

# Funzioni inversa

Def. Assegnata una funzione

$$f: A \longrightarrow B, \text{ con } A, B \subseteq R, A, B \neq \emptyset$$

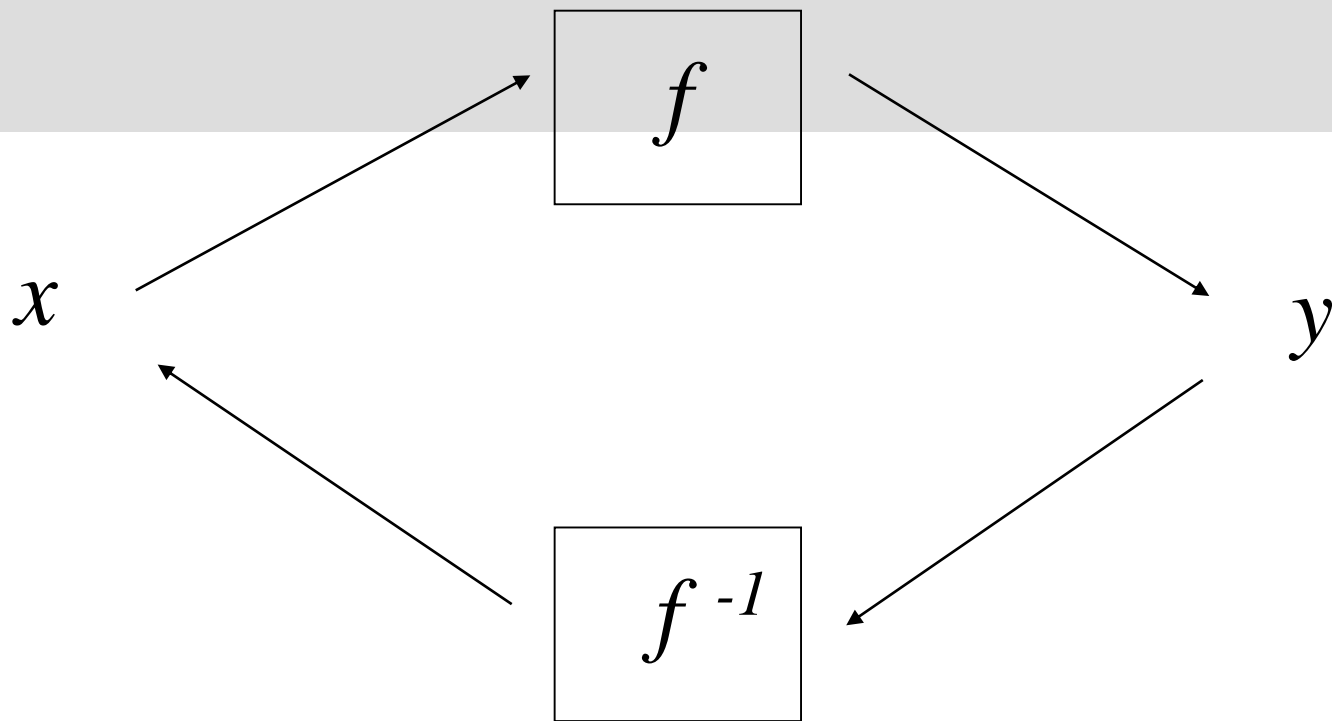
Una funzione è detta **inversa** di  $f$  e si indica col simbolo  $f^{-1}$

$$f^{-1}: f(A) \longrightarrow A$$

$y$                       associa                       $x$

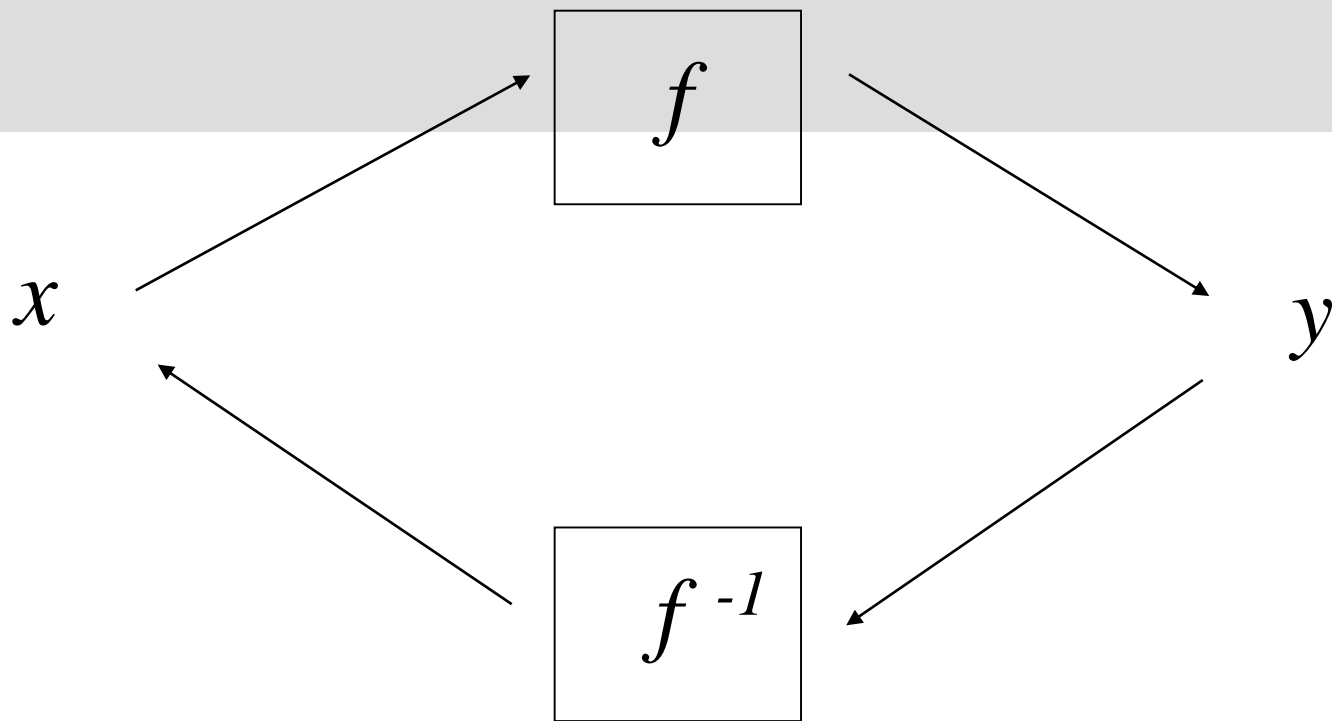
che ad ogni  $y \in f(A)$  associa uno ed un solo  $x \in A$  tale che

