UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

Corso di Laurea Professionalizzante in Ingegneria Meccatronica

Fondamenti di Programmazione

Rappresentazione e Codifica dell'Informazione

capitolo 1 del testo:
"Le radici dell'informatica" – Chianese Moscato Picariello Sansone

Il concetto di Informazione

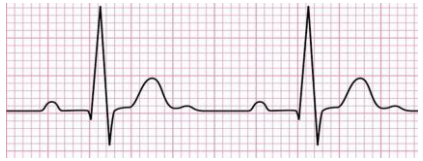
- *Informazione*
  - …. deriva da *informare*, ossia dare forma
  - … fa riferimento ad un *concetto astratto* che può coincidere con qualunque notizia o racconto

- L'informazione è qualcosa che viene *comunicato* in una qualsiasi forma, scritta o orale
- ... è associata al concetto di *incertezza*
  - ricevere un'informazione fa diminuire l'incertezza riguardo un insieme di possibilità (eventi, decisioni)

Rappresentazione dell'Informazione

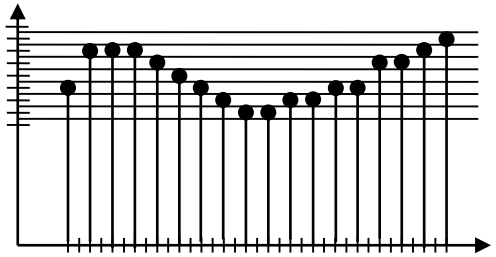
- Perché persone (o macchine) possano utilizzare un'informazione essa deve essere appropriatamente "rappresentata"
  - La *lingua parlata* permette di **comunicare** (trasmettere informazioni) tramite i suoni
  - La *scrittura* ha permesso la **conservazione** (trasmissione nel tempo) di conoscenze, eventi, o semplici informazioni pratiche

Rappresentazione Analogica e Discreta



- Rappresentazione Analogica
  - Le proprietà del fenomeno rappresentato sono *omomorfe* alla forma della rappresentazione
  - La rappresentazione *varia in **analogia** con la grandezza reale*
    - una grandezza è rappresentata in modo continuo e la gran parte delle grandezze fisiche della realtà sono di tipo continuo

- Rappresentazione Discreta
  - Utilizza un insieme *finito* di rappresentazioni distinte che vengono messe in relazione con **alcuni elementi** dell'universo da rappresentare
  - è *un'approssimazione* di quella analogica



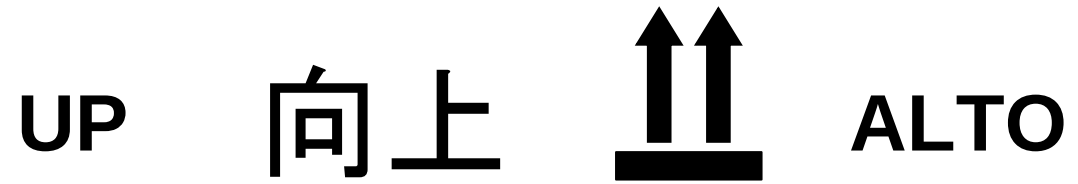
Campione	Valore
1	3
2	6
3	6
4	6
5	5

Codifica

- Un’informazione per essere elaborata deve essere *codificata* in una *rappresentazione* comprensibile all’interlocutore
  - La *codifica* è l’insieme di *convenzioni e di regole* da adottare per **trasformare un’informazione** in una sua rappresentazione
    - La stessa informazione può essere codificata in modi diversi (rappresentazioni diverse) a seconda del contesto

Esempi:

cifre arabe: **1** numerazione romana: **I** numerazione cinese: 一



Codici

- Un *codice* è un **sistema** di simboli che permette la rappresentazione dell'informazione ed è definito dai seguenti elementi
  - I simboli che sono gli *elementi atomici* della rappresentazione
  - L'alfabeto che rappresenta l'insieme dei simboli possibili: con *cardinalità* (***n***) del codice si indica il numero di elementi dell'alfabeto
  - Le parole codice o stringhe che rappresentano *sequenze possibili (ammissibili) di simboli*: per lunghezza (ℓ) delle stringhe si intende poi il numero di simboli dell'alfabeto da cui ciascuna parola codice risulta composta
  - il linguaggio che definisce le regole per costruire parole codici che abbiano significato per l'utilizzatore del codice

Parole Codice

- Siano
  - $V = \{v_1 , v_2 , \ldots , v_m \}$ l'insieme degli ***m*** *valori* diversi di una data informazione
  - $A = \{s_1 , s_2 , \ldots , s_n \}$ un *alfabeto* composto da ***n*** *simboli* distinti
- Si considerino diverse *lunghezze* delle parole codice
  - con $\ell = 1$ si hanno tante parole codice diverse (n^1) quanti sono i simboli dell'alfabeto
  - con $\ell = 2$ si hanno tante parole codice diverse quante sono le *combinazioni con ripetizione* degli ***n*** simboli nelle due posizioni, ossia n^2
  - con $\ell = 3$ si hanno n^3 parole codice diverse
- In generale il **numero di parole codice differenti** è uguale a n^ℓ

Esempio

- Considerato l'alfabeto A = {-,.} del codice Morse (ha cardinalità ***n***=2),
al variare della lunghezza ℓ
cambia il numero di *parole codice* a disposizione (e quindi dei valori che si possono rappresentare)

n^l	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$
	-	--	---	----
2	.	-.	--.	---.
		.-	-.-	--.-
4		..	-..	--..
			.--	-.--
			.-.	-.-.
			..-	-..-
8			...	-...
				.---
				.--.
				.-.-
				.-..
				..--
				..-.
				...-
16				....

Corrispondenza parola codice - valore

- La codifica è tale che
  - ad ogni v_i corrisponde almeno una sequenza $s_{1i}\ s_{2i}\ ...s_{ni}$
  - a **ciascuna parola codice** $s_{1i}\ s_{2i}\ ...s_{ni}$ corrisponde **uno ed un solo** $\mathbf{v_i}$

    - allora la lunghezza ℓ deve essere scelta in modo che:

$$n^{\ell} \geq m$$

Ridondanza

- Nel caso di $n^{\ell} > m$, non tutte le configurazioni possibili (parole codice) vengono utilizzate per la rappresentazione

Informazione	Suoi Valori	Sue rappresentazioni
Giorni settimana	lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica	--- , --. , -.- , -.. , .-- , .-. , ..-
Colori semaforo	**rosso**, **giallo**, **verde**	-- , -., .-
Risposta	si, no	- , .

Attenzione!

In alcuni contesti, “ridondanza” per un codice ha una definizione più stringente (ed è una proprietà utile, non è indice di inefficienza).

Codifica a Lunghezza fissa e variabile

- Codifica a lunghezza fissa
  - –tutte le parole codice hanno sempre la stessa lunghezza, fissata da particolari esigenze applicative
    - I calcolatori adottano codifiche a lunghezza fissata e definita

- Codifica a lunghezza variabile
  - –Non tutte le parole codice hanno la stessa lunghezza
    - Introducono vantaggi nella trasmissione e conservazione dell'informazione
    - La scrittura è un caso di codifica a lunghezza variabile

