

Corso di Fisica Generale 1

a.a. 2018/2019

*corso di laurea in Ingegneria dell'Automazione,
Informatica, Biomedica, Telecomunicazioni ed Elettronica
canale CIS-FER e RON-Z*

19° lezione (13 / 12 / 2018)

Prof. Laura VALORE

Email : laura.valore@na.infn.it / laura.valore@unina.it

Pagina web : www.docenti.unina.it/laura.valore

Ricevimento : **appuntamento per email** – studio presso il Dipartimento di Fisica
(Complesso Universitario di Monte Sant'Angelo, Edificio 6) – stanza 1H09

Oppure Laboratorio (Hangar) 1H11c0

Gravitazione

La **gravitazione** è la tendenza dei corpi ad avvicinarsi : questo è vero sempre, sia per corpi puntiformi (particelle) che per corpi estesi di massa enorme (pianeti, galassie, ...)

La **forza gravitazionale**, che abbiamo già incontrato nel corso, sappiamo già che è la forza che ci tiene “attaccati” alla Terra. La stessa forza gravitazionale tiene la Luna vincolata alla Terra, e la Terra vincolata a ruotare attorno al Sole, etc. quindi non è una proprietà unica della Terra, ma esiste per tutti i corpi !

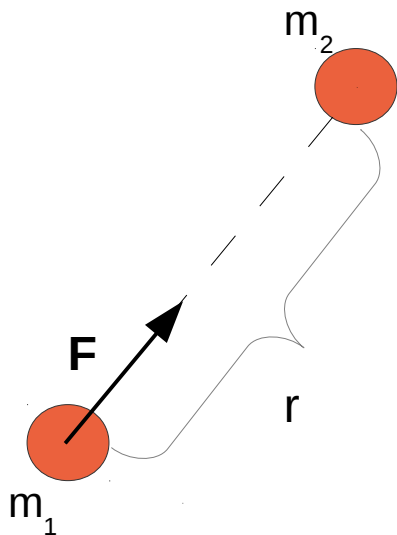
L'intensità della forza gravitazionale è legata alla massa : la massa della Terra è enorme e la nostra piccola massa ne risente, per questo siamo “attratti” dalla Terra. Due piccoli oggetti, con la loro piccola massa, risentiranno di un'attrazione talmente piccola da essere impercettibile.

Legge di Gravitazione di Newton

Date due particelle puntiformi, aventi massa m_1 ed m_2 , poste a distanza r una dall'altra, il modulo della forza che ciascuna esercita sull'altra è :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G è la costante gravitazionale e vale $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$



la forza F è la forza gravitazionale che la massa m_2 esercita sulla m_1 , che viene quindi attratta verso m_2 .

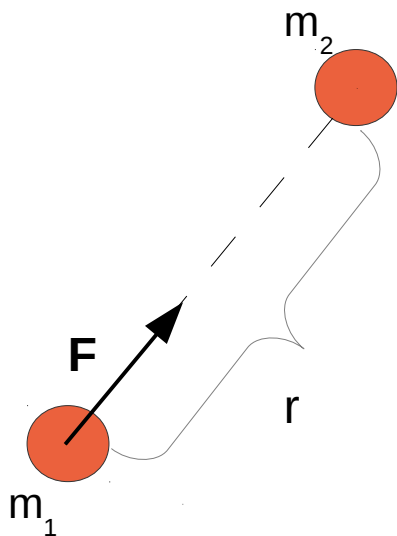
La **direzione** della forza è lungo la retta congiungente le due masse

