

GEOMETRIA ED ALGEBRA

Docente: Prof. Giuseppe Marino

Test di autovalutazione 11/4/2019 - COMPITO A

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi del TEST PRELIMINARE inserendo le risposte negli **spazi predisposti**, senza fornire ulteriori spiegazioni. **NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.**

Se non si risponde correttamente ad almeno 4 domande del test preliminare la prova è considerata non superata.

Test preliminare

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi vettoriali:

a) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x+2)^2 - 3x + y = x^2 + 1 + y\}$

b) $W_2 = \{p(x) \in \mathbb{R}_2[x] : p(x) + 2p(x) = 0\}$

2. Considerato il sottospazio $U = [(1, 0, 0, 1), (0, 2, -2, 0), (3, 2, -2, 3)]$ di $\mathbb{R}^4$:

- determinarne la dimensione ed una base;
- scriverne le equazioni nel riferimento naturale;

3. Stabilire per quali valori del parametro reale k la seguente matrice

$$C_k = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^2-3 \\ 0 & -2k^2+4 & 0 \end{pmatrix}$$

- è invertibile
- risulta simmetrica
- risulta antisimmetrica

4. Sia $V_n(\mathbb{K})$ uno spazio vettoriale n -dimensionale sul campo $\mathbb{K}$. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false.

- Se X è un sistema di m vettori con $m < n$ allora X è linearmente indipendente.
- Se n è pari esistono due sottospazi propri supplementari di stessa dimensione.

5. Siano U e W due sottospazi distinti dello spazio $\mathbb{R}_2[x]$ e sia $\dim U = \dim W = 2$. Si determinino il valore minimo e massimo della dimensione di $U \cap W$.
6. Considerata la base ordinata $B = ((1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 0, 0))$ di $\mathbb{R}^3$ determinare $c_B((0, 2, 1))$.
7. Definire l'aggiunta di una matrice quadrata di ordine n su un campo $\mathbb{K}$.
8. Definire quando un sistema di vettori $X = \{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_t\}$ di uno spazio vettoriale $V_n(\mathbb{K})$ è linearmente dipendente.

GEOMETRIA ED ALGEBRA

Docente: Prof. Giuseppe Marino

Test di autovalutazione 11/4/2019 - COMPITO A

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema è compatibile, determinandone, in caso affermativo, il numero di soluzioni:

$$\begin{cases} kx_1 + 2kx_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = k - 2 \\ 3x_1 + x_2 - kx_3 = 0. \end{cases}$$

Risolvere il precedente sistema lineare per $k = 1$.

2. In $\mathbb{R}^4$ si considerino i sottospazi $U = [(1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, -1)]$ e V rappresentato nel riferimento naturale dalle equazioni $V : \begin{cases} x_1 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$ Si determinino:

(a) la dimensione ed una base di U e di V ;

(b) le equazioni nel riferimento naturale di U ;

(c) studiare $U \cap V$ e $U + V$;

(d) si determinino le equazioni di un sottospazio di dimesione 1 contenuto in V .

3. Definire il rango di una matrice ed enunciare il teorema degli orlati.

Definire una matrice ortogonale e dimostrare che il suo determinante è ± 1 .