Rappresentazione Digitale Binaria

- Ai fini informatici assume particolare interesse

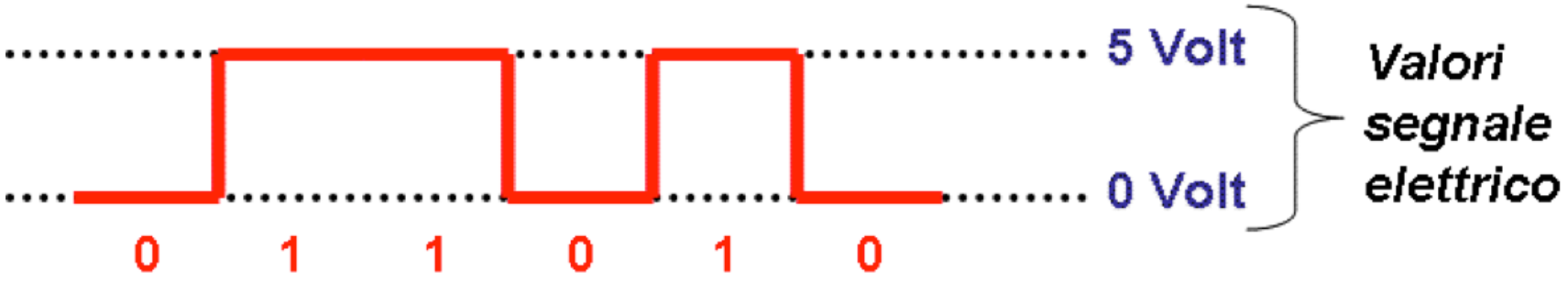
la *rappresentazione digitale binaria*

  - basata su un **alfabeto costituito da due soli simboli distinti**, che assumono convenzionalmente la forma di “0” e “1”
  - Tali due simboli rappresentano le unità minime di rappresentazione e memorizzazione digitale e vengono denominate *bit* da “**bi**nary digi**t**”

NOTA: Solitamente si indica con digitale la rappresentazione **basata sui bit**, anche se essa teoricamente può implicare un qualsiasi tipo di cifre.
L’uso ha portato ad un’estensione del significato del termine e *digitale* assume il significato di *informazione codificata* in contrapposizione con *analogico* che invece descrive la realtà nelle sue *infinite* forme e varietà.

Vantaggi della rappresentazione Binaria

- La rappresentazione digitale **semplifica** la memorizzazione (e l'elaborazione) delle informazioni e rende i sistemi digitali meno soggetti ai disturbi elettrici rispetto ai sistemi analogici
  - I supporti di memorizzazione delle informazioni, i registri di memoria, vengono realizzati con **componenti elementari semplici** detti flip-flop, che operano in due soli stati possibili
  - per questo la rappresentazione delle informazioni all'interno dell'elaboratore si basa sull'alfabeto binario {0,1}



Il codice binario

- Utilizza un alfabeto A = {0,1} con n=2
  - Le informazioni numeriche vengono quindi rappresentate mediante stringhe di bit di lunghezza ℓ che producono 2^{ℓ} configurazioni (parole codice) diverse
  - Viceversa se si devono rappresentare K informazioni diverse occorrono $\log_2 K$ bit per associare ad esse codici diversi

Byte e Words

- Per ragioni legate alla costruzione dei moderni calcolatori, è d'uso fare riferimento a stringhe con *l* uguale ad 8 che vengono dette *byte*
- Sequenze di bit più lunghe di un byte sono invece denominate *word*, la loro lunghezza dipende dalle caratteristiche del sistema, ma è sempre un multiplo del byte: 16, 32, 64 o 128 bit

Sigla	Nome	Numero byte	Numero bit
B	Byte	1	8
KB	KiloByte	2^{10}=1024	8.192
MB	MegaByte	2^{20}=1.048.576	8.388.608
GB	GigaByte	2^{30}=1.073.741.824	8.589.934.592
TB	TeraByte	2^{40}=1.099.511.627.776	8.796.093.022.208

Come funziona nei moderni calcolatori

- Con otto bit si rappresentano solo 2^8 (256) valori diversi
- Nel caso in cui un solo byte non fosse sufficiente per rappresentare i K valori dell'informazione, allora si individua il numero ***b*** di byte tale che

$$\mathbf{2}^{(b*8)} \geq K$$

- In altri termini, la codifica è a lunghezza fissa ed adotta parole codice con una lunghezza che ha valori multipli di 8

Numero di byte ***b***	Numero di bit (***b****8)	$2^{(b*8)}$	Configurazioni
1	8	2^8	256
2	16	2^{16}	65.536
3	24	2^{24}	16.777.216
4	32	2^{32}	4.294.967.296

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

Corso di Laurea Professionalizzante in Ingegneria Meccatronica

Fondamenti di Programmazione

Rappresentazione e Codifica dell'Informazione

Sistemi di numerazione

capitolo 1 del testo:

"Le radici dell'informatica" – Chianese Moscato Picariello Sansone

Precisione Finita

- L’adozione di stringhe a lunghezza finita e definita implica che i **numeri** gestiti siano a precisione finita
  - ossia siano quelli rappresentati con un **numero finito di cifre**, o più semplicemente definiti all’interno di un prefissato intervallo di estremi *[min,max]* determinati
  - ... e la più piccola differenza tra due valori consecutivi è fissata

Overflow

- Nei sistemi di calcolo con numeri *a precisione finita*, le operazioni possono causare errori quando il risultato non appartiene all'insieme dei valori rappresentabili
  - Si chiama *overflow* la condizione che si verifica quando il risultato dell'operazione è maggiore del più grande valore rappresentabile (max) o minore del più piccolo (min)
  - Un altro caso notevole si verifica quando il risultato dell'operazione non è compreso nell'insieme dei valori rappresentabili, pur non essendo né troppo grande né troppo piccolo

Esempio

- Calcolatrice dotata di sole tre cifre, con intervallo di definizione formato da numeri **interi** compresi nell'intervallo [-999,+999]

Operazione	Condizione
200 +100	risultato rappresentabile
730 + 510	Overflow
2 : 3	risultato non rappresentabile

Algebra con precisione finita

- Anche l'algebra dei numeri a precisione finita è diversa da quella convenzionale poiché alcune delle proprietà
  - –proprietà associativa: $a + (b - c) = (a + b) – c$
  - –proprietà distributiva: $a \times (b - c) = a \times b – a \times c$
- non sempre vengono rispettate, in base all'ordine con cui le operazioni vengono eseguite

a	*b*	*c*	*a* + (*b* - *c*)	condizione	(*a* + *b*) – *c*	Condizione
100	900	600	100 + (900 - 600)	ok	(100 + 900) - 600	Overflow

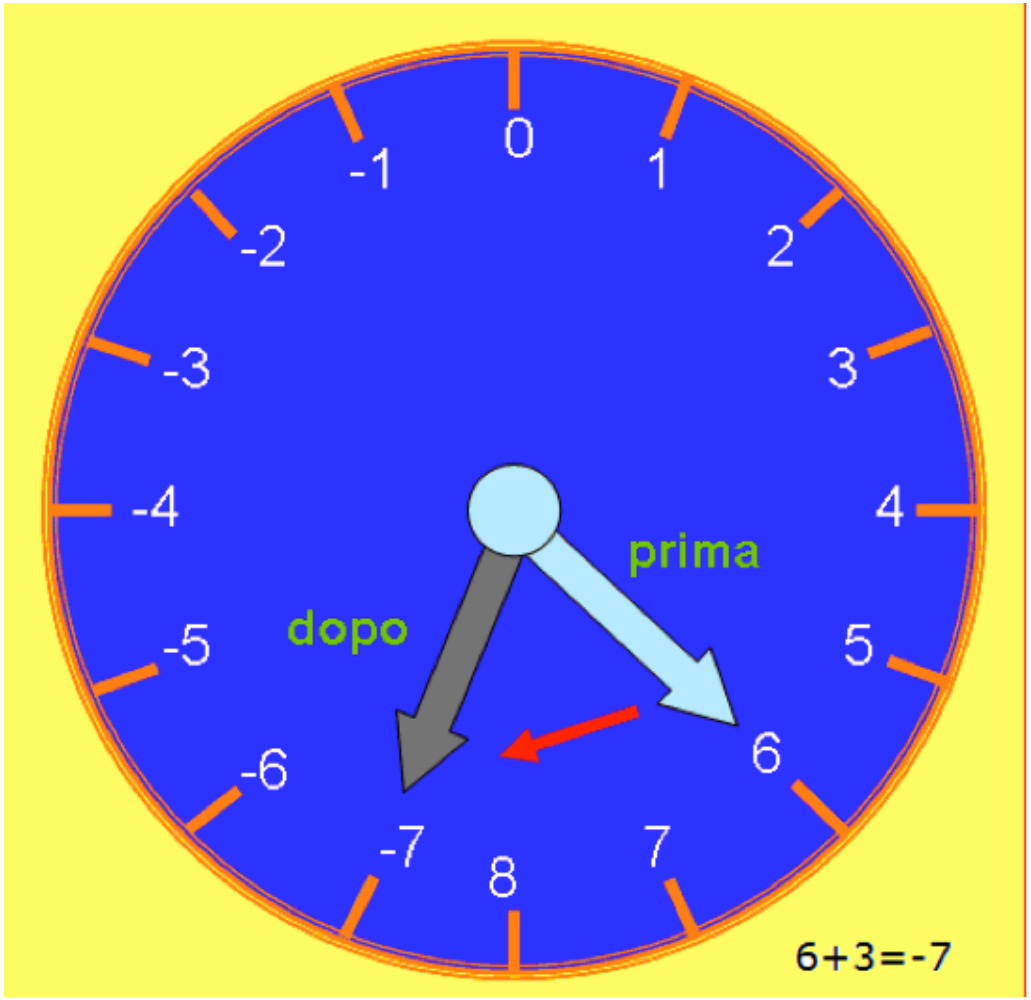
a	*b*	*c*	*a* × (*b* - *c*)	condizione	*a* × *b* – *a* × *c*	Condizione
200	90	88	200 × (90 – 88)	ok	200 × 90 – 200 × 88	Overflow