Il **verso** va dalla massa attratta verso quella che attrae

Legge di Gravitazione di Newton

In forma vettoriale, la forza gravitazionale è

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$



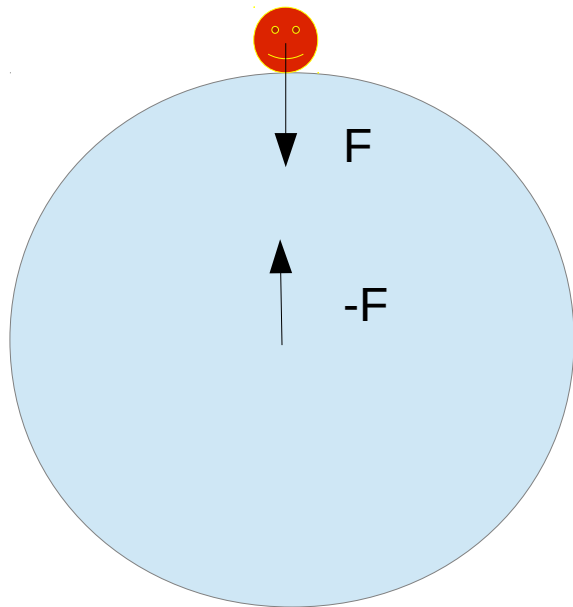
la forza gravitazionale che la massa m_1 esercita sulla m_2 è uguale e contraria a quella che m_2 esercita su m_1 : è una coppia azione-reazione.

La presenza di una terza particella tra m_1 ed m_2 non modificherebbe la forza gravitazionale che m_1 ed m_2 esercitano reciprocamente tra loro : non si può schermare.

Legge di Gravitazione di Newton

La legge di gravitazione nella formulazione appena vista è valida solo per corpi puntiformi. E' valida anche per due pianeti, perché rispetto alla distanza r che c'è tra loro, possono essere considerati puntiformi.

Ma cosa succede tra la Terra ed una mela? Sulla scala della distanza r tra loro, non possiamo approssimare la Terra ad oggetto puntiforme .



$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$

Un guscio sferico uniforme di materia attira una particella che si trova all'esterno come se tutta la massa dello strato sferico fosse concentrata nel suo centro

In base a questo teorema, la Terra si comporta come una particella avente massa pari a tutta la massa della Terra, ovvero come se tutta la massa fosse concentrata nel suo centro.

Principio di sovrapposizione

Le forze gravitazionali obbediscono al principio di sovrapposizione : quando interagiscono N particelle, la forza risultante $\mathbf{F}_{1,\text{net}}$ agente su una particella m_1 è pari alla somma delle forze che tutte le particelle esercitano su m_1

$$\mathbf{F}_{1,\text{net}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_{1,i}$$

La risultante $\mathbf{F}_{1,\text{net}}$ è la somma di tutte le forze gravitazionali che ciascuna particella (2,3,4, ... ,N) esercita sulla particella m_1 →

$$\rightarrow \mathbf{F}_{1,\text{net}} = \mathbf{F}_{1,2} + \mathbf{F}_{1,3} + \mathbf{F}_{1,4} + \dots + \mathbf{F}_{1,N}$$

è una somma vettoriale!

L'effetto risultante sulla particella m_1 è dato dalla somma dei singoli effetti che ciascuna forza produce singolarmente.

Gravità in prossimità della superficie terrestre

Assimiliamo la Terra ad una sfera piena omogenea di massa M

l'intensità della forza gravitazionale F agente su una particella di massa m posta all'esterno della Terra a distanza r dal suo centro sarà :

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

applicando la seconda legge di Newton, troviamo l'accelerazione di gravità cui è sottoposta la particella di massa m lasciata libera di cadere :

$$F = ma_g \rightarrow a_g = GM/r^2$$



Gravità in prossimità della superficie terrestre

Assimiliamo la Terra ad una sfera piena omogenea di massa M

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

questa è solo un'approssimazione!



In realtà :

- 1) la massa della Terra non è distribuita in modo uniforme
- 2) la forma della Terra non è perfettamente sferica
- 3) la Terra ruota attorno al suo asse di rotazione



il valore di a_g varia a seconda della posizione.

Energia potenziale gravitazionale

Generalizziamo il concetto di energia potenziale gravitazionale già incontrato ($U = mgh$)

Consideriamo due particelle di massa m_1 ed m_2 poste a distanza r tra loro :

Stabiliamo che l'energia potenziale $U = 0$ per distanza r infinita tra le due particelle : a distanza infinita, non c'è attrazione gravitazionale tra le due particelle.

