

1.1.3 I cicli termodinamici reversibili

Le ultime considerazioni nel precedente paragrafo introducono alla necessità di realizzazione di un ciclo termodinamico per ottenere lavoro utile disponibile all'esterno.

Si tratteranno dapprima i cicli "reversibili" (vale a dire quelli ideali o limite) per i quali si assumerà che ogni trasformazione sia caratterizzata dall'uguaglianza di secondo principio $ds = \delta Q/T$ e sia quindi esente da produzioni interne di entropia.

Come già visto, una semplice catena costituita da una compressione e un'espansione, ambedue adiabatiche reversibili, non produrrebbe alcun effetto utile nel bilancio di energia meccanica con l'esterno. E' pertanto necessario che la fase di espansione abbia a disposizione una "caduta" di energia interna o di entalpia maggiore del corrispondente incremento realizzato nella fase di compressione. A tal fine, la situazione rappresentata nella figura 1 andrebbe, ad esempio modificata come in fig. 3.

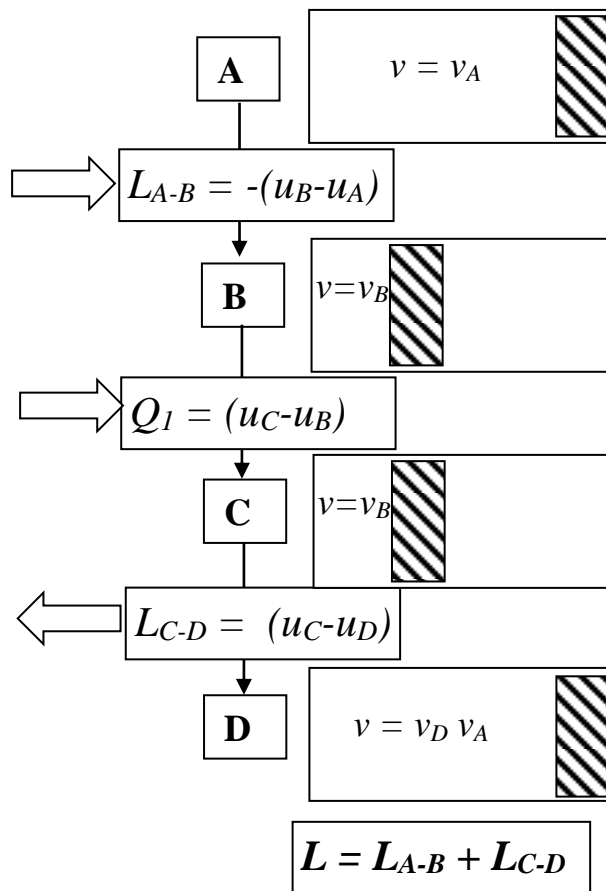


Fig. 3

Analogamente, il sistema in fig. 2 andrebbe modificato come in figura 4.

In ambedue i casi, quindi, è stata introdotta tra la fase di compressione, A-B, e quella di espansione, C-D, una *fase di adduzione di calore*, B-C, il cui scopo è quello di incrementare ulteriormente l'energia interna (o l'entalpia) del fluido per ottenere un lavoro di espansione più elevato di quello richiesto dalla compressione.

Il bilancio netto di energia meccanica è rappresentato quindi dalla somma algebrica dei due lavori:

$$L = L_{A-B} + L_{C-D} = L_{C-D} - |L_{A-B}| \quad (20)$$

e fornisce quindi il lavoro, L , ottenuto dalla sequenza di trasformazioni $A-B$, $B-C$, $C-D$. Va però osservato che tale sequenza non è riproducibile (come avveniva, invece, per i casi più semplici presentati nelle figg. 1 e 2) senza riportare il sistema nelle condizioni relative allo stato A .

