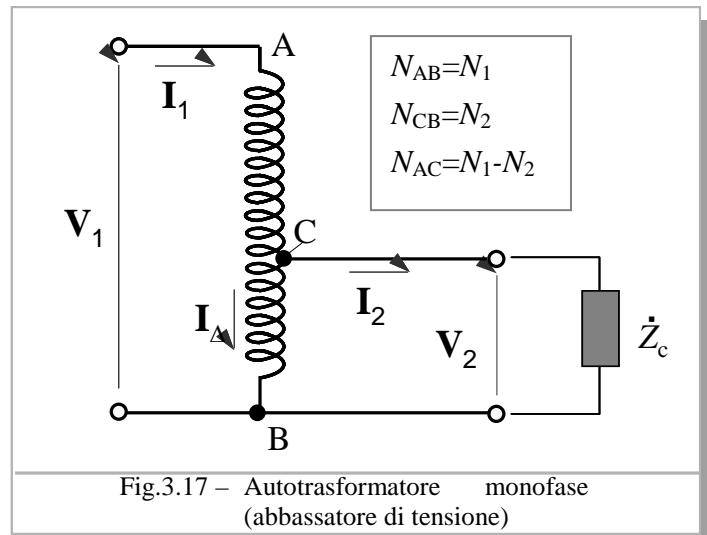


Fig.3.17 – Autotrasformatore monofase (abbassatore di tensione)

$$\text{cioè: } \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{r_t} \quad (3.48)$$

Dalle (3.46) e (3.48) si deduce che il funzionamento dell'apparecchiatura descritta in fig.3.17 è analogo a quello di un trasformatore monofase, nel senso che si ha un trasferimento di potenza dal “primario” al “secondario” con un rapporto r_t tra le tensioni ed il rapporto inverso $1/r_t$ tra le correnti.

L'apparecchiatura descritta prende il nome di **autotrasformatore** monofase, per il fatto che la trasformazione di tensioni e correnti è effettuata utilizzando solo un avvolgimento.

Per quanto detto, l'autotrasformatore si comporta come un trasformatore a due avvolgimenti. Una caratteristica dell'autotrasformatore è che il primario ed il secondario sono elettricamente connessi oltre che magneticamente accoppiati; ciò comporta l'impossibilità del suo impiego nelle applicazioni in cui è necessario mantenere l'isolamento tra i due circuiti. A parte, poi, una differenza nelle induttanze di dispersione, che risultano più piccole rispetto a quelle di un trasformatore convenzionale in quanto è più agevole migliorare l'accoppiamento tra primario e secondario trattandosi di un unico avvolgimento, il vero vantaggio di un autotrasformatore risiede nel fatto che è **più economico** del trasformatore a due avvolgimenti in quanto le dimensioni degli avvolgimenti sono ridotte.

Se, infatti, si deve realizzare un certo rapporto di trasformazione $r_t = V_1/V_2$ tra primario e secondario, nel confrontare i due tipi di trasformatori si ha (si fa riferimento al caso $V_1 > V_2$; analoghe considerazioni possono essere fatte nell'altro caso):

- a) nel trasformatore a 2 avvolgimenti vi saranno N_1 spire in cui è presente la corrente I_1 e N_2 spire in cui è presente la corrente I_2 con: $I_2 = r_t I_1$;
- b) nell'autotrasformatore vi saranno $(N_1 - N_2)$ spire con corrente I_1 e N_2 spire con corrente I_Δ ; dalla (3.47a) si ricava che:

$$\frac{I_\Delta}{I_1} = \frac{N_1 - N_2}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} - 1 = r_t - 1 \quad \rightarrow \quad I_\Delta = I_1 (r_t - 1) < I_2 \quad (3.49)$$

La corrente I_Δ sarà maggiore della I_1 per $r_t > 2$. Quindi, con riferimento alla fig.3.17, si ha che le sezioni delle N_1 spire non sono tutte uguali; le $(N_1 - N_2)$ spire con corrente I_1 avranno sezione maggiore delle N_2 spire con corrente I_Δ se il rapporto di trasformazione è basso ($1 < r_t < 2$); saranno, invece, le N_2 spire ad avere sezione maggiore se $r_t > 2$.