Per qualsiasi distanza finita r , l'energia potenziale gravitazionale assumerà valori negativi ed aumenta in modulo all'avvicinarsi delle due particelle

$$U = - GMm/r$$

l'energia potenziale gravitazionale di un sistema di due particelle m ed M separate da una distanza r è l'opposto del lavoro che dovrebbe svolgere la forza gravitazionale per portare le due particelle da distanza infinita a distanza r tra loro

Parliamo di energia potenziale del sistema di due particelle : finora, abbiamo sempre parlato di energia potenziale attribuita ad un oggetto perché $M_{\text{Terra}} \gg m_{\text{oggetto}} \rightarrow$ le variazioni di energia sono significative solo per l'oggetto.

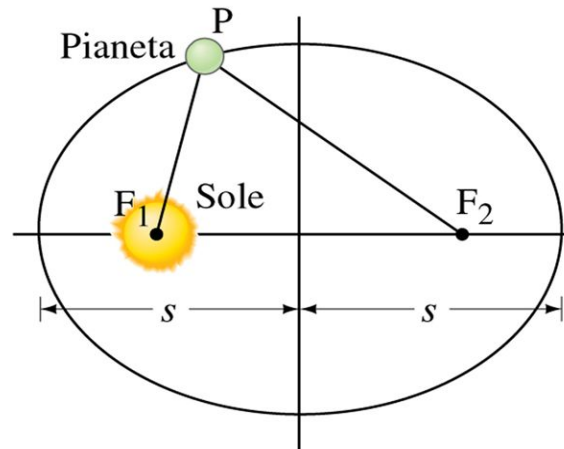
Leggi di Keplero

Il moto dei pianeti e dei satelliti, naturali ed artificiali, è regolato dalle 3 leggi di Keplero. Queste tre leggi sono una conseguenza della legge di gravitazione universale.

1° legge di Keplero :

tutti i pianeti si muovono su orbite ellittiche, di cui il sole occupa uno dei due fuochi

I legge di Keplero



Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

$M_{\text{Sole}} \gg m_{\text{pianeta}} \rightarrow$ centro di massa del sistema circa uguale alla posizione del Sole

s = semiasse maggiore

e = eccentricità, definita in modo tale che es = distanza dal centro dei fuochi.

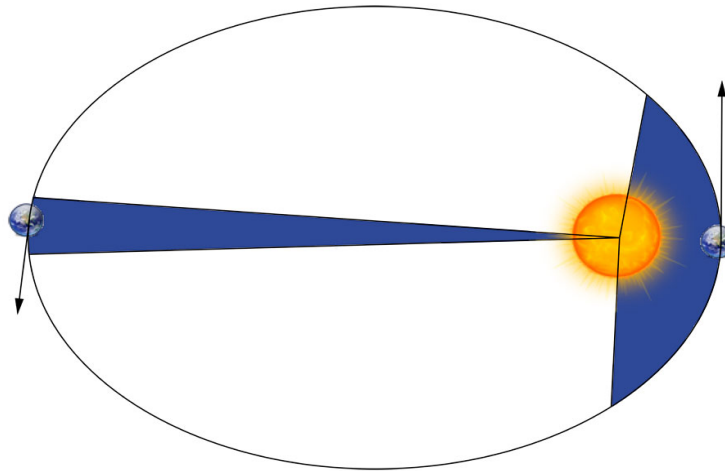
Se $e = 0$, stiamo definendo una circonferenza (fuochi coincidono con il centro) : le eccentricità dei pianeti sono così piccole che quasi non distinguiamo da circonferenze

Leggi di Keplero

2° legge di Keplero :

Il segmento che collega un pianeta al Sole descrive aree uguali in tempi uguali

Per descrivere aree uguali in tempi uguali, il pianeta si muove piu' lentamente quando si trova piu' vicino al Sole (perielio) e piu' velocemente quando si trova piu' lontano dal Sole (afelio)



La 2° legge di Keplero non è altro che la legge di conservazione del momento angolare applicata al caso della Terra che ruota attorno al Sole !