$$x = f^{-1}(y)$$



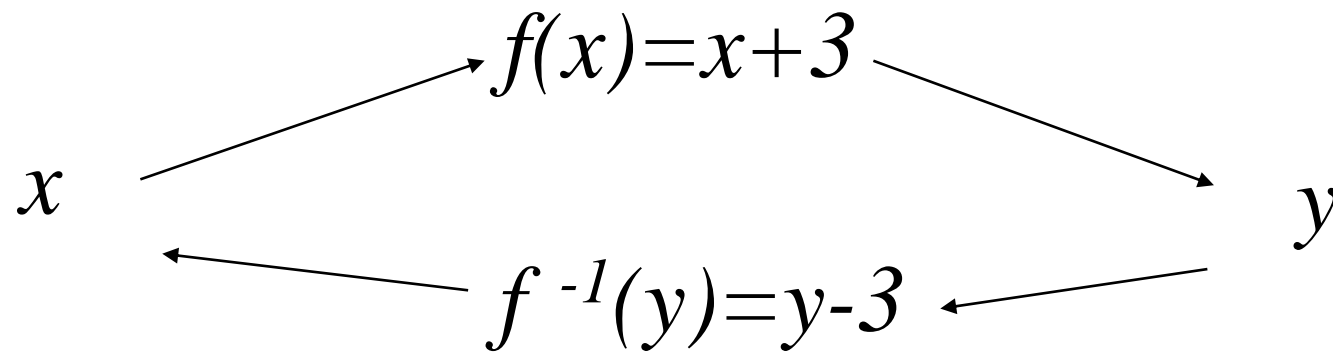
Se si parte da  $x$  e si effettua un giro completo, passando per  $f$  e poi per  $f^{-1}$ , si torna in  $x$ . Cioè:

$$f^{-1}(f(x)) = x, \quad \forall x \in A$$



Viceversa, se si parte da  $y$  e si effettua un giro completo, passando per  $f^{-1}$  e poi per  $f$ , si torna in  $y$

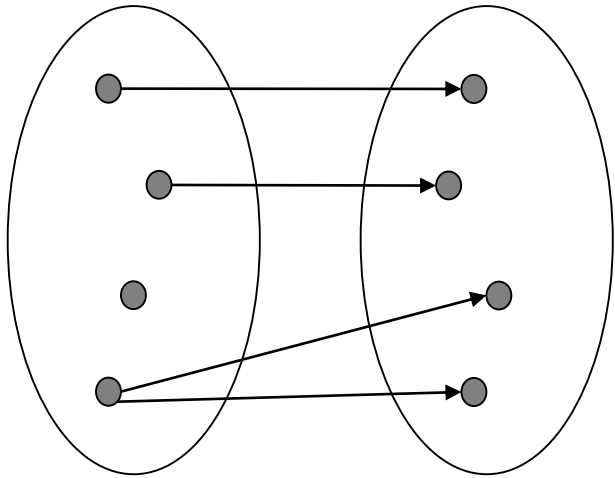
$$f(f^{-1}(y)) = y, \quad \forall y \in f(A)$$



