

Spostamento del centro stella

Considerato un trasformatore trifase con primario Y, siano e_A , e_B ed e_C i valori istantanei delle tensioni indotte nella fasi A, B e C del primario. Indicando con v_A , v_B e v_C le tensioni stellate d'alimentazione e con v_{AB} , v_{BC} e v_{CA} le rispettive concatenate, si ha:

$$\begin{cases} v_{AB} = e_A - e_B \\ v_{BC} = e_B - e_C \\ v_{CA} = e_C - e_A \end{cases}$$

nell'ipotesi di trascurare la caduta di tensione sulle impedenze longitudinali primarie.

D'altra parte si ha:

$$\begin{cases} e_A = v_A - v_{O'O} \\ e_B = v_B - v_{O'O} \\ e_C = v_C - v_{O'O} \end{cases}$$

con $v_{O'O}$ tensione del centro stella del trasformatore rispetto al centro stella di alimentazione. Se le tensioni di alimentazione costituiscono un sistema simmetrico e sinusoidale, risulta:

$$v_A + v_B + v_C = 0$$

da cui:

$$v_{O'O} = -e_0$$

con e_0 componente omopolare delle tensioni indotte primarie:

$$e_0 = \frac{1}{3}(e_A + e_B + e_C)$$

ovvero:

$$\begin{cases} e_A = v_A + e_0 \\ e_B = v_B + e_0 \\ e_C = v_C + e_0 \end{cases}$$

Se e_0 è alla stessa frequenza delle tensioni di rete, si parla di spostamento del centro stella. Se e_0 è a frequenza diversa, si parla di rotazione del centro stella. In questa sede è analizzato il fenomeno dello spostamento del centro stella.

In termini di fasori:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_A = \mathbf{V}_A + \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_B = \mathbf{V}_B + \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_C = \mathbf{V}_C + \mathbf{E}_0 \end{cases}$$

D'altra parte risulta:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_A = j\omega N_1 \Phi_A \\ \mathbf{E}_B = j\omega N_1 \Phi_B \\ \mathbf{E}_C = j\omega N_1 \Phi_C \end{cases}$$

con Φ_A , Φ_B e Φ_C flussi che si concatenano con i rispettivi avvolgimenti primari di N_1 spire. Si ricava:

$$\mathbf{E}_0 = j\omega N_1 \Phi_0$$

con

$$\Phi_0 = \frac{1}{3}(\Phi_A + \Phi_B + \Phi_C)$$

componente omopolare dei flussi di fase. I flussi si possono quindi scomporre nelle componenti diretta (che sostiene la stella simmetrica $\mathbf{V}_A$, $\mathbf{V}_B$, $\mathbf{V}_C$) e nella componente omopolare Φ_0 , che sostiene $\mathbf{E}_0$, ovvero lo spostamento del centro stella:

$$\begin{cases} \Phi_A = \Phi_A^d + \Phi_0 \\ \Phi_B = \Phi_B^d + \Phi_0 \\ \Phi_C = \Phi_C^d + \Phi_0 \end{cases}$$

Ovviamente risulta:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_A = j\omega N_1 \Phi_A^d \\ \mathbf{V}_B = j\omega N_1 \Phi_B^d \\ \mathbf{V}_C = j\omega N_1 \Phi_C^d \end{cases}$$

Dal momento che il sistema di alimentazione è simmetrico e sinusoidale si ha:

$$\begin{cases} \Phi_B^d = \Phi_A^d e^{-i\frac{2\pi}{3}} \\ \Phi_C^d = \Phi_A^d e^{+i\frac{2\pi}{3}} \end{cases}$$

E' quindi possibile esprimere i flussi attraverso il fasore di sequenza diretta $\Phi_d = \Phi_A^d$ e il fasore di sequenza omopolare Φ_0 .

Supponendo che il nucleo abbia una caratteristica lineare, è possibile scomporre le correnti magnetizzanti nelle componenti che sostengono la sequenza diretta e inversa del flusso:

$$\begin{cases} \Phi_d = \frac{N_1 \mathbf{I}_{\mu,d}}{\mathfrak{R}_d} \\ \Phi_0 = \frac{N_1 \mathbf{I}_{\mu,0}}{\mathfrak{R}_0} \end{cases}$$

Se il nucleo è a flusso vincolato si ha:

$$\mathfrak{R}_0 \gg \mathfrak{R}_d$$

ovvero elevati valori della componente omopolare delle correnti magnetizzanti generano modesti valori della componente omopolare del flusso.