Sistemi Periodici

- L’algebra dei numeri a precisione finita deve essere gestita applicando i criteri di periodicità
- Per la periodicità, i valori esterni all’intervallo di definizione vengono ricondotti ad esso prendendo il resto della divisione dei valori per il periodo

intervallo	*periodo*	*Valore*	*divisione*	*resto*
[0,360]	360	1200	1200 : 360	120
[0,60]	60	61	61 : 60	1
[0,60]	60	55	60 : 55	55

Calcolatrice per Sistemi di Numerazione finiti



Sistema (di numerazione) Binario

- Ha una importanza capitale in informatica
  - consente di rappresentare **numeri** mediante la combinazione di due soli simboli, ovvero di codificare i numeri direttamente in bit
- All'interno dei calcolatori viene adottata un'algebra dei numeri a precisione finita con un intervallo di definizione che dipende dal numero di byte associato alla rappresentazione

1	0	1	0	0	1	0	1	165
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	255
0	0	0	0	0	0	0	0	0
Peso 7	*Peso 6*	*Peso 5*	*Peso 4*	*Peso 3*	*Peso 2*	*Peso 1*	*Peso 0*	

LSB e MSB

- In un byte, il bit più a *destra* è quello *meno* significativo
  - (posizione o peso 0, detto anche *LSB* da *Least Significant Bit*)
- mentre quello più a sinistra è quello più significativo
  - (posizione o peso 7, detto anche *MSB* da *Most Significant Bit*)
- Poiché un byte può rappresentare 2^8 valori diversi, si possono, ad esempio con 8 bit gestire i seguenti intervalli di numeri interi
  - [0, 255] (in binario [00000000,11111111])
  - [-127, 128] (in binario [11111111,01111111])
- entrambi costituiti da 256 numeri

Sistemi di Numerazione

- Un sistema di numerazione può essere visto come un insieme di simboli (cifre) e regole che assegnano ad ogni *sequenza di cifre* uno ed un solo **valore** numerico
- I sistemi di numerazioni vengono di solito classificati in sistemi *posizionali* e *non posizionali*
  - Posizionali: ogni cifra della sequenza ha un'importanza variabile a seconda della relativa posizione
    - nel sistema decimale la prima cifra a destra indica l'unità, la seconda le centinaia, etc.
  - Non posizionali: ogni cifra esprime una quantità non dipendente dalla posizione
    - nel sistema romano il simbolo "L" esprime la quantità 50 indipendentemente dalla posizione

Numerazione posizionale pesata

$$N = c_i \times b^i + c_{i-1} \times b^{i-1} + c_{i-2} \times b^{i-2} + \ldots\ldots + c_2 \times b^2 + c_1 \times b^1 + c_0 \times b^0 + c_{-1} \times b^{-1} + c_{-2} \times b^{-2} + \ldots\ldots$$

Nel caso dei numeri interi scompaiono le potenze negative della base e la formula diventa

$$N = c_i \times b^i + c_{i-1} \times b^{i-1} + c_{i-2} \times b^{i-2} + \ldots\ldots + c_2 \times b^2 + c_1 \times b^1 + c_0 \times b^0$$

- Un sistema di numerazione posizionale è quindi definito dalla base (o radice) utilizzata per la rappresentazione
- In un sistema posizionale in base ***b*** servono ***b*** simboli per rappresentare i diversi valori delle cifre compresi tra 0 e (***b***-1)

Base	Denominazione	Valori delle cifre
10	Decimale	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
2	Binaria	0 1
8	Ottale	0 1 2 3 4 5 6 7
16	Esadecimale	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Proprietà delle Rappresentazioni

- Nel passaggio da una base all'altra alcune proprietà dei numeri si perdono
  - Ad esempio un risultato di una divisione può essere periodico nella base dieci ma non è detto che lo sia in un'altra base
- Conversione nella base 10 da qualsiasi base ***b***, calcolando la sommatoria dei prodotti delle cifre per i pesi

Ad esempio

- $(101111)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32 + 8 + 4 + 2 + 1 =$
- $(142)_5 = 1 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 2 \times 5^0 = 25 + 20 + 2 =$
- $(47)_{10} = 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

NOTA: L'impiego nella base 2 di un minor numero simboli rispetto al sistema decimale (2 contro 10) implica che lo stesso valore abbia una rappresentazione più lunga in notazione binaria che non in quella decimale

Conversione decimale - binario

Dato un valore ***d*** decimale, nel caso di b=2

$\mathbf{d_{pi} = c_i \times 2^i + c_{i-1} \times 2^{i-1} + \ldots\ldots\ldots + c_2 \times 2^2 + c_1 \times 2^1 + c_0 \times 2^0}$
$\mathbf{d_{pf} = c_{-1} \times b^{-1} + c_{-2} \times b^{-2} + \ldots\ldots}$
con: $\mathbf{d = d_{pi} + d_{pf}}$

se si divide la parte intera per 2

$\mathbf{d_{pi} /2 = c_i \times 2^{i-1} + c_{i-1} \times 2^{i-2} + \ldots\ldots\ldots + c_2 \times 2^1 + c_1 \times 2^0 + c_0 \times 2^{-1}}$
con $\mathbf{c_0}$ resto della divisione

Se ora si divide la parte intera ottenuta precedentemente ($\mathbf{d_{pi1}}$)ancora per la base 2

$\mathbf{d_{pi1} /2 = c_i \times 2^{i-2} + c_{i-1} \times 2^{i-3} + \ldots\ldots\ldots + c_2 \times 2^0 + c_1 \times 2^{-1}}$, con $\mathbf{c_1}$ resto della divisione