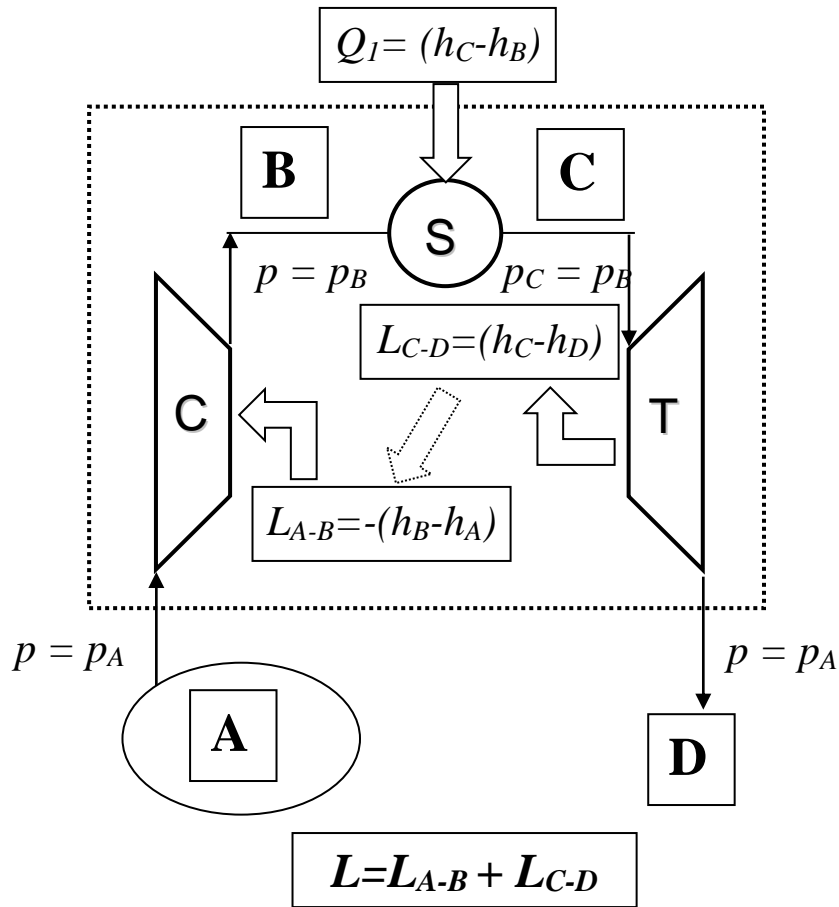


Fig. 4

Infatti, dall'esame delle figg. 3 e 4 è solo possibile affermare che:

- Il sistema chiuso in fig. 3 ha raggiunto, al termine della fase di espansione adiabatica un volume specifico finale v_D pari a quello, v_A , iniziale della compressione.
- Il sistema aperto di fig. 4 ha restituito il fluido, al termine dell'espansione in turbina, alla stessa pressione, $p_D = p_A$, cui è stato prelevato per la fase di compressione.

Tali considerazioni non implicano, però, l'uguaglianza degli stati A e D , in quanto la fase di adduzione di calore $B-C$ ha provocato un aumento di entropia. E' infatti:

$$Q_1 = \int_{s_B}^{s_C} T ds = T_{m1} (s_C - s_B) > 0 \quad (21)$$

e va inoltre ricordato che, essendosi considerate adiabatiche reversibili le trasformazioni di compressione e di espansione, risulta:

$$(s_D - s_A) = (s_C - s_B) \quad (22)$$

Dalla (21) è inoltre possibile dedurre che l'entità dell'aumento di entropia $(s_C - s_B)$ dipende dalla quantità di calore somministrato, Q_1 , e dal regime medio di temperatura della trasformazione $B-C$, rappresentato dalla **temperatura media di adduzione di calore** T_{m1} , in accordo alla definizione (6).

Una volta fissata la quantità di calore Q_1 , l'aumento di entropia è quindi in generale determinabile in base a:

- Il tipo di trasformazione stabilito per la fase $B-C$. Nelle figure 3 e 4 si sono, ad esempio, ipotizzate trasformazioni rispettivamente a volume e a pressione costante, tali quindi da non comportare trasferimenti di energia meccanica nel caso di sistemi chiusi (fig. 3) o aperti (fig. 4).
- La natura del fluido. L'andamento delle temperature durante la fase di adduzione di calore dipende, ad esempio, dal valore del calore specifico o da un eventuale passaggio di fase.

Il valore della temperatura T_{m1} dipende inoltre da quello raggiunto al termine della fase di compressione T_B .

La (22) stabilisce, inoltre, che tra lo stato D e quello A esiste certamente una differenza positiva di entropia. Il ritorno del sistema allo stato A è quindi possibile solo attraverso un'ulteriore trasformazione, $D-A$, che provochi una diminuzione della sua entropia. In base alle relazioni di II principio, è quindi necessaria una **fase di sottrazione di calore** tale che risulti:

$$Q_2 = \int_{s_D}^{s_A} T ds = T_{m2} (s_A - s_D) < 0 \quad (23)$$

Solo una volta operata la “chiusura” del **ciclo di trasformazioni** con quest'ultima fase, è possibile stimare il bilancio dei trasferimenti di energia tra il sistema e l'ambiente esterno. In base alle relazioni di I principio, ed essendo stato riportato il sistema al livello iniziale di energia, u_A o h_A , risulta:

$$L_u = L_{C-D} - |L_{A-B}| = Q_1 - Q_2 \quad (24)$$

E' quindi possibile affermare che sicuramente il **lavoro utile del ciclo**, L_u , sarà inferiore al calore Q_1 somministrato, dovendo il sistema restituire all'esterno la quantità di calore Q_2 . In base alle ipotesi fatte – di reversibilità di tutte le trasformazioni – l'entità del calore Q_2 dipende dall'incremento di entropia ($(s_C - s_B) = (s_D - s_A)$) generato dalla fase di adduzione di calore e dalla temperatura media T_{m2} di restituzione del calore:

$$|Q_2| = T_{m2} (s_C - s_B) = Q_1 \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \quad (25)$$

Il **rendimento del ciclo termodinamico**, η , sarà perciò dato da:

$$\eta = \frac{L_u}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \quad (26)$$