$$dA/dt = \text{costante} \rightarrow L = \text{costante}$$

2° legge di Keplero come conservazione del momento angolare

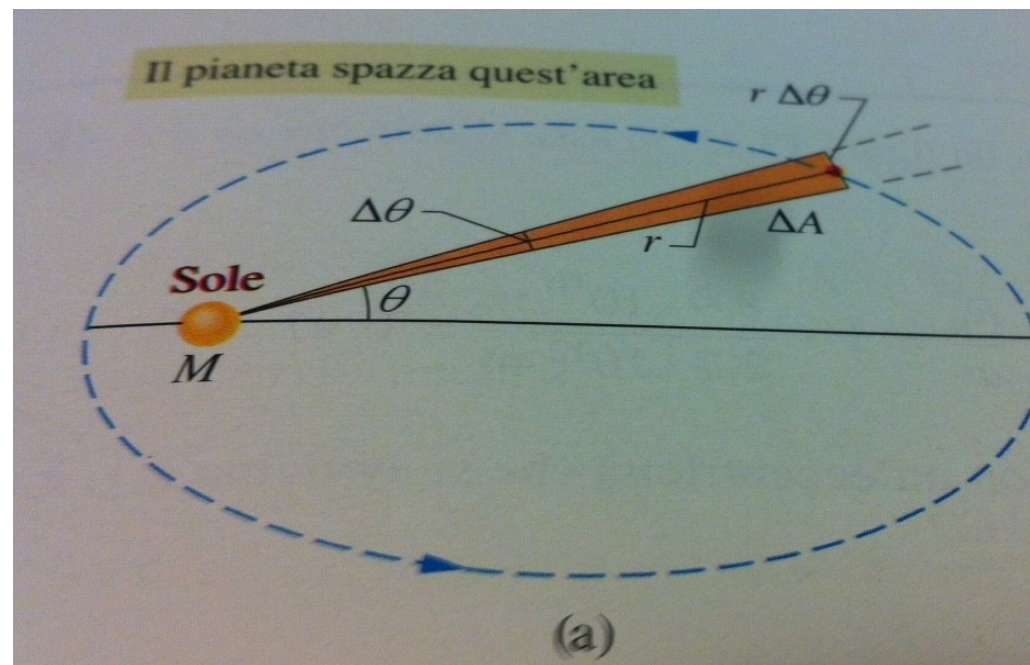
L'area ΔA dello spicchio è quasi coincidente con l'area coperta nel tempo Δt dal segmento r che collega la Terra al Sole.

ΔA è circa uguale al triangolo di base $r\Delta\theta$ ed altezza $r \rightarrow \Delta A = \frac{1}{2} r^2 \Delta\theta$
questa espressione è tanto più precisa quanto più Δt , e quindi $\Delta\theta$, tende a zero.

La rapidità con cui viene coperta l'area ΔA è :

$$dA/dt = \frac{1}{2} r^2 d\theta/dt = \frac{1}{2} r^2 \omega$$

dove ω è la velocità angolare del segmento che congiunge la Terra al Sole



2° legge di Keplero come conservazione del momento angolare

La rapidità con cui viene coperta l'area ΔA è :