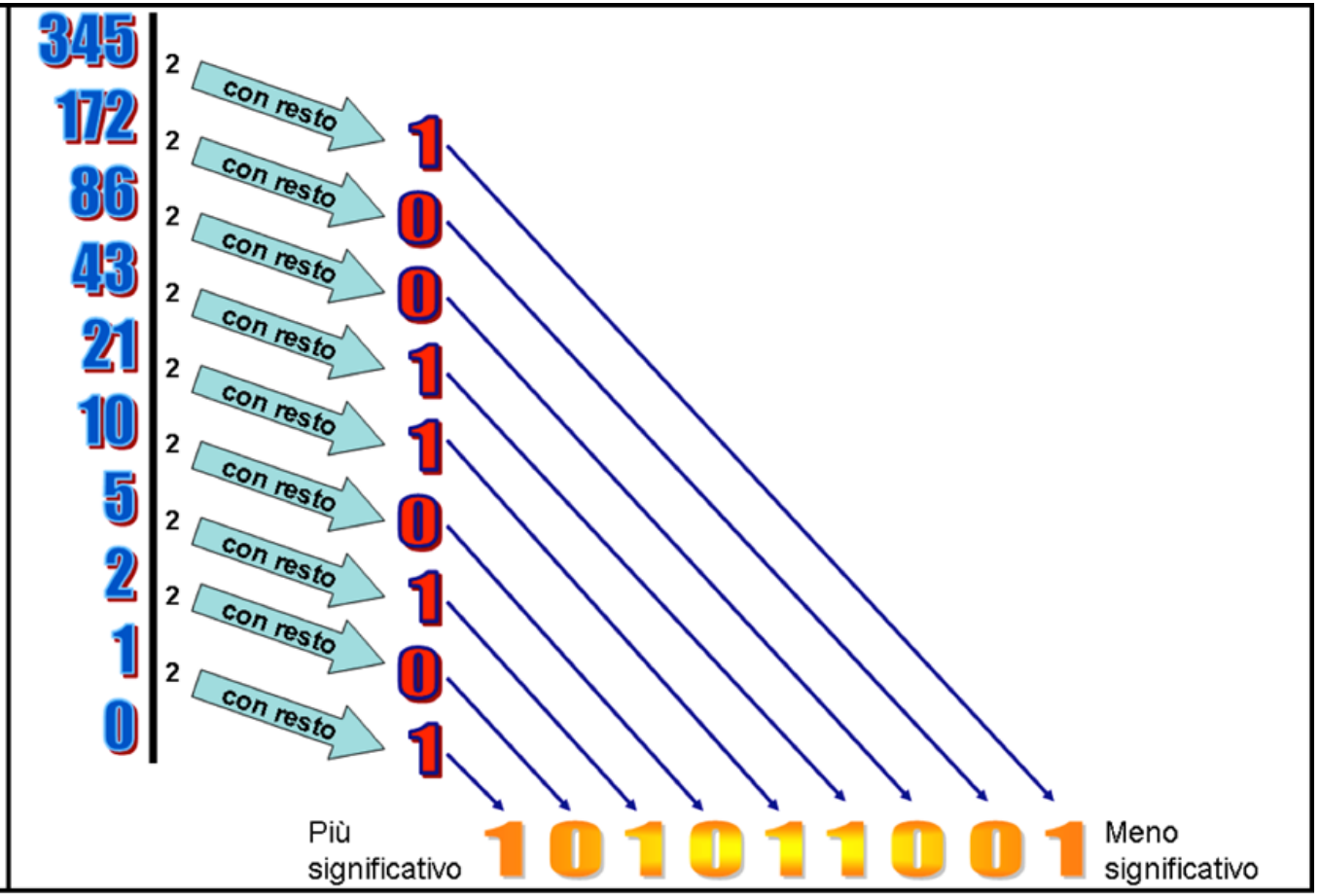
Il procedimento deve essere ripetuto fino a quando si ottiene un quoziente uguale a 0

Procedimento

ALGORITMO

1) dividere la parte intera del numero ***d*** per la base ***b***
2) scrivere il resto della divisione
3) se il quoziente è maggiore di zero, usare tale risultato al posto del numero ***d*** di partenza e continuare dal punto 1)
4) se il quoziente è zero, scrivere tutte le cifre ottenute come resto in sequenza inversa

Si noti che l'algoritmo consente di convertire un numero intero in base dieci in una qualunque base ***b***. Nel caso di ***b*** =2 si ottiene la conversione in binario del numero assegnato.



Conversione per numeri frazionari

- Per la conversione della parte frazionaria si procede al contrario moltiplicando per 2

$\mathbf{d_{pf} \times 2 = c_{-1} \times b^{0} + c_{-2} \times b^{-1} + \ldots\ldots}$

$\mathbf{d_{pf1} = c_{-2} \times b^{-1} + \ldots\ldots}$

per spostare $\mathbf{c_{-1}}$ a sinistra della virgola che diventa parte intera

- Si continua a moltiplicare per 2 solo la parte frazionaria fino a quando non si verifica una delle seguenti condizioni

la parte frazionaria $\mathbf{d_{pfi\text{-}esima}}$ non si annulla;

la parte frazionaria $\mathbf{d_{pfi\text{-}esima}}$ si ripete con periodicità

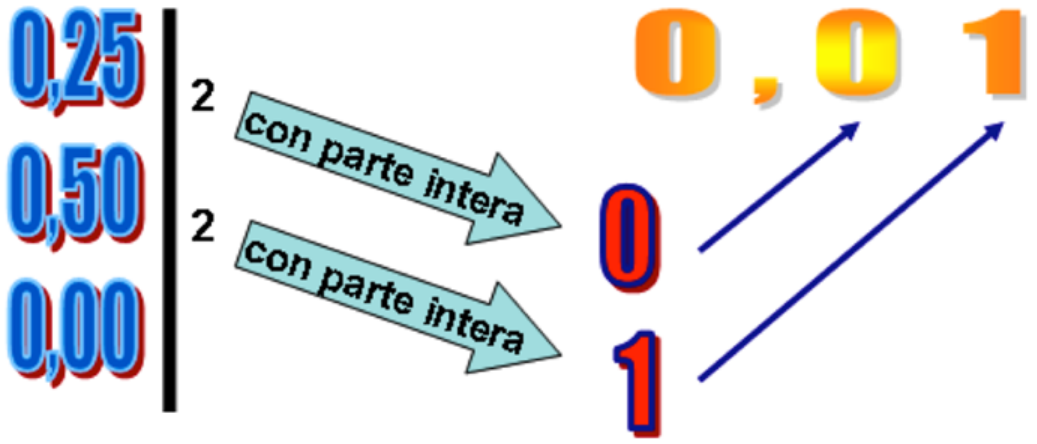
- Ci si accontenta di una rappresentazione approssimata con un numero di bit inferiore a quello che andrebbero calcolati per raggiungere una delle condizioni precedenti
  - solo la prima condizione garantisce una conversione senza approssimazione

Procedimento

ALGORITMO

1) moltiplicare la parte frazionaria del numero ***d*** per la base ***b***
2) scrivere la parte intera del prodotto
3) se la nuova parte frazionaria del prodotto è diversa da zero o non si ripete periodicamente, oppure si non sono state determinate le cifre binarie prefissate, usare tale risultato al posto del numero ***d*** di partenza e continuare dal punto 1)
4) se la nuova parte frazionaria verifica una delle tre condizioni di terminazione, scrivere tutte le cifre ottenute come parte intera nell'ordine in cui sono state calcolate

Si noti che l'algoritmo consente di convertire un numero frazionario in base dieci in una qualunque base ***b***. Nel caso di ***b*** =2 si ottiene la conversione in binario del numero assegnato.



Ottale ed Esadecimale

- Per rappresentare dieci cifre occorrono $\log_2 10$ bit ($\cong 3{,}3$ bit), solitamente la stringa di cifre in bit è circa 3 volte più lunga di quella decimale

Ottale	Binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Esadecimale	Binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

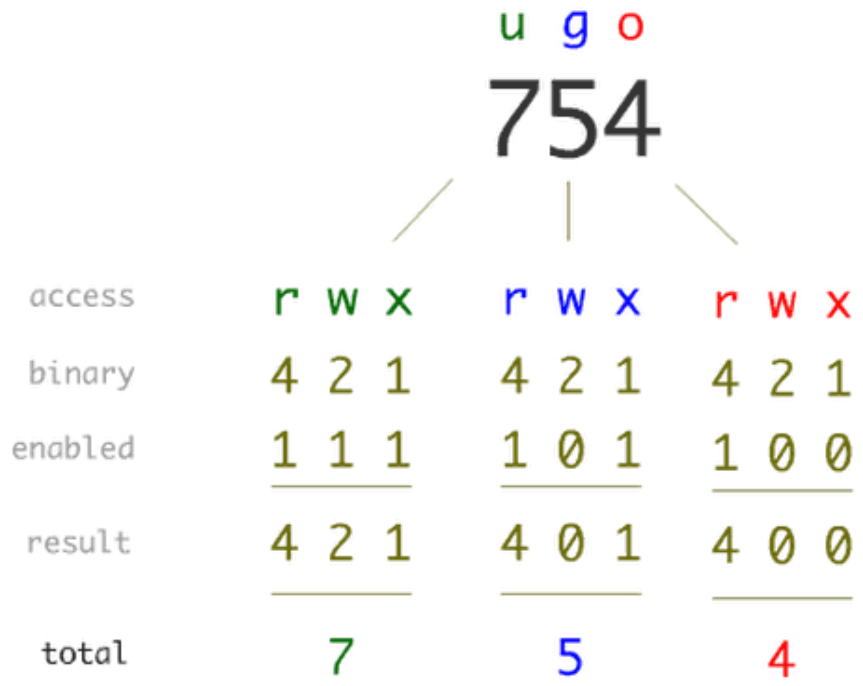
$$(1001101)_2 =$$
$$= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$
$$= 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = (77)_{10}$$