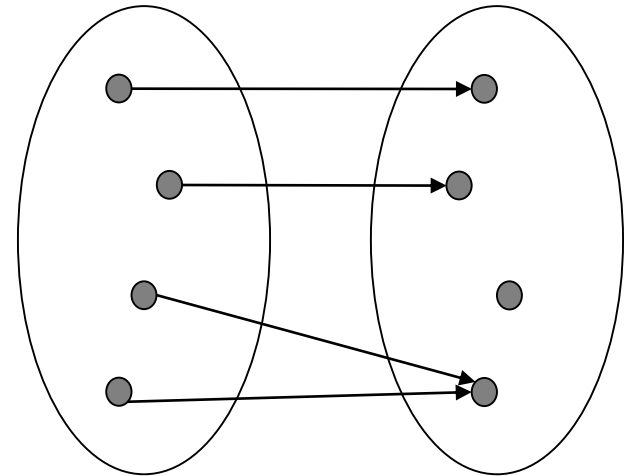
$$x=3 \Rightarrow f(x=3)=y=3+3=6 \Rightarrow$$

$$y=6 \Rightarrow f^{-1}(y=6)=x=6-3=3$$

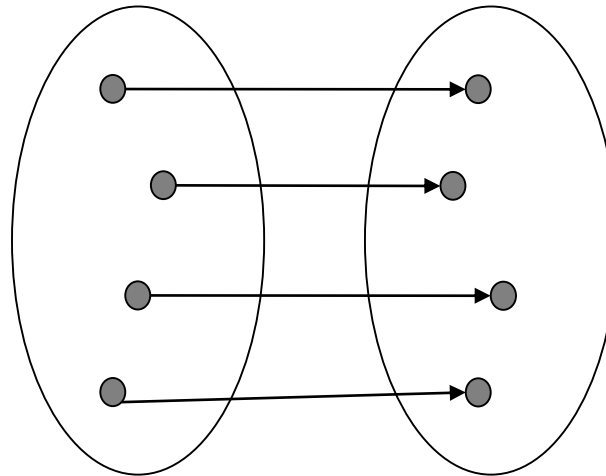
# Funzione invertibile: insiemi



non e' una funzione



e' una funzione



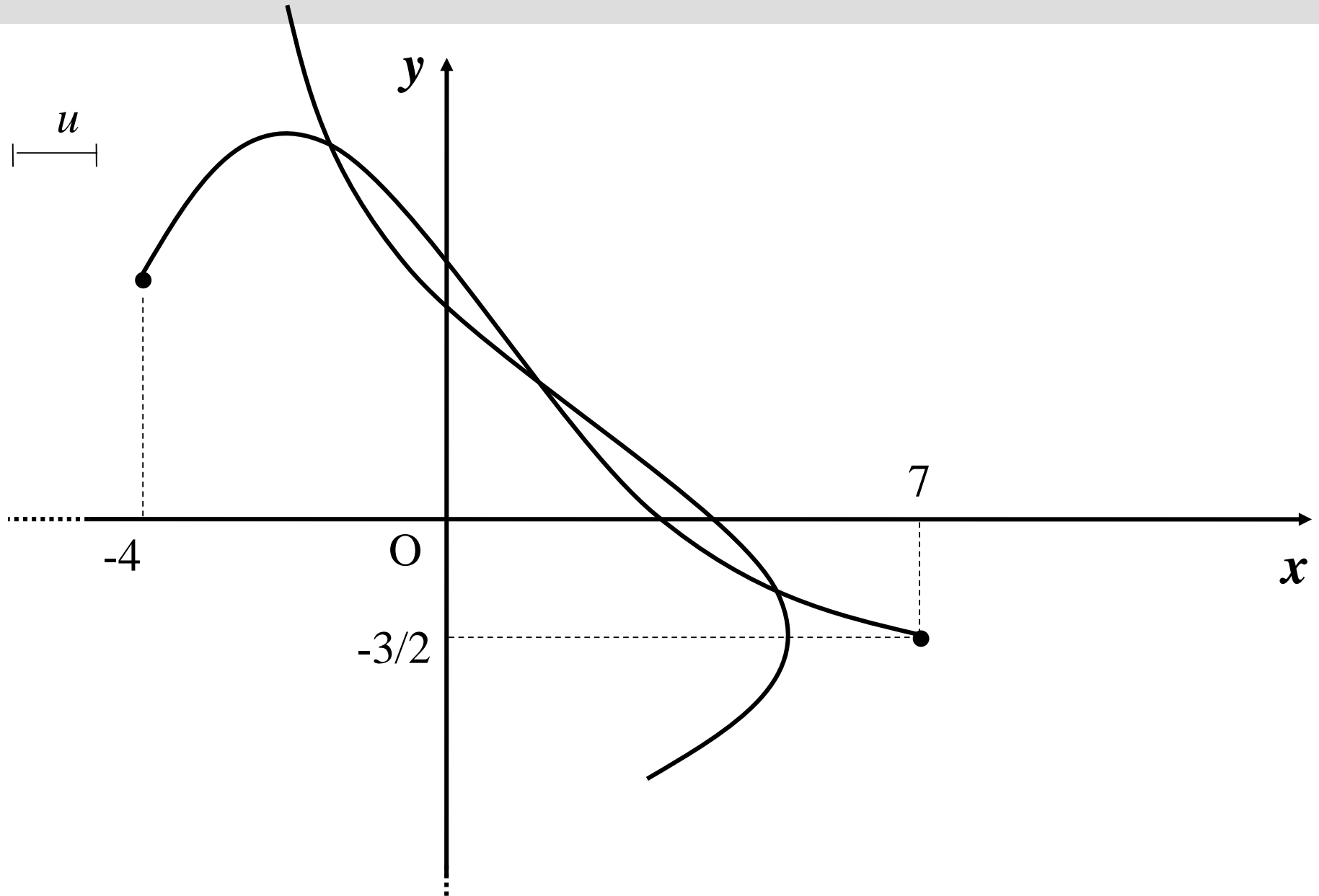