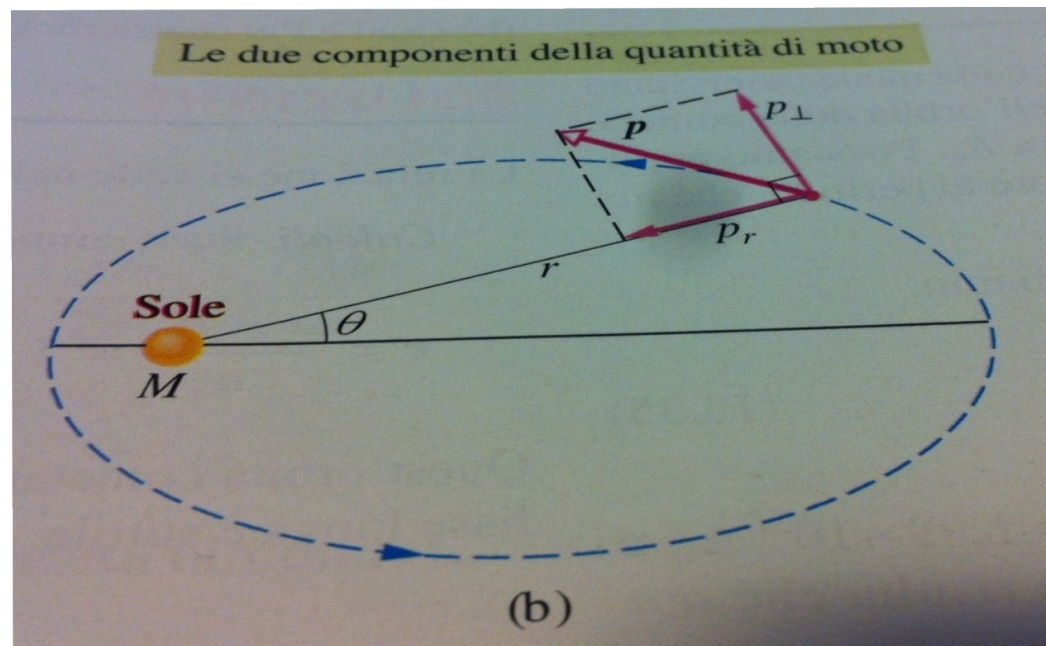
$$dA/dt = \frac{1}{2} r^2 d\theta/dt = \frac{1}{2} r^2 \omega$$

dove ω è la velocità angolare del segmento che congiunge la Terra al Sole

Il momento angolare L della Terra rispetto al Sole è

$$L = r p_{\perp} = r(mv_{\perp}) = rm(\omega r) = mr^2\omega \quad \rightarrow \quad r^2\omega = L/m \quad \text{da cui} \quad \rightarrow \quad dA/dt = \frac{1}{2} L/m$$

Quindi, se dA/dt è costante $\rightarrow L$ è costante : questa è la legge di conservazione del momento angolare.



Leggi di Keplero

3° legge di Keplero :

Il quadrato del periodo di un pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore della sua orbita

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3$$

Se consideriamo un'orbita circolare di raggio r (a questo punto semiasse maggiore = r) applicando $F = ma$ otteniamo :

$$F = GMm/r^2 = ma_c = m(\omega^2 r)$$

il periodo del moto è $T = 2\pi/\omega \rightarrow \omega = 2\pi/T$

$$\rightarrow GMm/r^2 = m(4\pi^2/T^2)r \rightarrow T^2 = \frac{m4\pi^2 r}{(GMm/r^2)} \rightarrow \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3$$

la quantità tra parentesi è una costante a parte la massa M del corpo centrale (attrattore)

I fluidi

Un fluido, a differenza di un solido, può scorrere e prendere la forma del contenitore.

Sia liquidi che gas sono fluidi

Per studiare il comportamento dei fluidi, dobbiamo conoscere le loro proprietà punto per punto → definiamo **densità** e **pressione**.

La **densità**, o massa volumica, di un fluido uniforme è $\rho = m/V$

- E' uno scalare e la sua unità di misura nel S.I. è il kg/m^3

La **pressione** esercitata da un fluido su un'area piana è $p = F/A$

dove F è la forza esercitata dal fluido sull'area A, equamente distribuita su tutti i punti di quest'area.