- Per evitare l'uso di stringhe troppo lunghe e di difficile lettura, sono molto usati il sistema *ottale* ed *esadecimale*

Esempi d’uso della notazione ottale

- Rappresentazione sintetica dei permessi di file in UNIX

Octal Value	Binary Notation	Symbolic Notation	Explanation
0	000	---	No permissions.
1	001	--x	Execute permission only.
2	010	-w-	Write permission only.
3	011	-wx	Write and execute permissions.
4	100	r--	Read permission only.
5	101	r-x	Read and execute permissions.
6	110	rw-	Read and write permissions.
7	111	rwx	Read, write, and execute permissions.



Esempi d’uso della notazione esadecimale

- Rappresentazione RGB dei **colori**
  - HTML, programmi di grafica...

Color	Hexadecimal	Color	Hexadecimal
	FF0000		0000FF
	FF8000		7F00FF
	FFFF00		FF00FF
	7FFF00		FF0080
	00FF00		804000
	00FF80		7F7F7F
	00FFFF		FFFFFF
	007FFF		000000

- **Indirizzi** fisici delle schede di rete

Type	MAC Address	Vendor
Ethernet 802.3	00:25:64:9A:15:76	Dell Inc.

- Letture di misure da **sensori**, indirizzi di **memoria**

Reading a negative 3 Phase Real Power actual value from the PQMII:

Register	Actual Value	Description	Units & Scale
02F0 (752)	FF3Ah	3 Phase Real Power (high)	0.01 × kW
02F1 (753)	EA7Bh	3 Phase Real Power (low)	0.01 × kW

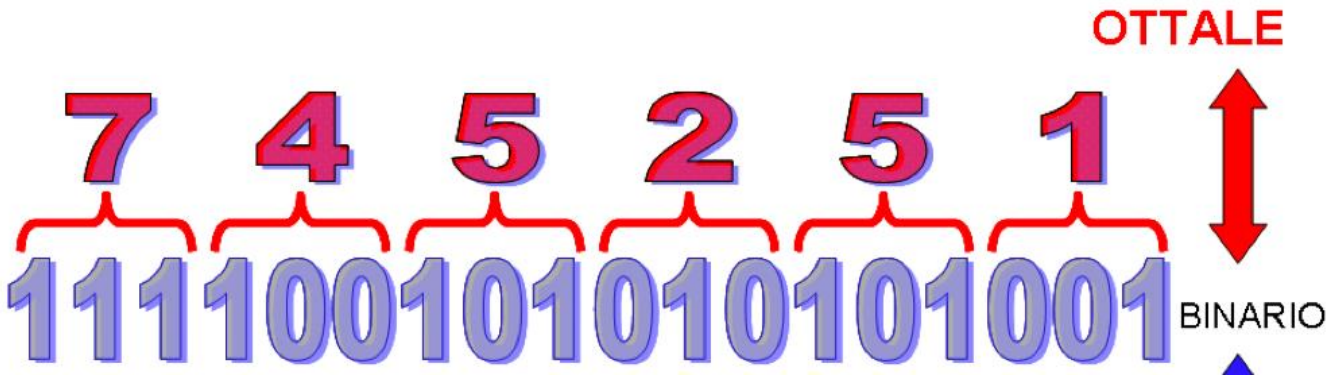
Relazione tra numeri in basi potenze di due

- La trasformazione di una rappresentazione **da binaria in ottale** è molto semplice: una cifra in ottale è rappresentabile esattamente con tre cifre binarie, il cui valore è uguale proprio alla cifra rappresentata.
  a. raggruppare le cifre binarie in gruppi di tre a partire dalla **posizione di peso minore**
  b. sostituire alle cifre binarie il valore corrispondente decimale (max=7, ok!)

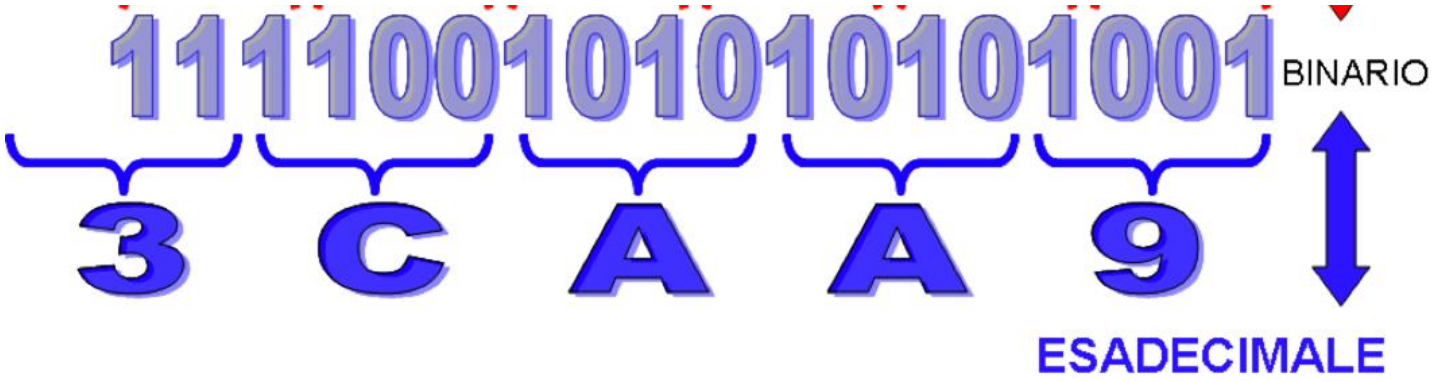
- La conversione **ottale-binaria** è ugualmente semplice: ogni cifra ottale viene "esplosa" esattamente nelle tre cifre binarie che la rappresentano (attenzione agli **zeri**)

- La rappresentazione **esadecimale** è ancora più compatta: il processo è equivalente a quello binario-ottale ma le cifre binarie devono essere raggruppate in gruppi di 4