Si rileva che, in confronto col trasformatore a 2 avvolgimenti, nell'autotrasformatore vi sono meno spire con corrente I_1 e un numero di spire N_2 con corrente minore (cfr.3.49) se $r_t < 2$; di conseguenza la quantità di rame (o di altro materiale conduttore) è sicuramente minore per $r_t < 2$, mentre è da valutare per $r_t > 2$ (cfr. punto c seguente);

- c) Consideriamo l'uguaglianza tra la potenza apparente A_1 del primario e quella A_2 del secondario di un trasformatore:

$$A_2 = V_2 I_2 = \frac{V_1}{r_t} r_t I_1 = V_1 I_1 = A_1$$

Per un trasformatore a 2 avvolgimenti la potenza apparente precedente è anche quella di dimensionamento (o *potenza costruttiva*).

Per un autotrasformatore, invece la potenza costruttiva può essere espressa da:

$$\begin{aligned} A' &= (V_1 - V_2) I_1 = V_1 \left(1 - \frac{1}{r_t}\right) I_1 = \frac{r_t - 1}{r_t} V_1 I_1 = \frac{r_t - 1}{r_t} A_1 \\ A'' &= V_2 I_\Delta = V_2 I_2 \frac{r_t - 1}{r_t} = \frac{r_t - 1}{r_t} A_2 \end{aligned} \quad (3.49a)$$

in cui A' e A'' sono rispettivamente le potenze di dimensionamento delle ($N_1 - N_2$) spire interessate dalla corrente \mathbf{I}_1 e delle N_2 spire interessate dalla corrente \mathbf{I}_Δ . Dalla (3.49a) si deduce che l'intero autotrasformatore ha una potenza di dimensionamento che è sempre minore di quella del trasformatore a 2 avvolgimento e pari a:

$$A_{AutoTr} = \frac{r_t - 1}{r_t} A_{Trasf2avv} \quad (3.49b)$$

Al crescere di r_t la differenza tra A_{AutoTr} e $A_{Trasf2avv}$ diminuisce.

- d) Esempio: $r_t = 1.5$ e consideriamo uno stesso nucleo magnetico per i due tipi di trasformatori in maniera che, per realizzare un certo flusso nel nucleo, N_1 sia uguale per entrambe le configurazioni; supponiamo, inoltre, che la densità di corrente e la lunghezza media $l_{m,spira}$ di tutte le spire sia uguale in entrambi i trasformatori. Il volume di rame nel trasformatore a 2 avvolgimenti sarà:

$$Vol_{cu,2avv} = N_1 l_{m,spira} S_{cu,1} + N_2 l_{m,spira} S_{cu,2} = l_{m,spira} S_{cu,1} (N_1 + N_2 r_t) = l_{m,spira} S_{cu,1} 2N_1$$

in cui $S_{cu,1}$ è la sezione di conduttore del primario.

Il volume di rame per l'autotrasformatore risulta:

$$\begin{aligned} Vol_{cu,autotr} &= (N_1 - N_2) l_{m,spira} S_{cu,1} + N_2 l_{m,spira} S_{cu,2} = l_{m,spira} S_{cu,1} [(N_1 - N_2) + N_2 (r_t - 1)] = \\ &= l_{m,spira} S_{cu,1} N_1 2 \left(1 - \frac{1}{r_t}\right) = l_{m,spira} S_{cu,1} N_1 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Cioè, il volume di rame è $1/3$ di quello precedente.

Utilizzando la rel. 3.49b, si ha immediatamente che la potenza di dimensionamento dell'autotrasformatore è $1/3$ di quella del trasformatore a 2 avvolgimenti equivalente.

Dalle considerazioni precedenti si evince che l'economicità è tanto più evidente quanto più è piccolo il rapporto di trasformazione. Per r_t elevati (ad es. $>8 \div 10$) non vi è praticamente più convenienza e non si preferisce realizzare autotrasformatori.

In fig.3.18 è riportato il simbolo rappresentativo dell'autotrasformatore. In fig.3.19 è rappresentato lo schema di connessione di un autotrasformatore elevatore di tensione.