- La pressione è uno scalare (la F nella formula è solo l'intensità della forza, ovvero il suo modulo)
- L'unità di misura della pressione nel S.I. è il pascal (Pa)

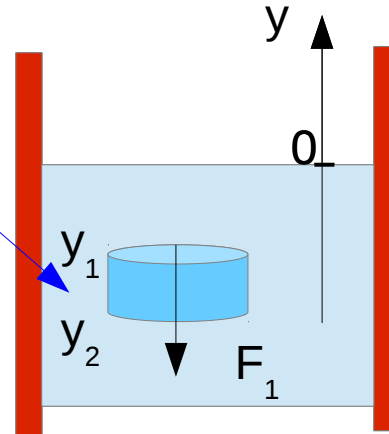
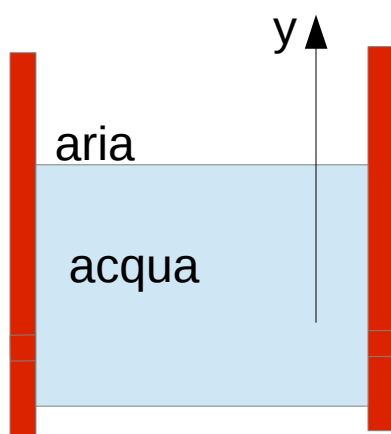
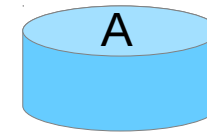
Fluidi a riposo

La pressione del mare aumenta con la profondità

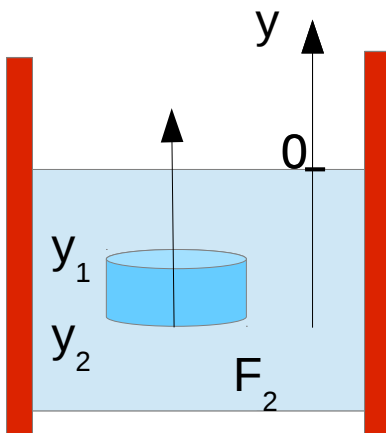
La pressione atmosferica diminuisce con la quota

Stiamo parlando di **pressioni idrostatiche**, perché si riferiscono a fluidi a riposo.

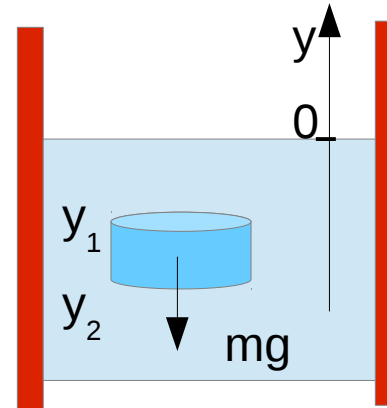
Studiamo l'aumento di pressione dell'acqua con la profondità. Consideriamo un **elemento d'acqua** contenuto in un cilindro di area di base A e valutiamo le forze in gioco



F_1 → forza verso il basso dovuta alla pressione dell'acqua sulla superficie superiore del cilindro



F_2 → forza verso l'alto dovuta alla pressione dell'acqua sulla superficie inferiore del cilindro



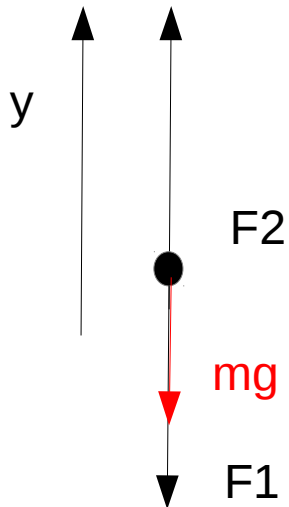
mg → forza di gravità applicata all'acqua contenuta nel cilindro

Fluidi a riposo

pressioni idrostatiche → fluido a riposo →

→ risultante delle forze deve essere nulla

DIAGRAMMA DELLE FORZE



$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_2 = F_1 + mg$$

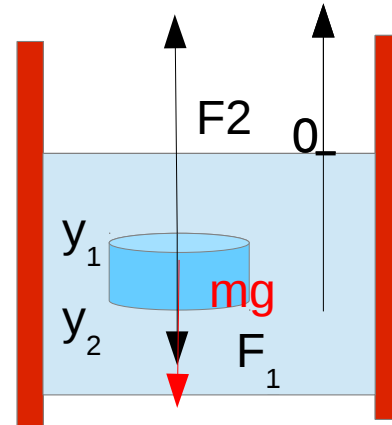
In funzione della pressione e della densità :

$$F_1 = p_1 A \quad F_2 = p_2 A \quad \rho = m/V \rightarrow m = \rho V = \rho A(y_2 - y_1)$$