e' una funzione  
invertibile

# Funzione invertibile: graficamente

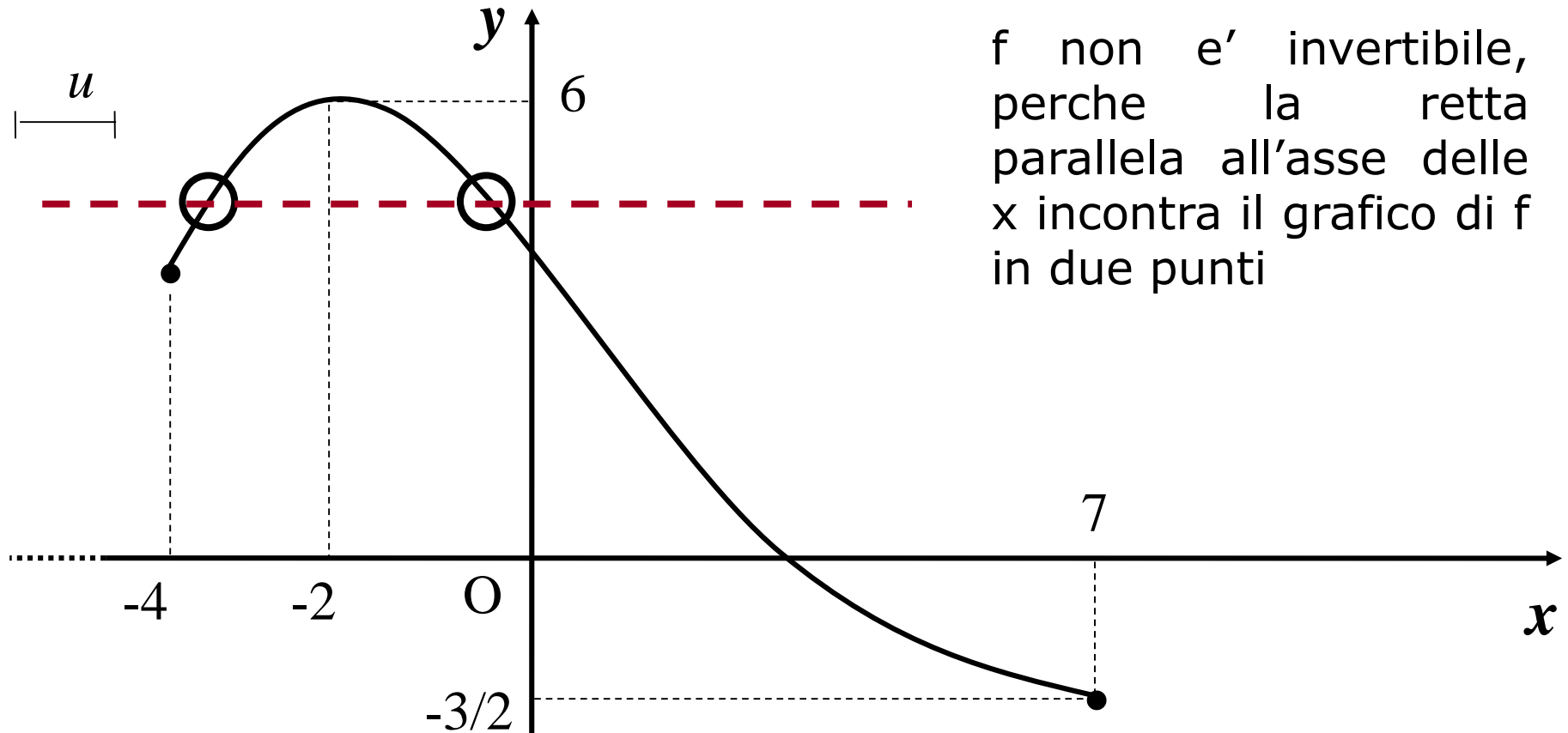
E graficamente?

$f$  e' invertibile se il grafico di  $f$  e' intersecato al massimo in un punto da ogni retta parallela all'asse delle  $x$