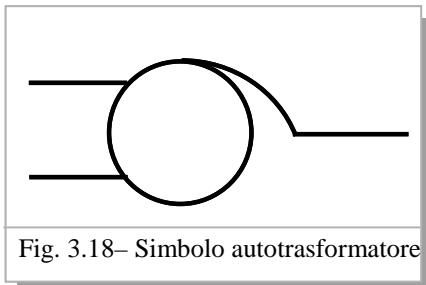


Fig. 3.18– Simbolo autotrasformatore

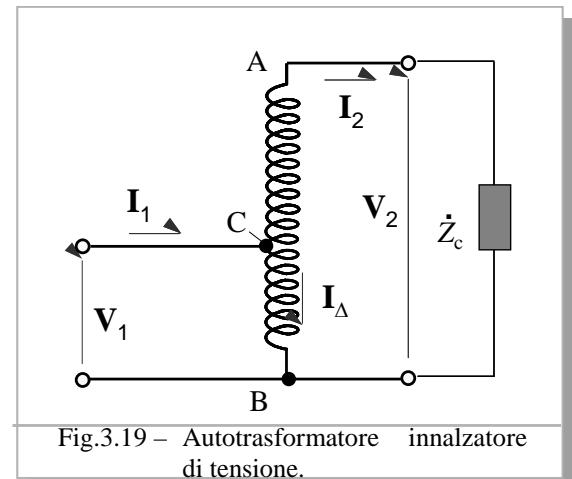


Fig.3.19 – Autotrasformatore innalzatore di tensione.

3.11 – PARALLELO DI DUE TRASFORMATORI MONOFASE

Il collegamento in parallelo di due o più trasformatori può essere utilizzato per aumentare la potenza erogata al carico, per gestire situazioni di funzionamento a carico ridotto o condizioni di guasto. Ad esempio l'impiego in uno stabilimento industriale di due trasformatori in parallelo, uno da 160 kVA e uno da 250 kVA in luogo di un unico trasformatore da 400 kVA, può consentire di tenere in funzione uno solo dei due fino alla richiesta di potenza corrispondente, sia per ridurre le ore di funzionamento (e allungare la vita) sia per diminuire le perdite indipendenti dal carico (sostanzialmente P_{Fe}) che sono minori in assoluto in un trasformatore di minore potenza. La disponibilità di due trasformatori può però essere utilizzata anche per effettuare interventi di manutenzione senza interrompere del tutto il servizio, o per conservare la continuità di esercizio –seppure a potenza massima ridotta- anche nel caso di guasto ad uno dei trasformatori.

Il collegamento di due trasformatori monofase T_A e T_B in parallelo si realizza come descritto in fig.3.20. I due primari sono connessi alla stessa rete di alimentazione a tensione V_1 e i due secondari sono connessi alla stessa rete che alimenta il carico di impedenza \dot{Z}_c con una tensione V_2 . Come si nota in figura, i due primari sono in parallelo e così pure i due secondari. Per tale motivo, condizione necessaria perché i due trasformatori possano essere connessi in parallelo è che le tensioni nominali siano uguali (in realtà strettamente necessario è che i due rapporti di trasformazione siano uguali e che le tensioni nominali siano non inferiori a quelle delle linee primaria e secondaria, ma questa situazione è difficile da verificarsi in pratica).