Essendosi ipotizzato un comportamento “ideale” della macchina, tale rendimento sarà assimilabile a un **rendimento ideale** o a un **rendimento limite**, a seconda delle ipotesi sulla natura del fluido evolvente. E' quindi possibile generalizzare la precedente relazione (26) affermando che il rendimento del ciclo di riferimento di qualunque macchina termica, nelle ipotesi di ciclo ideale o limite, è pari a:

$$\eta_{id} = \eta_L = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \quad (27)$$

Questo risultato, ottenuto riferendosi ai semplici esempi nelle figg. 3 e 4, è generalizzabile a cicli termodinamici più complessi che verranno analizzati nel seguito, caratterizzati ad esempio da più fasi di compressione e di espansione. Purché valga l'ipotesi di reversibilità delle trasformazioni, l'espressione (27) del rendimento termodinamico η , η_{id} , o η_L , risulta comunque valida in quanto

derivante dal fatto che l'unico aumento di entropia nel ciclo è provocato dalla fase (o dalle fasi) di adduzione di calore.

Valgono, infine, le seguenti considerazioni:

- L'espressione (26) del rendimento rappresenta l'estensione a un ciclo qualsiasi della nota espressione del rendimento del ciclo di Carnot:

$$\eta_{CAR} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (28)$$

in cui T_1 e T_2 sono rispettivamente le temperature – costanti – di adduzione e sottrazione di calore. Mentre, però, tale risultato è applicabile a un ciclo reversibile di Carnot indipendentemente dalla natura del fluido, le temperature medie T_{m1} e T_{m2} risultano dal regime medio in trasformazioni non isoterme e dipendono quindi dal tipo di fluido evolvente.

- Il confronto tra l'espressione (28) del rendimento del ciclo di Carnot e quelle (26) di un ciclo qualsiasi conferma come, a parità di temperature estreme, risulti sempre $\eta_{CAR} \geq \eta$ essendo T_2 e T_1 la massima e la minima temperatura del ciclo in esame e quindi, rispettivamente:

$$\begin{cases} T_1 \geq T_{m1} \\ T_2 \leq T_{m2} \end{cases} \quad (29)$$

- Ogni metodo per migliorare il rendimento del ciclo di riferimento, ideale o limite, di una macchina termica comporta necessariamente il miglioramento del rapporto T_{m1}/T_{m2} . E' da rilevare come migliorare tale rapporto non derivi necessariamente da un aumento della massima temperatura del ciclo o dalla diminuzione della minima. Esistono casi – che verranno presentati nel seguito – in cui un aumento della temperatura massima comporta un aumento non solo della T_{m1} ma anche della T_{m2} , lasciando così inalterato il rapporto tra le due temperature medie.

1.1.4 I cicli termodinamici irreversibili

Come è noto, nei cicli reali delle macchine termiche si verificano irreversibilità interne alle singole trasformazioni che si traducono, in base al secondo principio della termodinamica, in generazioni di entropia che si sommano agli aumenti associati alla fase di adduzione di calore.

Nell'ipotesi – puramente esemplificativa – in cui le fasi di trasferimento di calore con l'esterno permangano reversibili, resterà possibile definire le temperature medie di adduzione e sottrazione di calore in base alle variazioni di entropia associate alle rispettive trasformazioni (fig. 3):

$$Q_1 = T_{m1}(s_C - s_B) \quad (30)$$

$$|Q_2| = T_{m2}(s_D - s_A) \quad (31)$$

Se però le due trasformazioni adiabatiche (A-B) e (C-D) presentano delle irreversibilità interne, sarà anche:

$$\begin{cases} s_B > s_A \\ s_D > s_C \end{cases} \quad (32)$$

E quindi:

$$(s_D - s_A) > (s_C - s_B) \quad (33)$$

Di conseguenza, il rendimento termodinamico, definito in accordo alla (26) come:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (34)$$