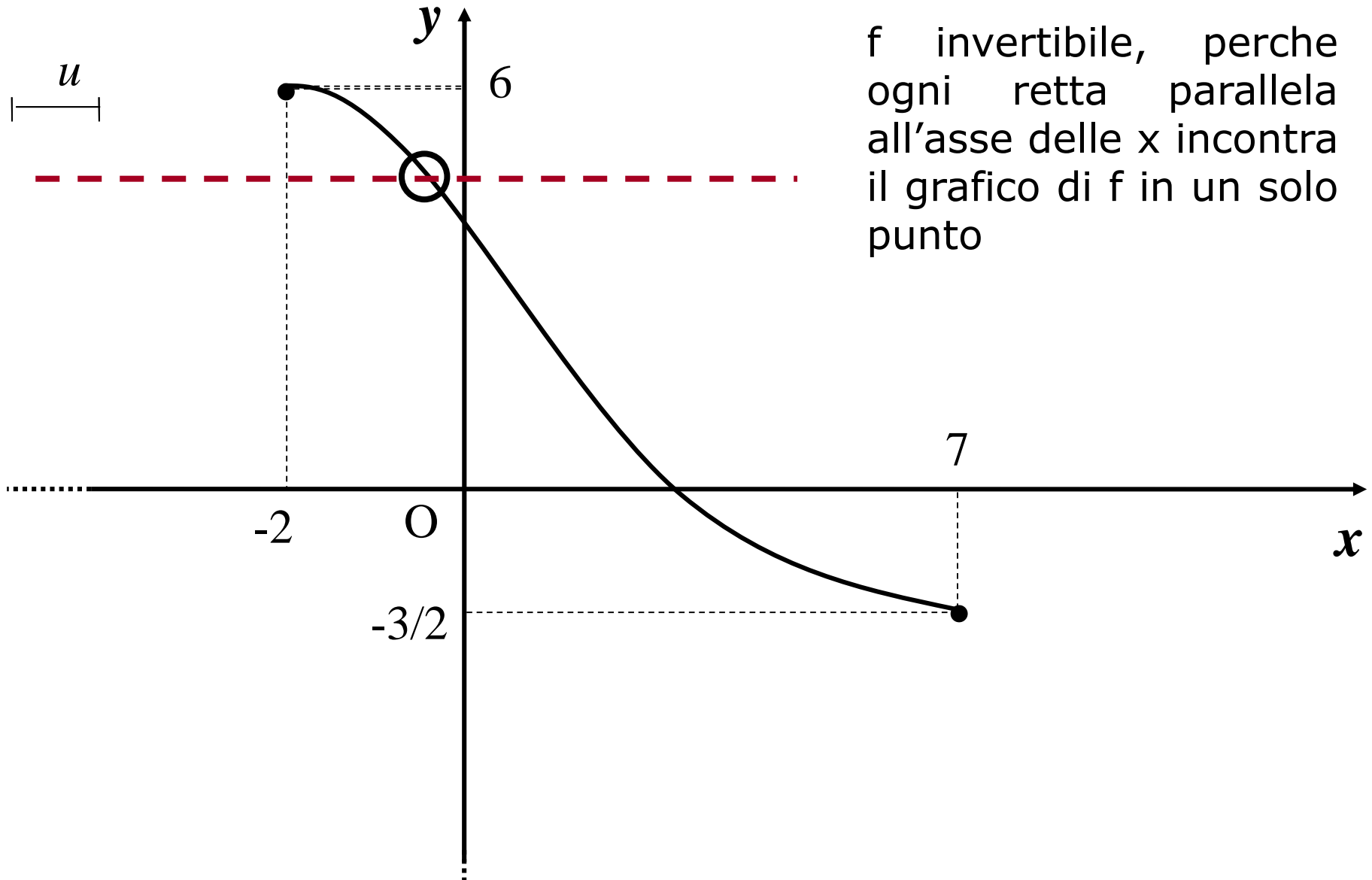
# Funzione invertibile?



# Funzione invertibile?



# Funzione invertibile?



# Funzione invertibile: osservazione

Assegnata una funzione

$$f: A \longrightarrow B, \text{ con } A, B \subseteq \mathbb{R}, A, B \neq \emptyset$$

Se  $f$  è strettamente monotona (crescente o decrescente) allora  $f$  è invertibile