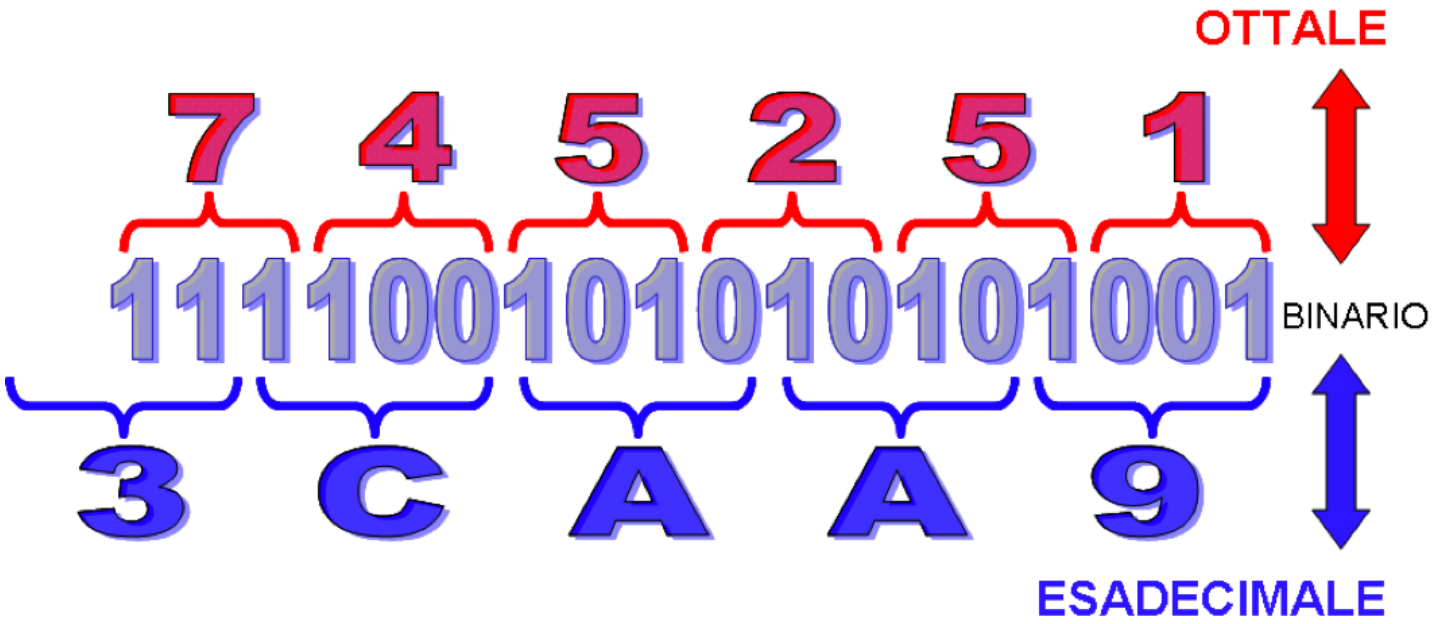
Binario-Ottale



Binario-Esadecimale



Ottale-Esadecimale



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

Corso di Laurea Professionalizzante in Ingegneria Meccatronica
Fondamenti di Programmazione

Rappresentazione e Codifica dell'Informazione
Operazioni su numeri binari: interi con segno

capitolo 1 del testo:
"Le radici dell'informatica" – Chianese Moscato Picariello Sansone

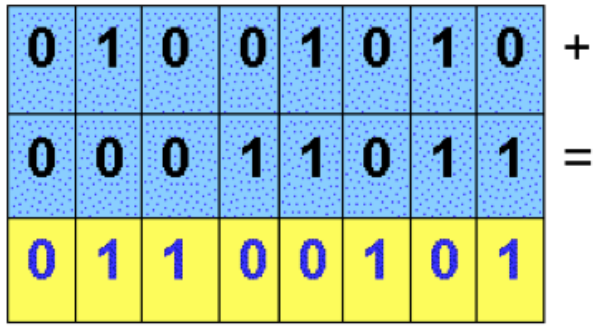
Operazioni sui numeri binari

- Si definiscono la tavola dell'addizione e la tabellina del prodotto per le cifre binarie

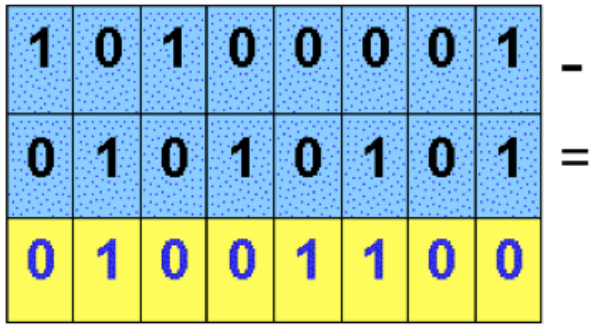
a	b	a+b	a*b
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	10	1

Si noti che 1+1 fa 0 con riporto 1

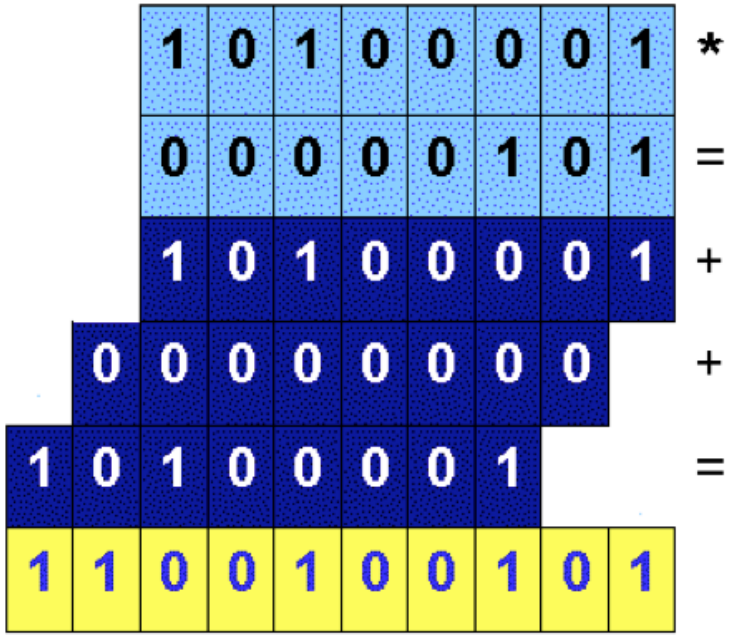
Esempi



Somma



Sottrazione



Prodotto

Rappresentazione numeri negativi in segno e modulo

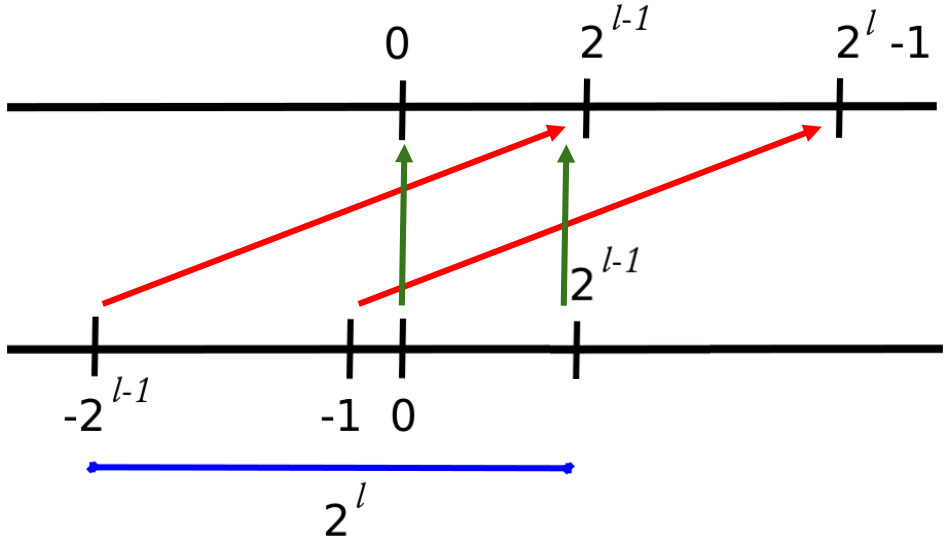
- Segno e Modulo
  - Poiché il segno assume due soli valori ("+" oppure "–"), allora lo si può codificare con un singolo bit utilizzando il bit più significativo per indicarlo
    - ad esempio, "0" per indicare un valore positivo ed "1" per indicarne uno negativo
  - Con *N* bit, *N* – 1 di essi vengono attribuiti alla rappresentazione del valore assoluto del numero, e il bit più a sinistra (MSB) alla rappresentazione del segno

Rappresentazione in segno e modulo

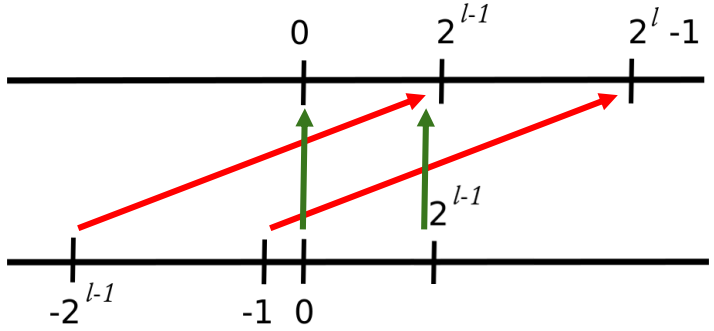
- Consente di codificare tutti i numeri relativi appartenenti all'intervallo
- $[-2^{\ell - 1} + 1, 2^{\ell - 1} - 1]$
- con $2^{\ell - 1}$ valori positivi e altrettanti negativi: per un totale di 2^{ℓ} valori diversi
  - Ad esempio, Per $\ell = 8$ sono rappresentabili tutti i numeri relativi appartenenti all'intervallo [-127,127]
- **Problemi** del segno e modulo
  - Sono presenti **due configurazioni dello zero**, lo "0" positivo (00000000) e lo "0" negativo (10000000) → le operazioni di somma e sottrazione devono essere corrette nell'attraversamento dello zero
  - Richiede un algoritmo complesso per effettuare somma e sottrazione in presenza delle diverse combinazioni dei segni degli operandi