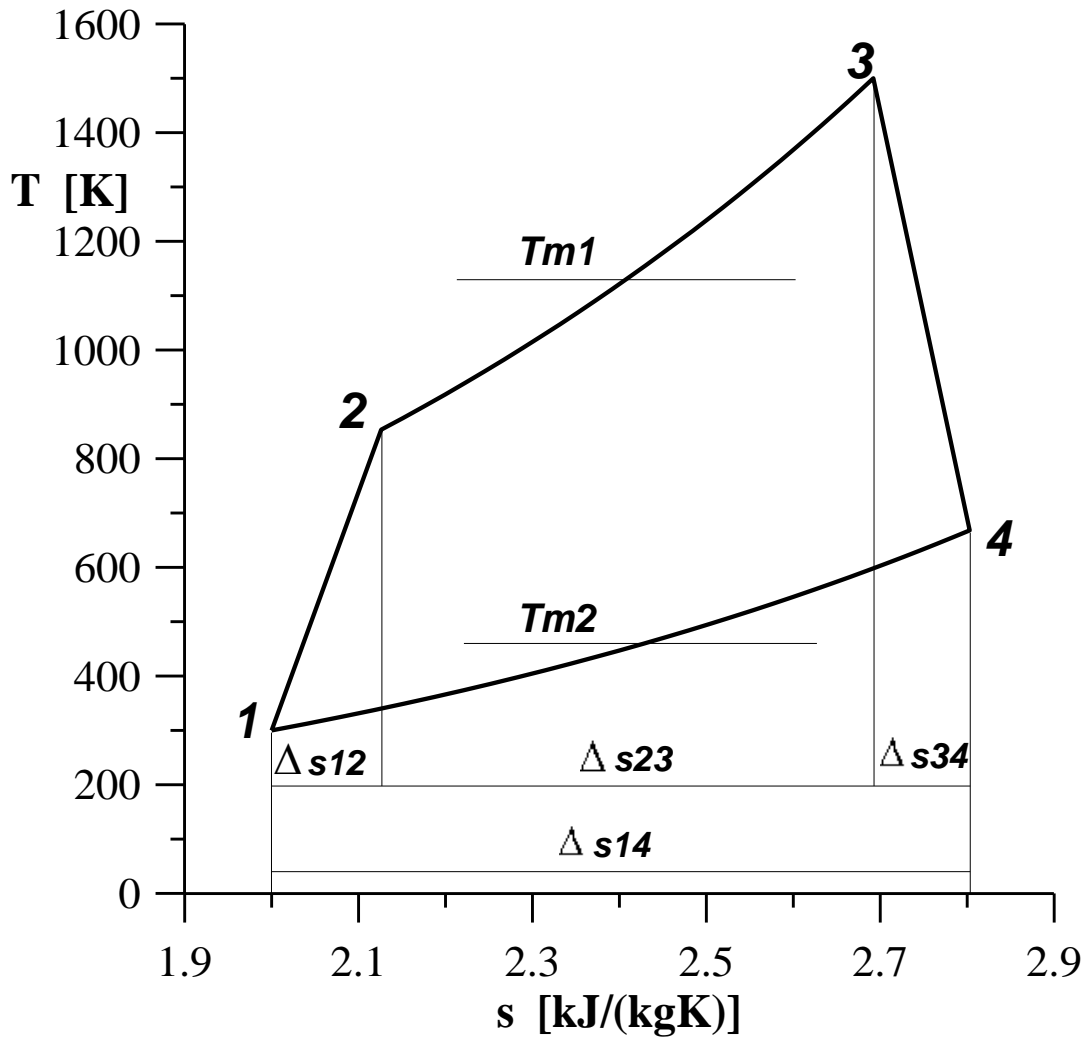
potrà essere ancora valutato in base alle temperature medie ma tenendo conto delle differenti variazioni di entropia nelle fasi di sottrazione e adduzione di calore:

$$\eta = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \frac{s_D - s_A}{s_C - s_B} = 1 - \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \sigma \quad (35)$$

in cui è stato introdotto il fattore di irreversibilità, σ , il cui valore risulta unitario solo in presenza di trasformazioni del ciclo tutte internamente reversibili. Nei cicli reali risulterà invece $\sigma > 1$, incrementando quindi il termine sottrattivo nell'espressione del rendimento.

Pertanto, il miglioramento del rendimento termodinamico comporta non solo l'abbassamento del rapporto delle temperature medie di sottrazione e adduzione di calore ma anche il controllo del fattore di irreversibilità.

CICLI REALI DELLE T.G



$$\Delta s_c = \Delta s_{12} = c_p \lambda \ln \beta \left(\frac{1}{\eta_{pc}} - 1 \right)$$

$$\Delta s_{Q1} = \Delta s_{23} = c_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right)$$

$$\Delta s_t = \Delta s_{34} = c_p \lambda \ln \beta (1 - \eta_{pt})$$

$$\Delta s_{Q2} = \Delta s_{14} = c_p \ln \left(\frac{T_4}{T_1} \right) = \Delta s_c + \Delta s_{Q1} + \Delta s_t$$