# Funzione invertibile: costruzione grafica

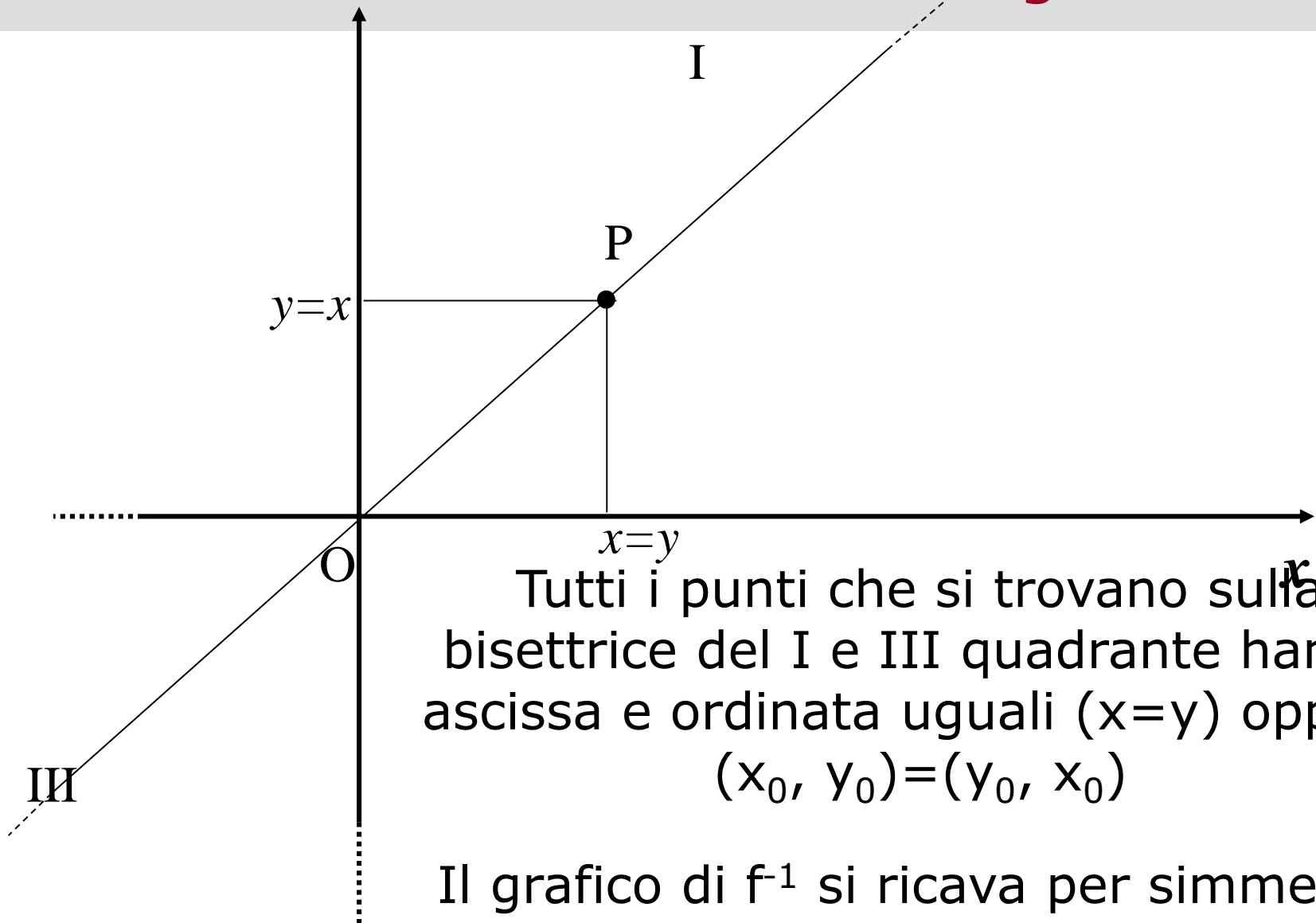
Ma chi è l'inversa  $f^{-1}$

di una funzione invertibile  $f$  ?

Graficamente, l'inversa  $f^{-1}$

di una funzione invertibile  $f$  è una  
funzione il cui grafico si ricava da  
quello della  $f$  per simmetria rispetto  
alla bisettrice del I e III quadrante

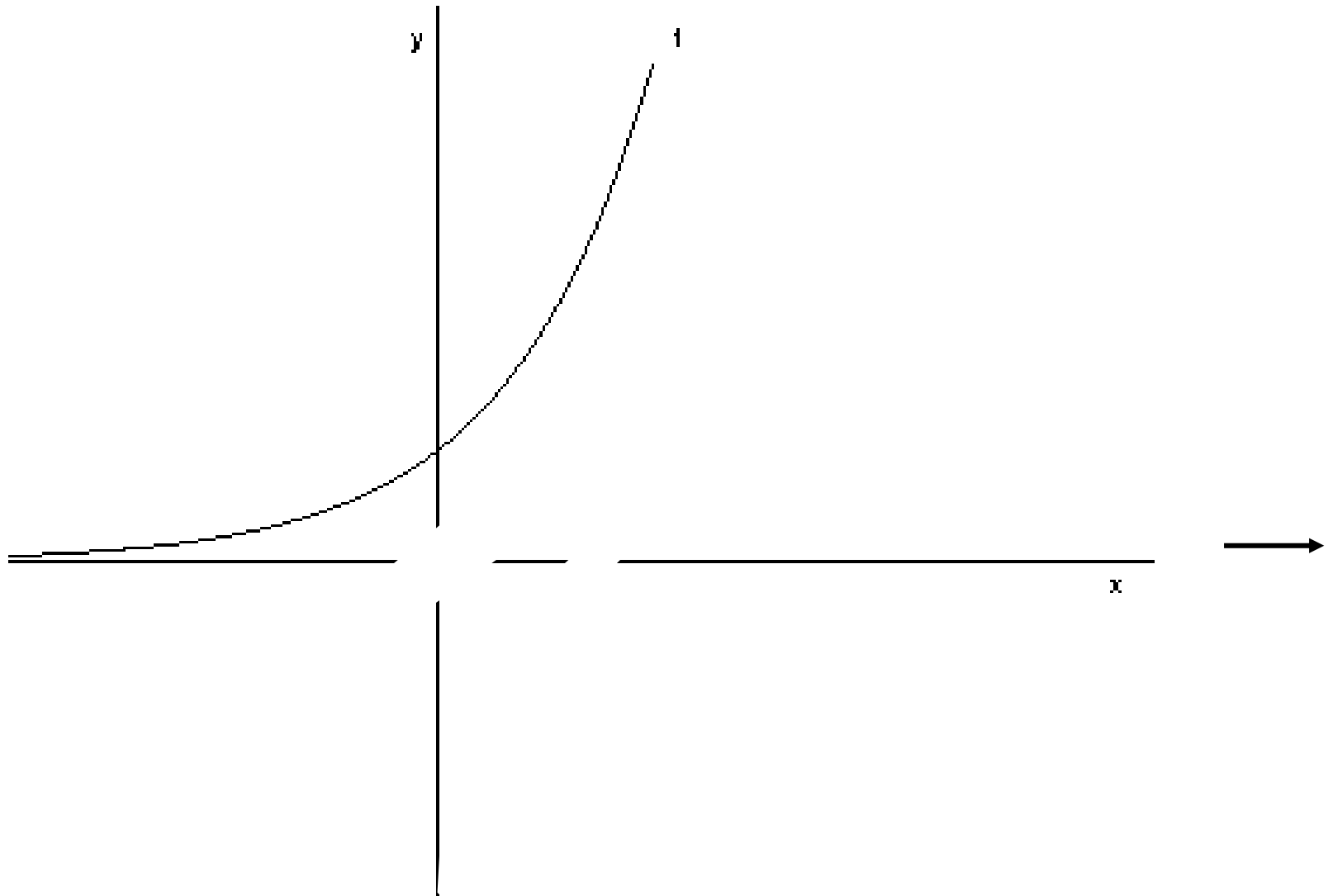
# Funzione invertibile: costruzione grafica