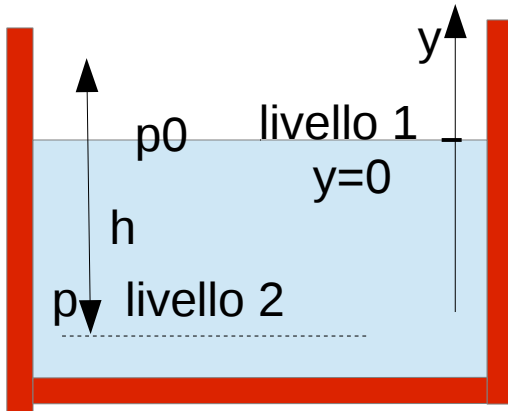
$$\rightarrow p_2 A = p_1 A + \rho A g (y_2 - y_1)$$

$$\rightarrow p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1)$$

valida sia per i fluidi sotto la superficie che per l'atmosfera in funzione della quota



Pressione idrostatica



Cerchiamo la pressione p alla profondità h sotto la superficie di un fluido

posta p_0 = pressione atmosferica alla superficie (livello 1)
e p = pressione alla profondità $-h$ (livello 2) :

Livello 1	$y_1 = 0$	$p_1 = p_0$
Livello 2	$y_2 = h$	$p_2 = p$

$p_2 = p_1 + \rho g(y_2 - y_1)$ diventa

$$p = p_0 + \rho gh$$

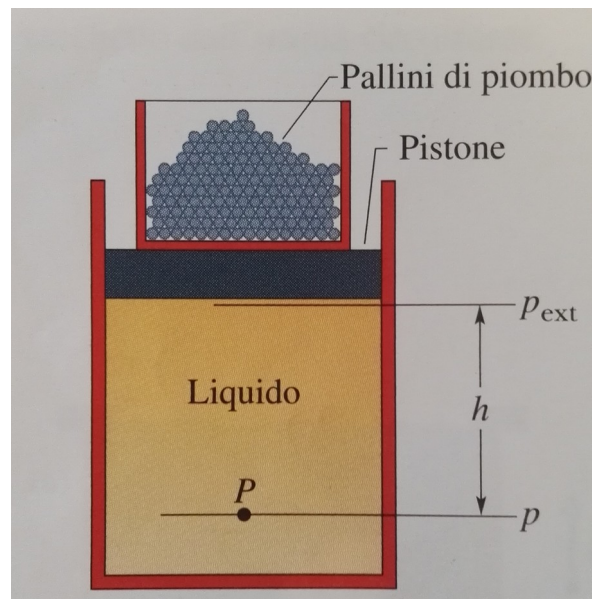
La pressione in un punto di un fluido in equilibrio statico dipende solo dalla profondità di quel punto e non da alcuna dimensione orizzontale né dalle caratteristiche del contenitore

Principio di Pascal

Un cambiamento di pressione applicato ad un fluido confinato viene trasmesso inalterato ad ogni porzione di fluido ed alle pareti del recipiente che lo contiene

ogni volta che schiacciamo un contenitore per far uscire il contenuto stiamo applicando il principio di Pascal !

$p = p_{\text{ext}} + \rho gh \rightarrow$ se vario p_{ext} , la quantità ρgh non varia $\rightarrow \Delta p = \Delta p_{\text{ext}}$
quindi il cambiamento di pressione applicato all'esterno si propaga su tutti i punti del liquido.



Principio di Archimede

Un corpo immerso in un fluido è soggetto ad una spinta verso l'alto ("spinta di galleggiamento) di intensità pari al peso del fluido spostato dal corpo stesso.

$$F_A = m_F g$$

La spinta verso l'alto esiste perché la pressione del fluido circostante aumenta all'aumentare della profondità.

Quando un corpo galleggia in un fluido, il modulo F_A della spinta di galleggiamento eguaglia il modulo della forza gravitazionale F_G ed è uguale al peso del fluido spostato