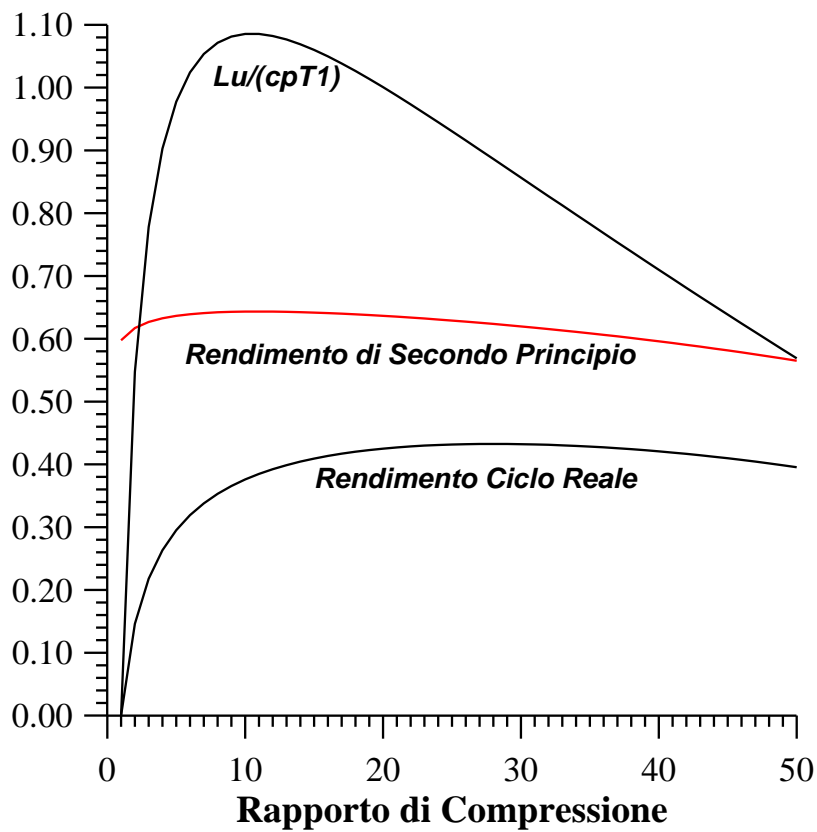
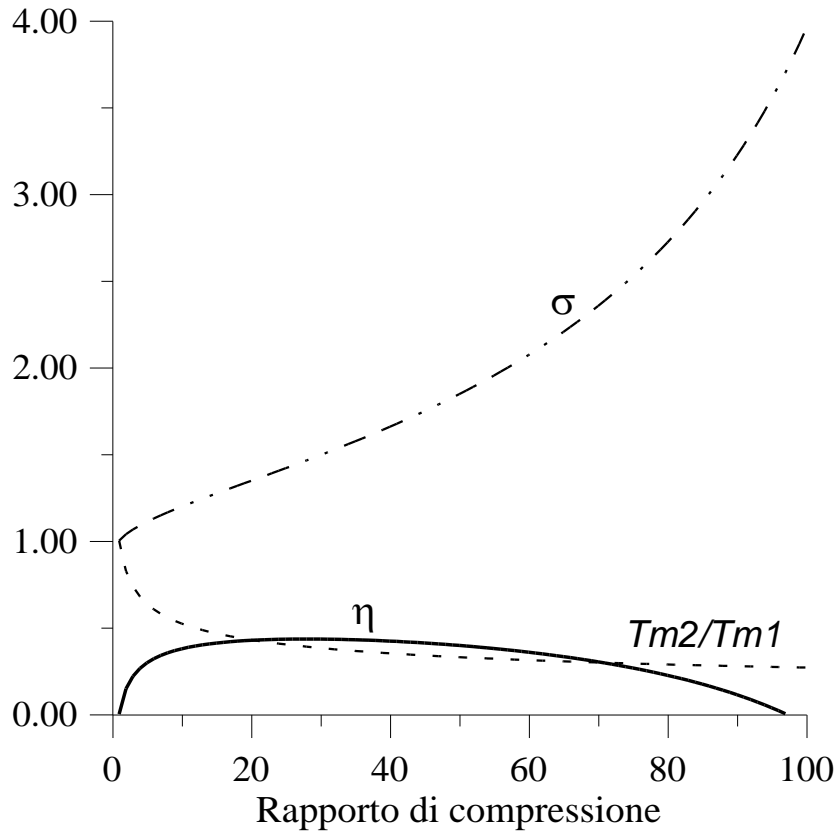
Fattore di Irreversibilità:

$$\sigma = \frac{\Delta s_{Q2}}{\Delta s_{Q1}} = 1 + \frac{\Delta s_c + \Delta s_t}{\Delta s_{Q1}}$$