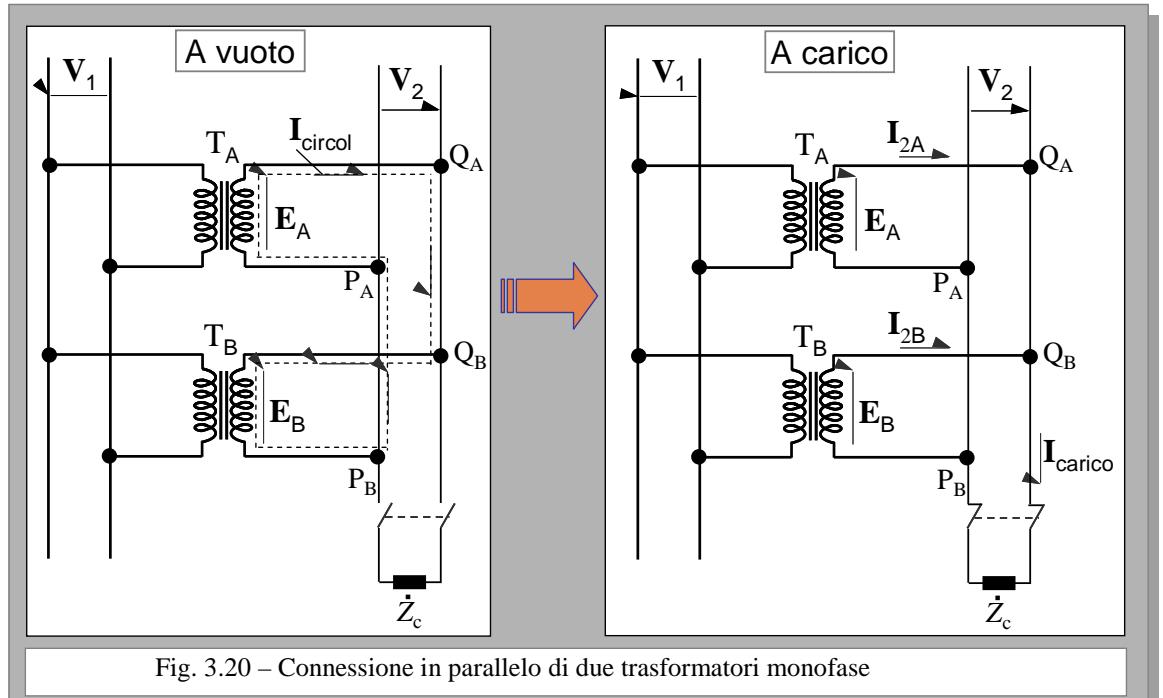


Fig. 3.20 – Connessione in parallelo di due trasformatori monofase

Se, infatti, ciò non si verifica, le due tensioni indotte $E_A = V_{2,0A}$ e $E_B = V_{2,0B}$ sono diverse, cioè:

$$E_A \neq E_B \quad (3.50)$$

e, anche nel caso di funzionamento “a vuoto”, cioè con il carico disconnesso (fig.3.20 a sinistra), tra i due trasformatori T_A e T_B collegati in parallelo, si ha una *corrente di circolazione* nei secondari, nella maglia indicata dalla linea tratteggiata $Q_A Q_B P_B P_A Q_A$. Anche dalla rappresentazione schematica di fig.3.21, in cui \dot{Z}_{2A} e \dot{Z}_{2B} sono le impedenze dei secondari dei due trasformatori, si evince che $I_{circol} \neq 0$ se è vera la (3.50). Di conseguenza, oltre ad essere uguali i rapporti di trasformazione a vuoto (e, quindi, uguale modulo di E_A e E_B) è necessario collegare correttamente i morsetti di uscita $P_A Q_A$ e $P_B Q_B$, in modo cioè che E_A e E_B risultino in opposizione di fase nel circuito interno, come indicato in fig.3.21.

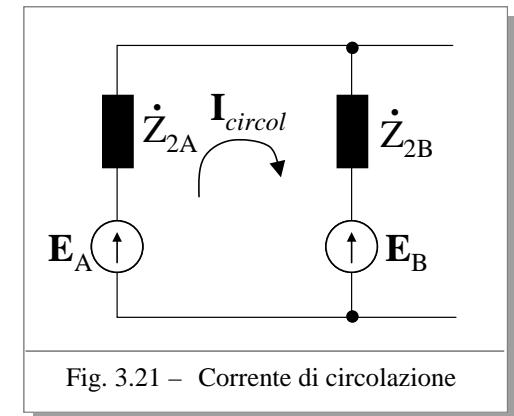


Fig. 3.21 – Corrente di circolazione

E', inoltre, importante sottolineare che il circuito tratteggiato in fig.3.20 (a sinistra) ha in genere impedenza bassa (è la somma dell'impedenza dei due secondari), per cui è sufficiente una piccola differenza $E_A - E_B$ per determinare l'ingenerarsi di correnti elevate. Nella realtà, quando si collegano due trasformatori in parallelo, specie se di diversa potenza, una piccola differenza nei fasori delle tensioni indotte E_A e E_B è sempre presente.