Complemento a due

- Le configurazioni che hanno il bit più significativo uguale a zero, cioè quelle comprese nell'intervallo [0, $2^{\ell-1}-1$], rappresentano se stesse (numeri positivi)
- Le configurazioni col bit più significativo uguale a uno, cioè quelle rientranti nell'intervallo [$2^{\ell-1}$,$2^{\ell}-1$], rappresentano i numeri negativi che si ottengono traslando a sinistra l'intervallo di 2^{ℓ}, cioè l'intervallo [$-2^{\ell-1}$,-1]



Complemento a due (caso 4 bit)



valore su 4 bit:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

complemento alla base

0	1	2	3	4	5	6	7	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

Come si calcola

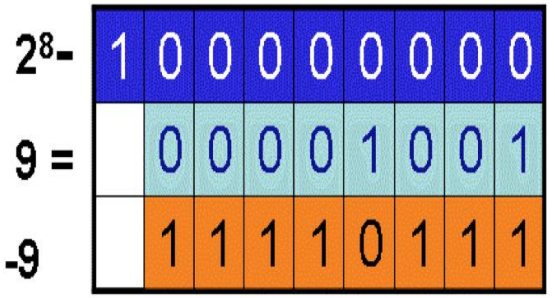
- Il **complemento a due** x" di un **valore negativo** x si calcola sottraendo il valore assoluto di x da 2^{ℓ}

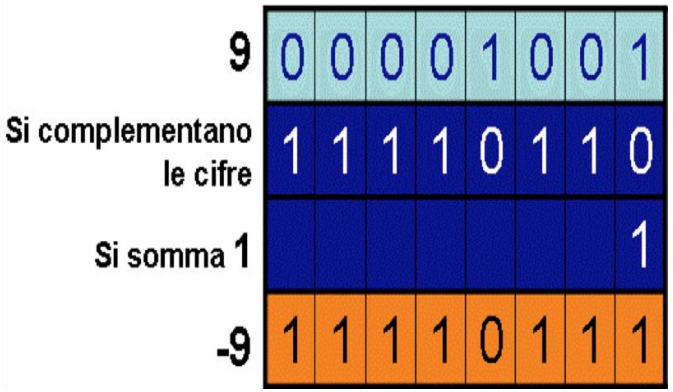
$$x'' = 2^{\ell} - |x|$$

- Se si definisce il **complemento alla base *b* di una cifra *c*** come

$$c' = \boldsymbol{b} - 1 - \boldsymbol{c}$$

allora il complemento a 2 del valore si ottiene **complementando alla base tutte le cifre** del valore assoluto del numero x e **sommando poi 1** al valore ottenuto





Esempio: N= 00110101

Complemento alla base delle cifre=

11001010+

00000001=

11001011

Osservazioni

- Nella rappresentazione per complemento a 2, i valori rappresentati sono compresi nell'intervallo $[-2^{\ell-1}, 2^{\ell-1} - 1]$ sono sempre 2^{ℓ}
  - $[\ 0\ \ , 2^{\ell-1}-1\ ]$ per i valori positivi
  - $[-2^{\ell-1}, \ -1\ \ \ ]$ per i valori negativi
- L'intervallo non è simmetrico
  - $2^{\ell-1}$ valore assoluto del minimo
  - $2^{\ell-1}-1$ valore del massimo
- Esiste una sola rappresentazione dello zero

Esempi

- Con 8 bit, ad esempio, si rappresentano i numeri naturali nell'intervallo [0, 2^8-1], cioè [0, 255], oppure i numeri relativi nell'intervallo [-2^7, 2^7-1], cioè [-128, 127]
- Con 16 bit (2 byte) si rappresentano i numeri naturali nell'intervallo [0,2^{16}-1], cioè [0,65535], oppure i numeri relativi nell'intervallo [-2^{15}, 2^{15}-1], cioè [-32768, 32767]

Numeri Negativi: complemento a 2

- Se si ha una sequenza di ℓ bit che rappresenta un numero intero con segno, con i numeri negativi rappresentati in complemento a 2, allora, per ottenere il numero rappresentato, si procede nel seguente modo
- Si esamina il **bit più significativo**
  - Se esso è **zero**, il numero rappresentato è **non negativo** e lo si calcola con la normale conversione binario-decimale
  - Se invece è **uno**, allora si tratta di un **numero negativo**, per cui, per ottenerne il valore assoluto, si **complementano** tutti i bit e si **somma 1** al risultato

1 1 1 1 0 1 1 1	Si parte dal numero negativo binario (-9)
0 0 0 0 1 0 0 0	Si complementano tutte le cifre
0 0 0 0 0 0 0 1	Si somma 1
0 0 0 0 1 0 0 1	Si ottiene il valore assoluto del numero (9)

Interpretazione del complemento a due

- Dati ℓ bit, con la prima posizione che parte da zero, si ha che il peso della cifra più significativa $c_{\ell-1}$ è $-2^{\ell-1}$

$$\mathbf{c_{\ell-1} \times (-2^{\ell-1}) + c_{\ell-2} \times (2^{\ell-2}) + \ldots\ldots\ldots + c_1 \times 2^1 + c_0 \times 2^0}$$

1	1	1	1	0	1	1	1	*
-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
-128	64	32	16	8	4	2	1	=
-128	64+32+16+4+2+1=119							-9

Complemento diminuito

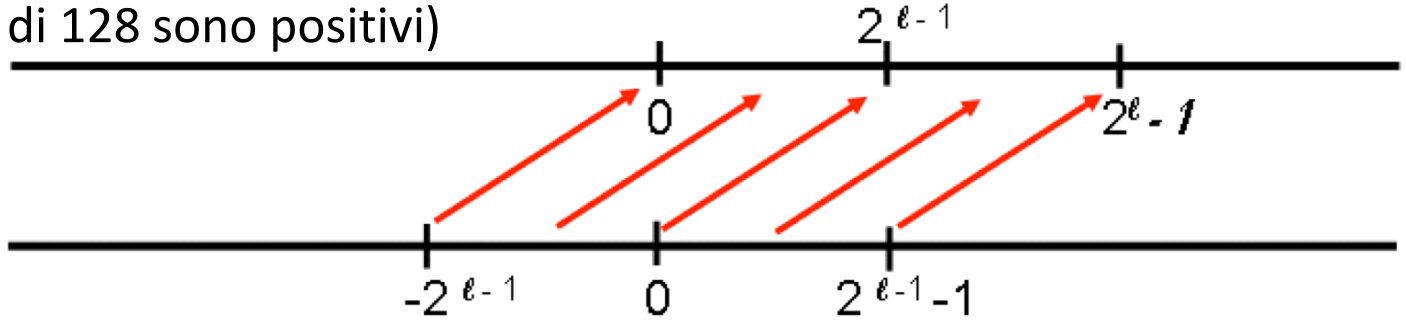
- Il *complemento a uno* (***x'***) del numero ***x*** si differenzia dal complemento a 2 (***x"***) dello stesso numero per una unità