CICLI REALI DELLE T.G

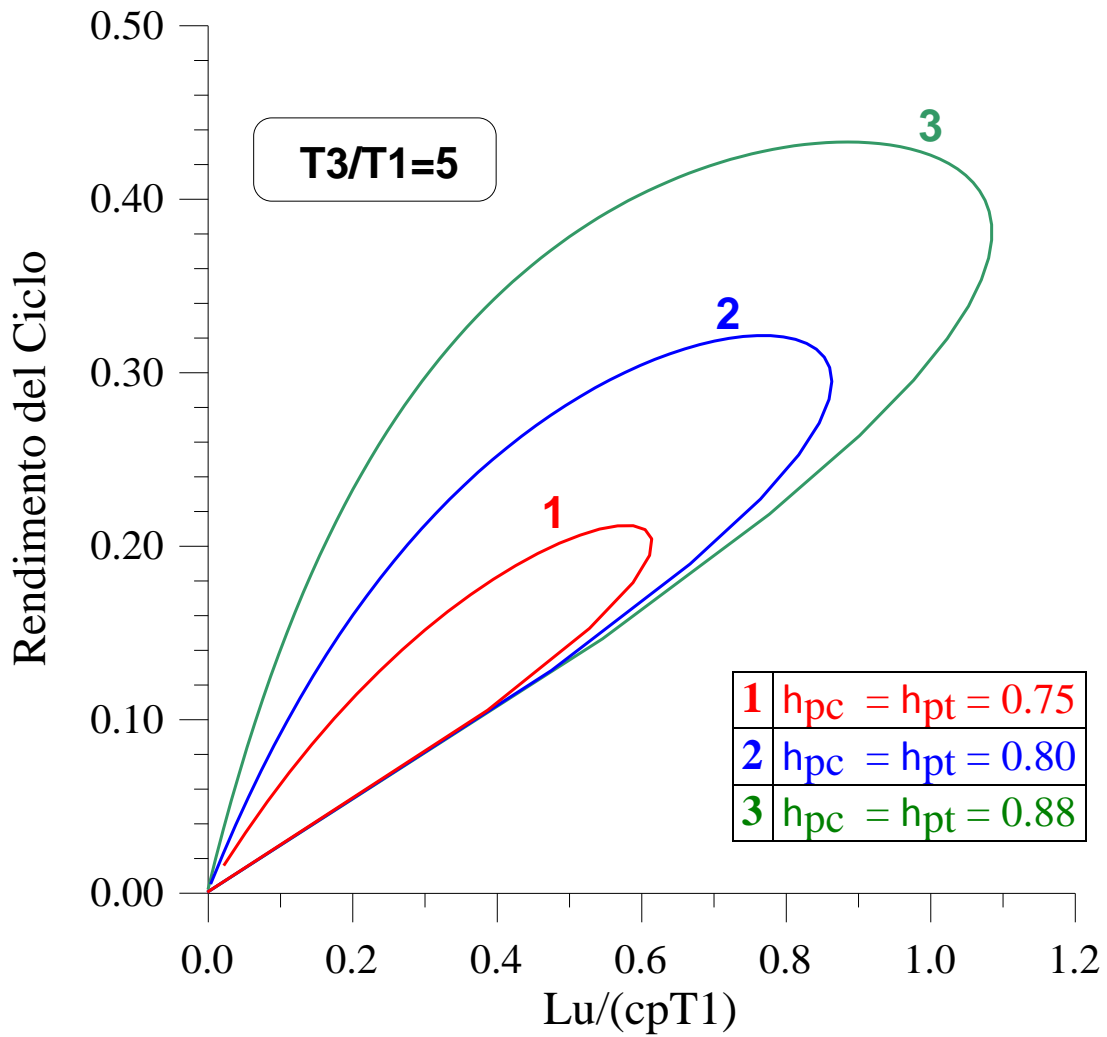
$$T_1 = 300 \text{ K} \quad ; \quad T_3 = 1500 \text{ K}$$

$$\eta_{pc} = \eta_{pt} = 0.88$$



CICLI REALI DELLE T.G

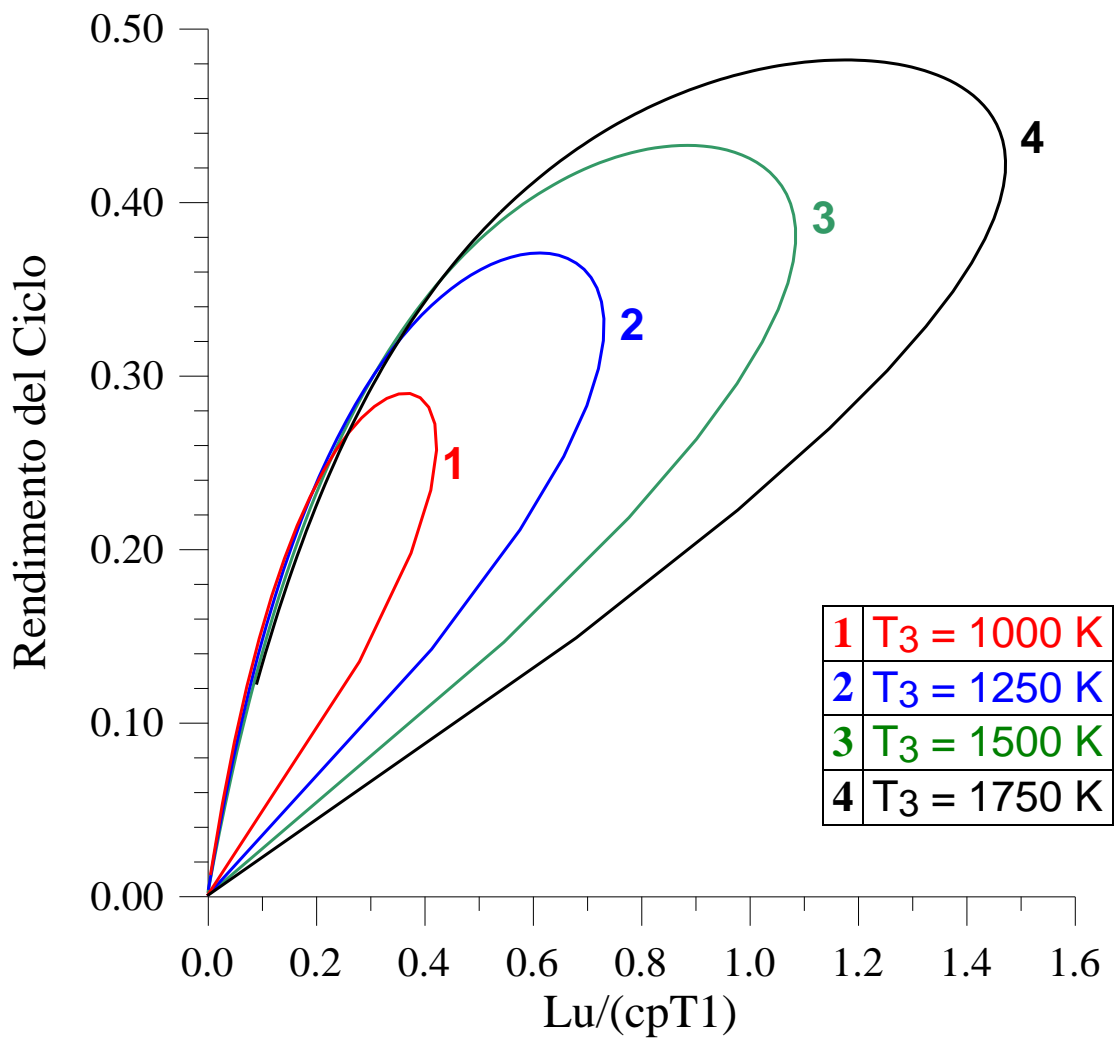
Rendimento e Lavoro del ciclo semplice al variare dei rendimenti di turbina e compressore