Nel funzionamento “a carico” dei due trasformatori (fig.3.20, a destra) la corrente di carico I_{carico} è fornita da entrambi i trasformatori; è opportuno che le due correnti I_{2A} e I_{2B} siano in modulo proporzionali alle potenze apparenti dei due trasformatori, in maniera che essi risultino caricati percentualmente allo stesso modo. Se tale condizione è soddisfatta

avviene anche che, quando la corrente raggiunge il valore nominale in un trasformatore (ad es. $I_A = I_{A,nom}$), lo stesso avviene per l'altro (cioè $I_B = I_{B,nom}$). In tale condizione si riesce ad erogare al carico una potenza complessiva pari alla somma delle due potenze dei singoli trasformatori. Per trovare la condizione in grado di far rispettare tale ripartizione proporzionale si può seguire il seguente ragionamento. Supponiamo che i trasformatori siano schematizzabili con il circuito a "L", come già fatto per altre situazioni. Questa ipotesi consiste nel considerare vere le condizioni: $\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_A = \mathbf{E}_B$ e nell'assumere come impedenze longitudinali dei due trasformatori (o impedenze di corto circuito) le quantità:

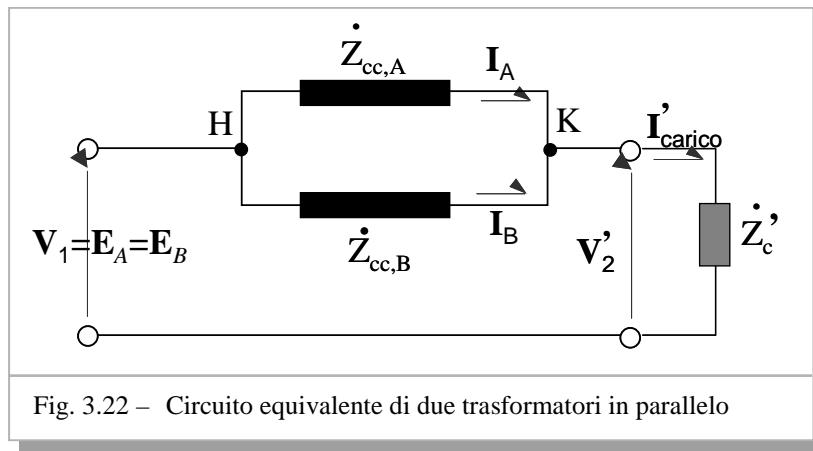
$$\dot{Z}_{cc,A} = (R_{1,A} + R'_{2,A}) + j(X_{d1,A} + X'_{d2,A})$$

$$\dot{Z}_{cc,B} = (R_{1,B} + R'_{2,B}) + j(X_{d1,B} + X'_{d2,B})$$

Con il circuito ad "L" riesce, inoltre:

$$\mathbf{I}_{1A} = \mathbf{I}'_{2A} = \mathbf{I}_A$$

$$\mathbf{I}_{1B} = \mathbf{I}'_{2B} = \mathbf{I}_B$$



Se rappresentiamo insieme i circuiti equivalenti dei due trasformatori, trascurando il cappio in derivazione che non ha rilevanza se considerato di impedenza sufficientemente elevata ($\rightarrow \infty$) per ciascuno dei due trasformatori, si ottiene il circuito di fig.3.22. Da esso si evince che la caduta di tensione tra i punti H e K deve necessariamente essere uguale per i due rami; deve cioè essere:

$$\dot{Z}_{cc,A} \mathbf{I}_A = \dot{Z}_{cc,B} \mathbf{I}_B \quad (3.51)$$

In corrispondenza delle correnti nominali, la (3.51) in modulo diviene:

$$Z_{cc,A} I_{A,nom} = Z_{cc,B} I_{B,nom} \rightarrow V_{cc,A} = V_{cc,B} \quad (3.52)$$

I due trasformatori, cioè, si caricano in maniera proporzionale alla loro potenza nominale se hanno la *stessa tensione di corto circuito* (cfr. rel. 3.52).

Si può, inoltre, dimostrare che, per ottimizzare il rendimento complessivo del parallelo dei trasformatori, è opportuno che siano uguali i valori del $\cos\varphi$ di corto circuito ($\cos\varphi_{cc,A} = \cos\varphi_{cc,B}$).

3.12 – TRASFORMATORI DI MISURA

Oltre all'impiego nelle linea di potenza per convertire energia elettrica modificando i valori di tensione e corrente tra ingresso e uscita, il trasformatore monofase può essere utilizzato anche nei circuiti di misura per adattare i valori di tensione o corrente da misurare alle portate degli strumenti di misura o, semplicemente, per separare galvanicamente il circuito di potenza da quello di misura. In questo tipo di applicazione si utilizzano trasformatori dimensionati e costruiti con accorgimenti particolari e denominati *riduttori di tensione* o *riduttori di corrente*, a seconda della grandezza da dover trasdurre.