Se il nucleo è a flusso non vincolato, la riluttanza alla sequenza omopolare è invece dello stesso ordine di grandezza della riluttanza alla sequenza diretta. Conseguentemente modesti valori della componente omopolare delle correnti magnetizzanti generano elevati valori della componente omopolare del flusso determinando pertanto un sostanziale spostamento del centro stella.

Considerando quindi un trasformatore trifase con nucleo a flusso non vincolato (ad esempio trimonofase o a stella complanare con 5 colonne), e ipotizzando per il secondario il collegamento y_n , si suppone che il carico sia alimentato tra la fase a e il neutro n.

La corrente i_a assorbita dal carico è funzione dell'impedenza del carico $\dot{Z}_a$. In particolare, in termini di fasori, risulta:

$$\mathbf{I}_a = \frac{N_2}{N_1} \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}_a}$$

D'altra parte la componente omopolare della magnetizzante riferita al primario è:

$$\mathbf{I}_{\mu,0} = \frac{1}{3N_1} (N_1 \mathbf{I}_A + N_1 \mathbf{I}_B + N_1 \mathbf{I}_C - N_2 \mathbf{I}_a - N_2 \mathbf{I}_b - N_3 \mathbf{I}_c) = -\frac{N_2}{3N_1} \mathbf{I}_a = -\frac{1}{3} \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}_a} = -\frac{1}{3} \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}_a'}$$

in cui $\dot{Z}_a'$ è l'impedenza $\dot{Z}_a$ riportata al primario:

$$\dot{Z}_a' = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \dot{Z}_a$$

Conseguentemente:

$$\Phi_0 = \frac{N_1 \mathbf{I}_{\mu,0}}{\mathfrak{R}_0} = -\frac{N_1}{3\mathfrak{R}_0} \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}_a'} \Rightarrow \mathbf{E}_0 = j\omega N_1 \Phi_0 = -j\omega \frac{N_1^2}{3\mathfrak{R}_0} \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}_a'}$$

Posto:

$$X_0 = \omega \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_0}$$

$$\mathbf{E}_0 = -\frac{j\omega X_0/3}{\dot{Z}_a'} \mathbf{E}_A$$
$$\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_A + \mathbf{E}_0$$
$$\mathbf{V}_A = \mathbf{E}_A + \frac{j\omega X_0/3}{\dot{Z}'_q} \mathbf{E}_A$$
$$\mathbf{I}'_a = \frac{\mathbf{E}_A}{\dot{Z}'_a} = \frac{\mathbf{V}_A}{\dot{Z}'_a \left(1 + \frac{j\omega X_0/3}{\dot{Z}'_a} \right)} = \frac{\mathbf{V}_A}{\dot{Z}'_a + j\omega X_0/3}$$
$$\mathbf{V}_{\text{O'O}} = -\mathbf{E}_0 = \frac{j\omega X_0/3}{R_a'} \mathbf{E}_A$$

Figura 1 – Spostamento del centro stella per carico puramente resistivo e resistenza $R_{a,1}$

Al variare di R_a , il vertice di $\mathbf{V}_{O'O}$ descrive quindi nel piano complesso la semicirconferenza di diametro $|\mathbf{V}_A|$ e di centro il punto $(0, |\mathbf{V}_A|/2)$ sull'asse immaginario. Alla Fig. 2 si ipotizza un aumento di carico individuando la posizione di O' a distanza maggiore da O rispetto alla situazione di Fig. 1; i vettori tracciati alla precedente figura vengono conservati in tratteggio per confronto.

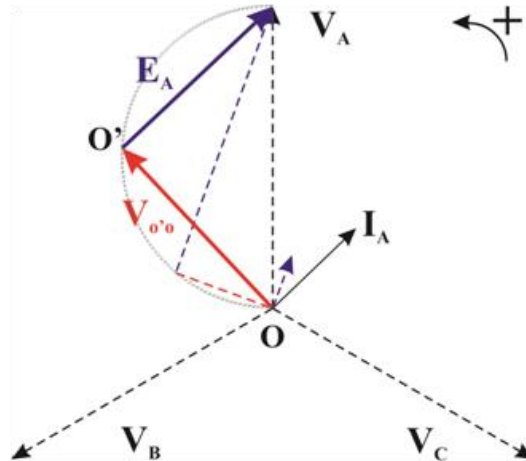


Figura 2 – Spostamento del centro stella per carico puramente resistivo e resistenza $R_{a,2} < R_{a,1}$