CICLI REALI DELLE T.G

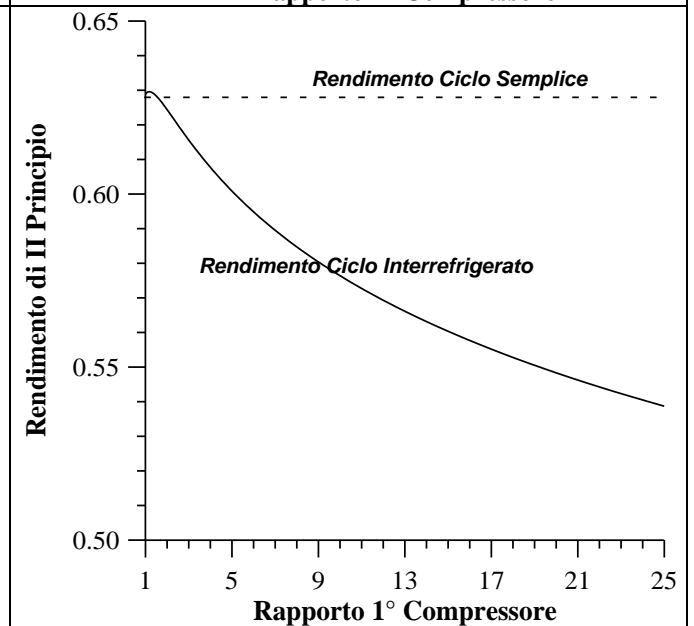
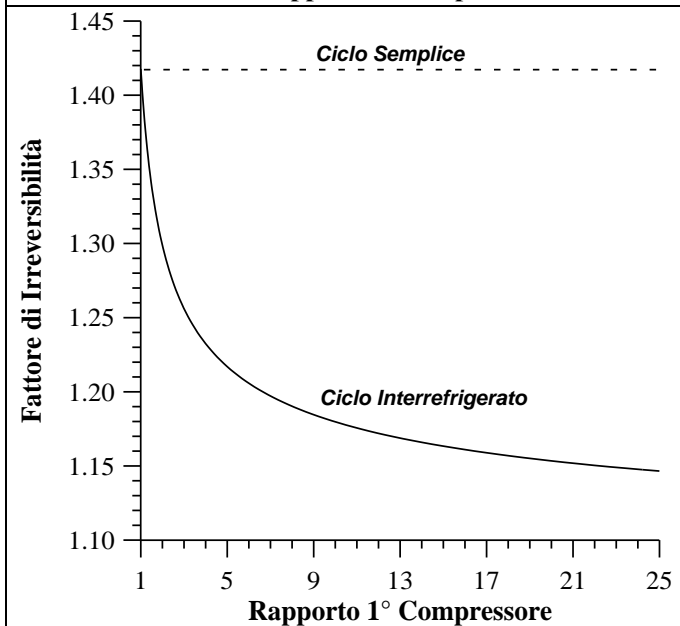
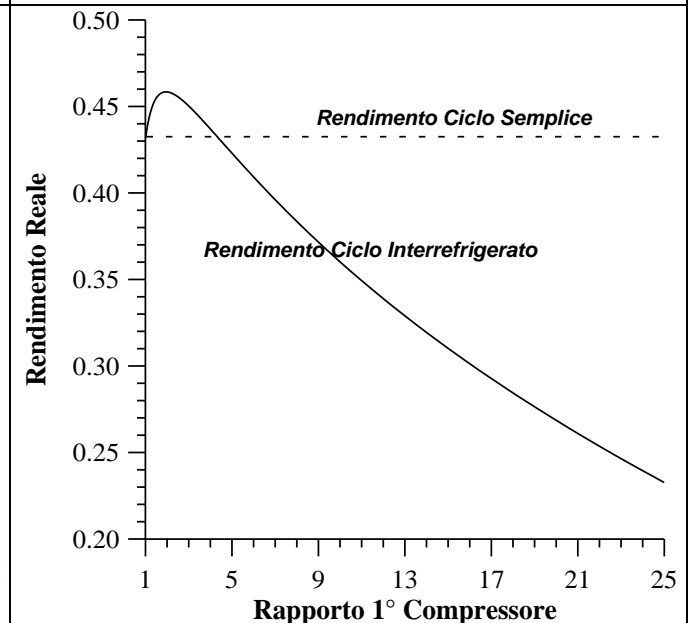
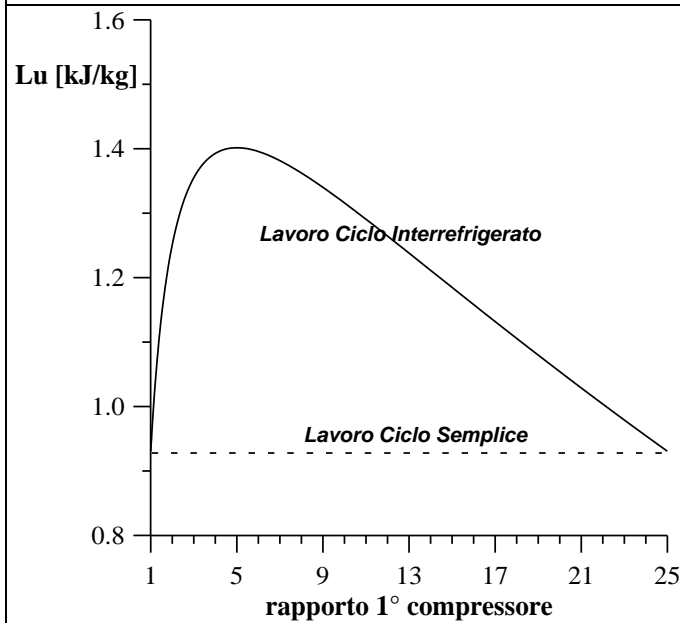
Rendimento e Lavoro del ciclo semplice al variare della Temperatura massima