3.12a – RIDUTTORI DI TENSIONE (TV ≡ Trasformatori voltmetrici)

Si indica col nome di *riduttore di tensione*, o TV, un trasformatore in grado di fornire ai suoi morsetti di uscita una tensione di valore congruente con gli strumenti di misura disponibili e tale da rappresentare fedelmente la tensione di ingresso. La tensione al secondario, cioè, è ridotta in ampiezza di una quantità nota con accuratezza fissata ed è in fase con la tensione primaria con accuratezza fissata. Si dice che il TV ha un *errore di rapporto* (scarto relativo del rapporto effettivo delle ampiezze delle tensioni V_1/V_2 rispetto a quello nominale riportato in targa) e un *errore d'angolo* (differenza di fase della tensione secondaria rispetto a quella primaria) contenuti nei limiti della classe di precisione del riduttore stesso.

Il riduttore di tensione è connesso in derivazione alla linea della quale deve rilevare la tensione ed ha al secondario un voltmetro (cfr. fig.3.23).

Affinché possa rispettare le condizioni su indicate (basso errore di rapporto e basso errore d'angolo) è necessario che il funzionamento del TV si avvicini alla condizione ideale:

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_2} \quad (\text{da rispettare in forma complessa}),$$

che si ottiene realizzando singolarmente le condizioni:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 \quad e \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2 .$$

Per realizzare $\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2$ è necessario che il TV lavori il più possibile vicino alla condizione a vuoto, e, quindi, il voltmetro (o l'intero circuito di misura) al secondario deve avere un'elevata impedenza di ingresso.

Affinché, poi, il TV abbia una bassa caduta di tensione sul primario (per realizzare $\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1$), è necessario realizzare bassi valori di resistenza e reattanza di dispersione del

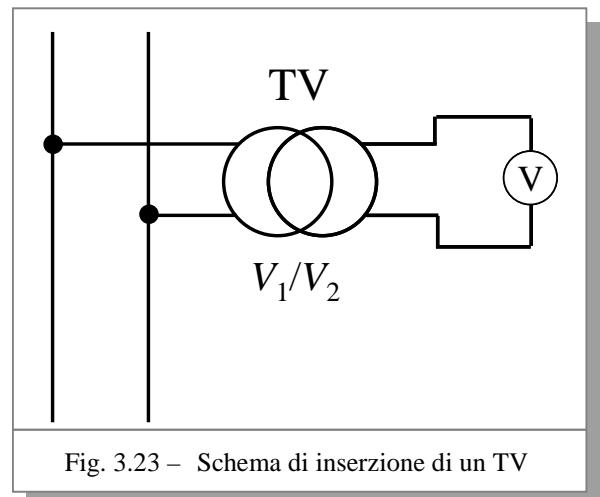
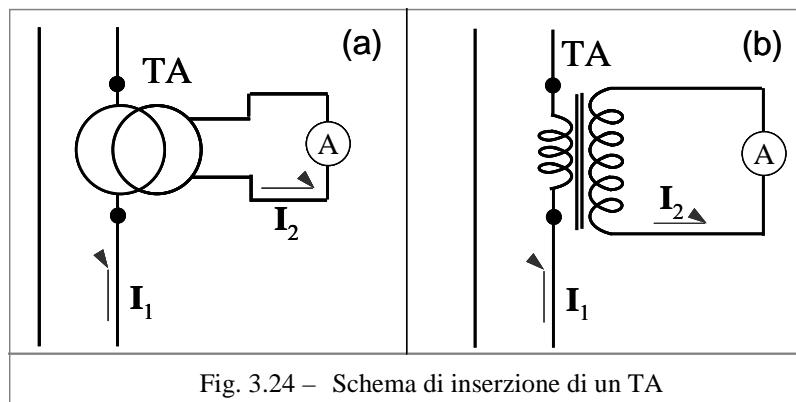


Fig. 3.23 – Schema di inserzione di un TV

primario stesso e bassi valori della corrente a vuoto. Quest'ultima condizione si ottiene riducendo la riluttanza del circuito magnetico in modo da ottenere elevati valori della reattanza di magnetizzazione. Rispetto ad un trasformatore di potenza, quindi, i conduttori hanno sezioni maggiori (non dimensionate dal punto di vista termico ma per limitare le cadute di tensione) e sono avvolti intorno al nucleo in maniera da minimizzare il flusso di dispersione; il nucleo magnetico è realizzato a cristalli orientati con forma costruttiva di tipo toroidale (lamiera avvolta a spirale come in fig.2.6) in modo da evitare i traferri che possono presentarsi in corrispondenza delle giunzioni di nuclei del tipo in fig.2.3).