Ne risulta quindi che $|\mathbf{E}_A| < |\mathbf{V}_A|$ e che $\mathbf{E}_B \neq \mathbf{E}_C$. All'aumentare del carico il punto O' si muoverà sulla semicirconferenza tracciata in Fig. 2 in senso orario tendendo, per R_a che tende a zero, al punto estremo vettore di $\mathbf{V}_A$. In Fig. 3 si rappresenta la stella risultante delle tensioni al secondario per carichi crescenti.

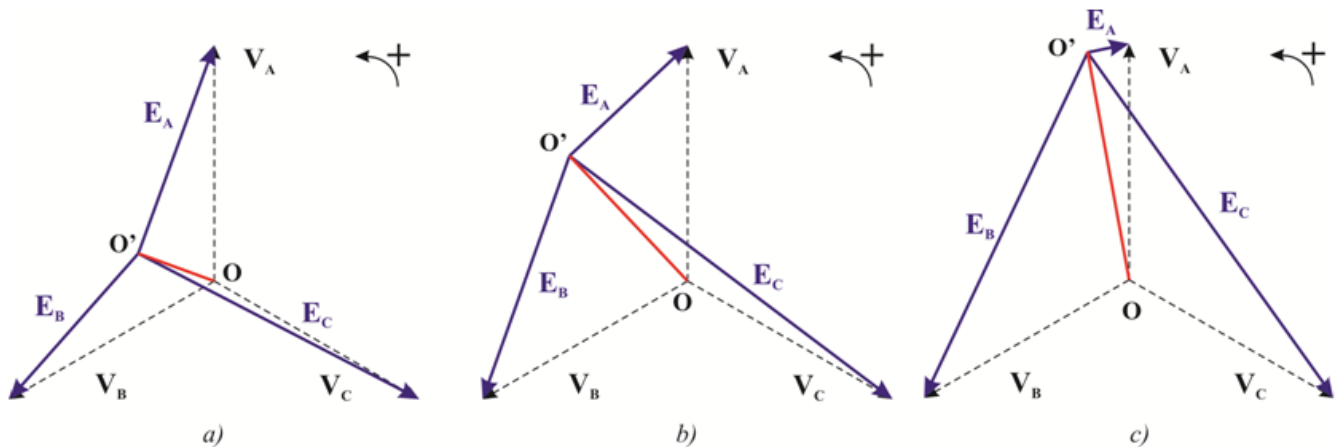


Figura 3 – Spostamento del centro stella per carico puramente resistivo al variare di R_a

In particolare:

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_{o'o} + \mathbf{E}_A \Rightarrow |\mathbf{V}_A|^2 = \left(1 + \left(\frac{X_0}{3R'_a}\right)^2\right) |\mathbf{E}_A|^2 \Rightarrow |\mathbf{E}_A| = \frac{|\mathbf{V}_A|}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_0}{3R'_a}\right)^2}}$$

Si ha quindi:

$$|\mathbf{I}'_a| = \frac{|\mathbf{V}_A|}{\sqrt{(R'_a)^2 + (X_0/3)^2}}$$

Il valore efficace della corrente richiamata al primario della fase caricata aumenta quindi al diminuire della resistenza R'_a . Al limite, quando la fase a è in cortocircuito rispetto al neutro, si ha:

$$|\mathbf{I}'_a| = 3 \frac{|\mathbf{V}_A|}{X_0}$$

che, in un trasformatore a flusso non vincolato, è comparabile con la corrente magnetizzante del trasformatore. In altri termini non è possibile trasferire una potenza sostenuta ad una sola fase del secondario in un trasformatore trifase Y_{ny} con nucleo a flusso non vincolato.

In un trasformatore a flusso vincolato, nel caso ideale risulta:

$$X_0 = 0$$

e conseguentemente

$$|\mathbf{E}_A| = |\mathbf{V}_A|$$

Questa relazione si può generalizzare affermando che in un trasformatore a flusso vincolato con riluttanza infinita al flusso omopolare non si verifica spostamento del centro stella in qualunque condizione di carico.