$T_1 = 300 \text{ K}$
 $h_{pc} = h_{pt} = 0.88$

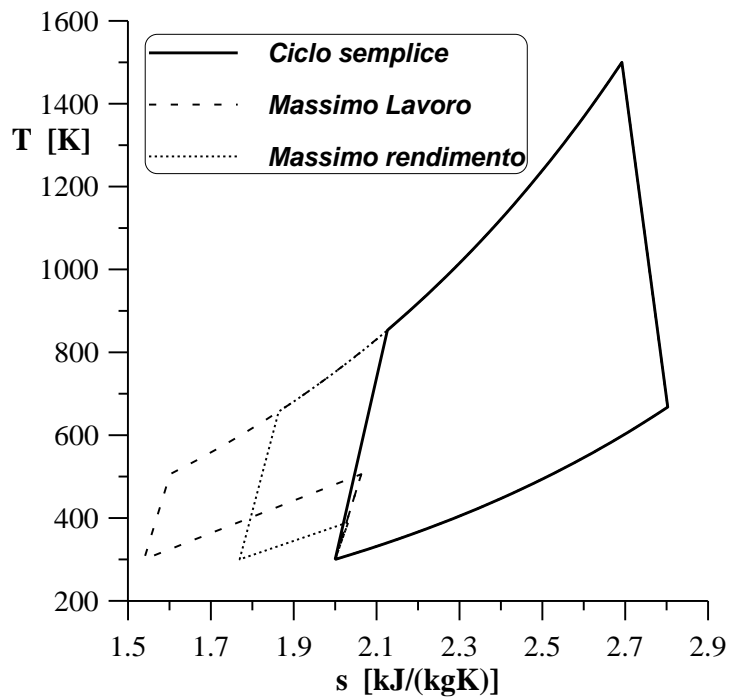


CICLI CON COMPRESSIONE INTERREFRIGERATA

Rapporto di compressione totale	25
Temperatura Iniziale	300 K
Temperatura Massima del Ciclo	1500 K
Rendimento politropico compressione	0.88
Rendimento politropico espansione	0.85



CICLI CON COMPRESSIONE INTERREFRIGERATA



	Ciclo Semplice ($\beta_{tot} = 25$)	Ciclo Interrefrigerato Massimo Lavoro ($\beta_1 = 5$)	Ciclo Interrefrigerato Massimo Rendimento ($\beta_1 = 2.64$)
<i>Temperatura Fin. 1° Compr.</i> K	--	506	390
<i>Temperatura Fin. Compressione</i> K	853	506	657
<i>Temperatura Fin. Espansione</i> K	668	668	668
Q_1 , kJ/kg	649	997	846
Q_2 , kJ/kg	369	576	459
L_u , kJ/kg	280	421	387
η	0.432	0.423	0.458
η_{II}	0.629	0.601	0.622
T_{m1}	1146	915	1021
T_{m2}	460	434	431
σ	1.418	1.217	1.286

CICLI CON COMPRESSIONE INTERREFRIGERATA