3.12b – RIDUTTORI DI CORRENTE (TA≡ Trasformatori amperometrici)

Si indica col nome di *riduttore di corrente*, o TA, un trasformatore in grado di fornire ai suoi morsetti di uscita una corrente di valore congruente con gli strumenti di misura disponibili e tale da rappresentare fedelmente la corrente di ingresso. [I riduttori di corrente trovano principale impiego nella misura di forti correnti, superiori alle portate degli strumenti di misura, e nella misura di correnti su reti in alta tensione per isolare il circuito di lettura e l'operatore]. La corrente al secondario, cioè, è ridotta in ampiezza di una quantità nota con accuratezza fissata ed è in fase con la corrente primaria con accuratezza fissata. Si dice che il TA ha un *errore di rapporto* (scarto relativo del rapporto effettivo delle ampiezze delle correnti I_1/I_2 rispetto a quello nominale riportato in targa) e un *errore d'angolo* (differenza di fase della corrente secondaria rispetto a quella primaria) contenuti nei limiti della classe di precisione del riduttore stesso.



Il riduttore di corrente è connesso in serie alla linea della quale deve rilevare la corrente ed ha al secondario un amperometro (cfr. fig.3.24).

Rispetto al trasformatore di potenza fin qui esaminato il TA non è alimentato a tensione impressa ma a *corrente impressa*; si introduce l'ipotesi, cioè, che la corrente da misurare (I_1 in fig.3.24) non sia alterata dalla presenza del TA, in modo che essa sia il più possibile vicina a quella che sarebbe presente nel circuito in assenza del dispositivo di misura. Affinché quest'ultima condizione si verifichi è necessario che l'insieme TA + Amperometro (e eventuali altri strumenti al secondario del TA) abbia un'impedenza molto piccola rispetto a quella della linea su cui è inserito il TA. E', quindi, necessario che il TA lavori con il

secondario in “corto circuito” (resistenza dell’amperometro quasi nulla) e che abbia un’impedenza interna bassa.

La differenza sostanziale dai trasformatori fin qui esaminati consiste dunque nel fatto che, mentre nei casi precedenti il flusso può essere considerato costante e la corrente assorbita è dipendente dal carico secondario, il TA invece è interessato da una corrente che è indipendente dalle caratteristiche dell’apparecchio, ma dipende esclusivamente da quelle della rete in cui l’apparecchio è inserito.

Affinché possa rispettare le condizioni su indicate (basso errore di rapporto e basso errore d’angolo) è necessario che il funzionamento del TA si avvicini alla condizione ideale:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2' \quad (\text{da rispettare in forma complessa}).$$

Se si fa riferimento alla maglia del circuito equivalente del trasformatore riportata in fig.3.25, si nota che la \mathbf{I}_1 non coincide con la \mathbf{I}_2' per la presenza della $\mathbf{I}_{1,0}$ necessaria per sostenere il flusso nel circuito magnetico principale e le perdite nel ferro. Al fine di ottenere che la relazione precedente scritta sia verificata con la maggiore precisione possibile è necessario lavorare in condizioni il più possibile prossime al corto circuito, in maniera da ridurre il peso della $\mathbf{I}_{1,0}$. Di conseguenza, è necessario realizzare valori bassi di R_2' e X_{d2}' e rendere più piccolo possibile il valore della corrente magnetizzante $\mathbf{I}_{1,\mu}$ (diminuendo la riluttanza del circuito magnetico ed il flusso nello stesso) e quello della componente attiva \mathbf{I}_{1a} , riducendo al minimo le perdite nel ferro. Sia il flusso sia le P_{Fe} dipendono dall’induzione di lavoro; per tale motivo nei TA si realizzano induzioni di lavoro con valori massimi dell’ordine di $0.1 \div 0.3 \text{ T}$, di gran lunga inferiori ai valori dei trasformatori di potenza ($\sim 1.7 \text{ T}$). Ciò si ottiene utilizzando sezioni di ferro grandi (in confronto con quelle degli altri trasformatori), piccole lunghezze del circuito magnetico, e bassa riluttanza ricorrendo a nuclei toroidali (come in fig.2.6) a cristalli orientati senza traferri.