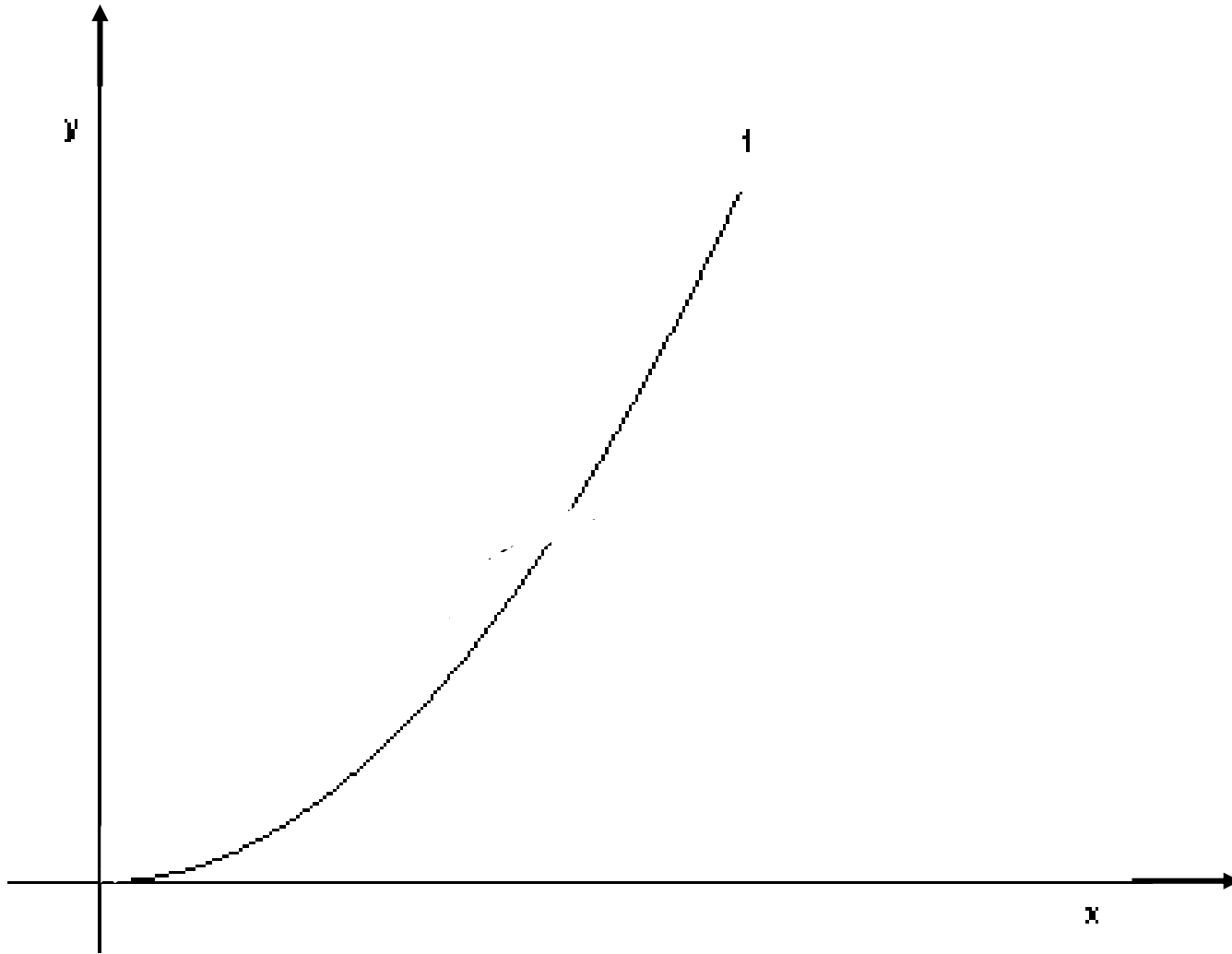
Tutti i punti che si trovano sulla bisettrice del I e III quadrante hanno ascissa e ordinata uguali ( $x=y$ ) oppure  $(x_0, y_0) = (y_0, x_0)$