Dalla fig.3.25 si deduce che il flusso di mutua è pari a:

$$\Phi_m = L_m \mathbf{I}_{1\mu} = \frac{X_m \mathbf{I}_{1\mu}}{j\omega} = (R_2' + j X_{d2}' + R_{amperom}) \mathbf{I}_2'$$

Affinché Φ_m ampi bassa ampiezza, come già detto, è necessario che non solo il carico (ad es. l’amperometro in figura) abbia bassa impedenza ma che anche i parametri interni del trasformatore abbiano valori bassi. Ciò si ottiene sia aumentando le sezioni di rame (per diminuire R_2' , sia riducendo il flusso di dispersione attraverso la realizzazione di avvolgimenti

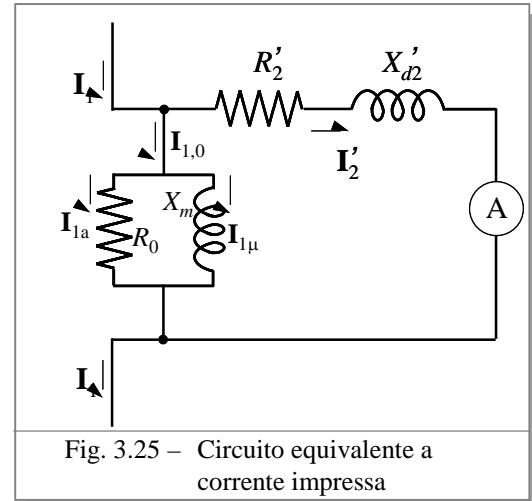


Fig. 3.25 – Circuito equivalente a corrente impressa

di piccolo spessore avvolti uniformemente intorno al nucleo, sia riducendo in numero di spire secondarie dal quale dipendono sia la R_2 che la X_{d2} . Siccome nel trasformatore si deve realizzare un certo rapporto spire, il minimo numero di spire secondarie che realizza tale rapporto imposto dall'applicazione si ha in corrispondenza di $N_1=1$. Per tale motivo, in numerosi casi il TA non ha il primario avvolto intorno al nucleo ma il cosiddetto *primario passante*, come rappresentato in fig. 3.26. Lo stesso conduttore in cui è presente la corrente I_1 che si intende misurare viene fatto passare nella parte interna del toro, in modo che nel nucleo si determini comunque un campo di induzione magnetica, indicato dalla linea tratteggiata in fig.3.26.

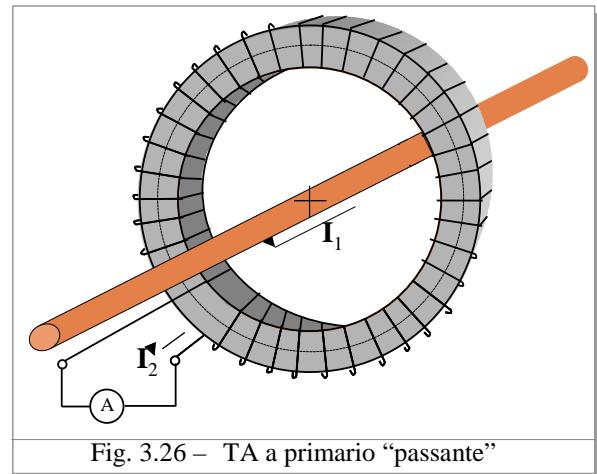


Fig. 3.26 – TA a primario “passante”

Nota:

Negli ultimi anni, con la diffusione dei convertitori statici, le correnti e le tensioni da misurare sono frequentemente non sinusoidali, con contenuti armonici non trascurabili. I TV ed i TA elettromagnetici descritti in questa sezione hanno mostrato nella pratica bande passanti dell'ordine dei 500 Hz; pertanto, nelle misure industriali (con fondamentale a 50 o 60 Hz) si prestano al rilievo di tensioni e correnti distorte con armoniche significative di basso ordine (non oltre la 11^a armonia nel migliore dei casi). Si è dovuto ricorrere ad esecuzioni speciali con materiali diversi o, in molti casi, a trasduttori che utilizzano un differente principio di funzionamento (ad es. TA ad effetto Hall compensati o ad inseguimento di flusso).