Il grafico di  $f^{-1}$  si ricava per simmetria rispetto alla bisettrice  $y=x$

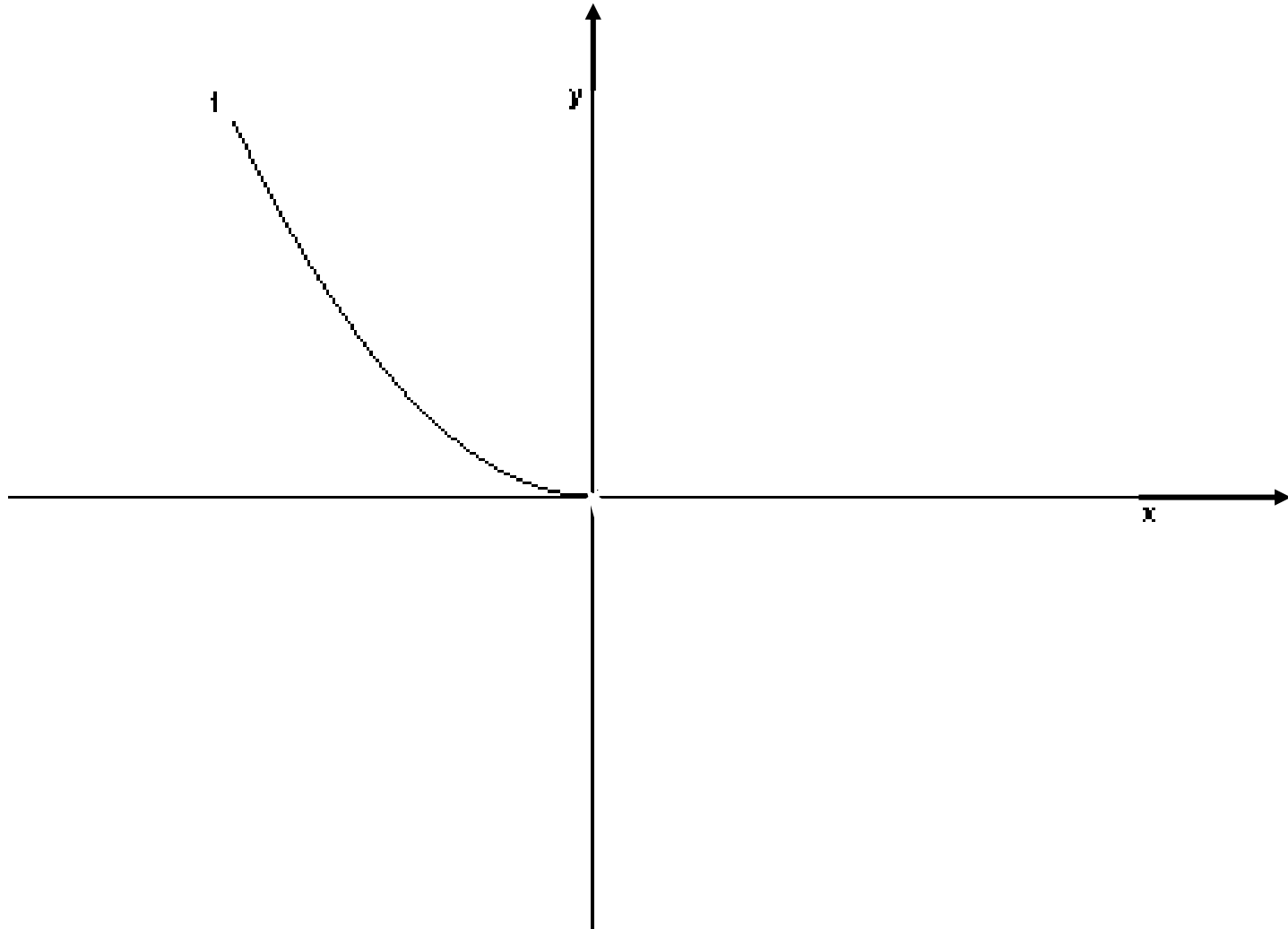
# Funzione invertibile: esempi



# Funzione invertibile: esempi



# Funzione invertibile: esempi



**Obiettivo raggiunto** →

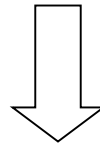
Dedurre le proprietà e le caratteristiche di una funzione a partire dal suo grafico e indipendentemente dalla sua espressione analitica

**Obiettivo prossimo** →

Dedurre le proprietà e le caratteristiche di una funzione a partire dalla sua espressione analitica e tracciarne solo dopo il grafico

## Obiettivo prossimo

Dedurre le proprietà e le caratteristiche di una funzione a partire dalla sua espressione analitica e cioè a partire dall'insieme di operazioni matematiche che bisogna applicare alla  $x$  per avere la  $y$



Una volta dedotte le proprietà e le caratteristiche di una funzione a partire dalla sua espressione analitica, saremo anche in grado di tracciarne il grafico