$$x' = x'' - 1$$

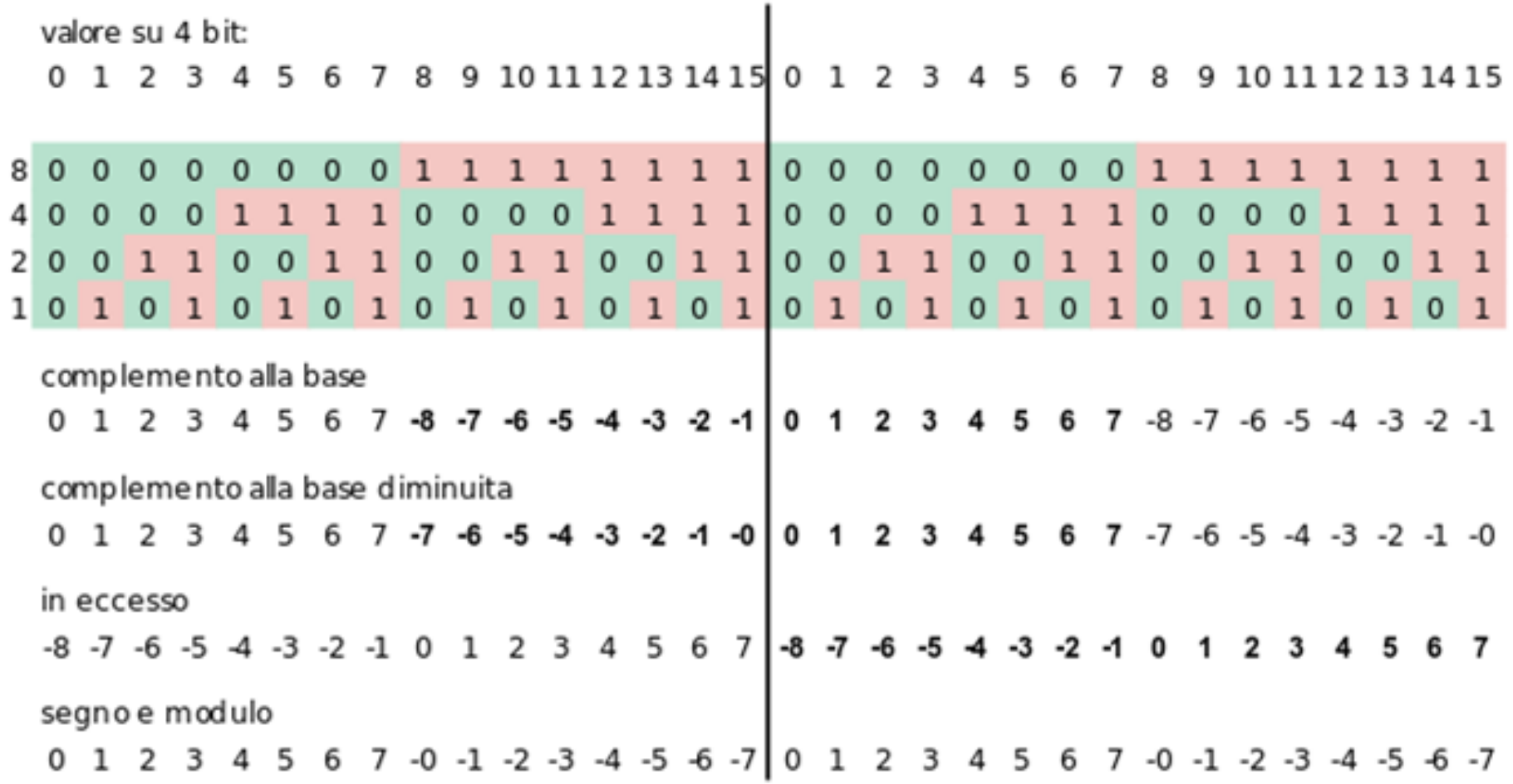
- Il complemento a 1 di un numero si ottiene semplicemente complementando tutte le cifre del numero
- E' stato usato in alcuni calcolatori, ma è stato abbandonato perché
  - nonostante la determinazione dei numeri negativi sia semplice, ha una doppia rappresentazione dello zero che complica le operazioni di somma e sottrazione

Rappresentazione per eccessi

- I numeri negativi si determinano come somma degli stessi con 2^{l-1} dove *l* è il numero di bit utilizzati
- Il sistema è identico al complemento a due con il bit di segno invertito
  - In pratica i numeri compresi in $[-2^{l-1}, 2^{l-1}-1]$ sono mappati tra $[0, 2^{l}-1]$
  - In tale rappresentazione, il numero **binario che rappresenta 2^{l-1}** sarà associato allo **zero**, mentre i valori minori di 2^{l-1} ai numeri negativi e quelli maggiori a quelli positivi
    - Nel caso di n = 8 i numeri appartenenti a [–128, 127] sono mappati nell'intervallo [0, 255] (con i numeri da 0 a 127 considerati negativi, il valore 128 corrisponde allo 0 e quelli maggiori di 128 sono positivi)



Confronto (su 4 bit)



valore su 4 bit:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

complemento alla base	0	1	2	3	4	5	6	7	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

complemento alla base diminuita	0	1	2	3	4	5	6	7	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0	0	1	2	3	4	5	6	7	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0

in eccesso	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7

segno e modulo	0	1	2	3	4	5	6	7	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	0	1	2	3	4	5	6	7	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7

Confronto (su 8 bit)

Valore decimale di N	N in binario (8 bit)	-N in segno e modulo	-N complemento a 1	-N complemento a 2	-N eccesso $2^7 = 128$
0	00000000	10000000	11111111	Non esiste	Non esiste
1	00000001	10000001	11111110	11111111	01111111
10	00001010	10001010	11110101	11110110	01110110
50	00110010	10110010	11001101	11001110	01001110
100	01100100	11100100	10011011	10011100	00011100
127	01111111	11111111	10000000	10000001	00000001
128	10000000	Non esiste	Non esiste	10000000	00000000

Quali si usano?

- Le rappresentazioni in c**omplemento a due** ed **eccesso** sono le più efficienti per svolgere operazioni in aritmetica binaria poiché permettono di trattare la **sottrazione tra numeri come una somma** tra numeri di segno opposto

$$(X - Y) = (X + (-Y))$$

- È così possibile costruire dei circuiti che fanno **solo addizioni**
  - Si noti che tale proprietà ha validità solo nel caso di rappresentazioni finite dei numeri

13	-		0	0	0	0	1	1	0	1	+
10	=		1	1	1	1	0	1	1	0	=
3		1	0	0	0	0	0	0	1	1	
			0	0	0	0	0	0	1	1	

Si noti che il 9 bit di overflow si perde in quanto la rappresentazione si compone di soli 8 bit

13	-		0	0	0	0	1	1	0	1	+
20	=		1	1	1	0	1	1	0	0	=
-7			1	1	1	1	1	0	0	1	

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

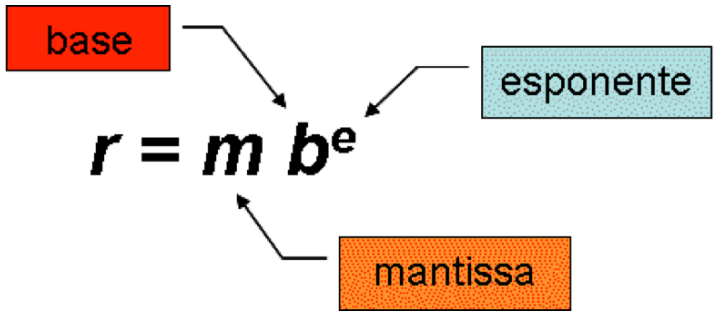
Corso di Laurea Professionalizzante in Ingegneria Meccatronica
Fondamenti di Programmazione

Rappresentazione e Codifica dell'Informazione
Numeri reali

capitolo 1 del testo:
"Le radici dell'informatica" – Chianese Moscato Picariello Sansone

Numeri Reali

- I numeri reali vengono rappresentati in binario attraverso la seguente notazione scientifica: $r=mb^e$, con
  - ***m*** numero frazionario detto *mantissa*,
  - la *base* ***b*** numero naturale prefissato,
  - ed ***e*** numero intero chiamato *esponente* o *caratteristica*



- L'*esponente* determina l'ampiezza dell'intervallo di valori preso in considerazione, mentre il numero di cifre della *mantissa* determina la precisione del numero, ossia con *quante cifre significative* sarà rappresentato

Notazione Scientifica

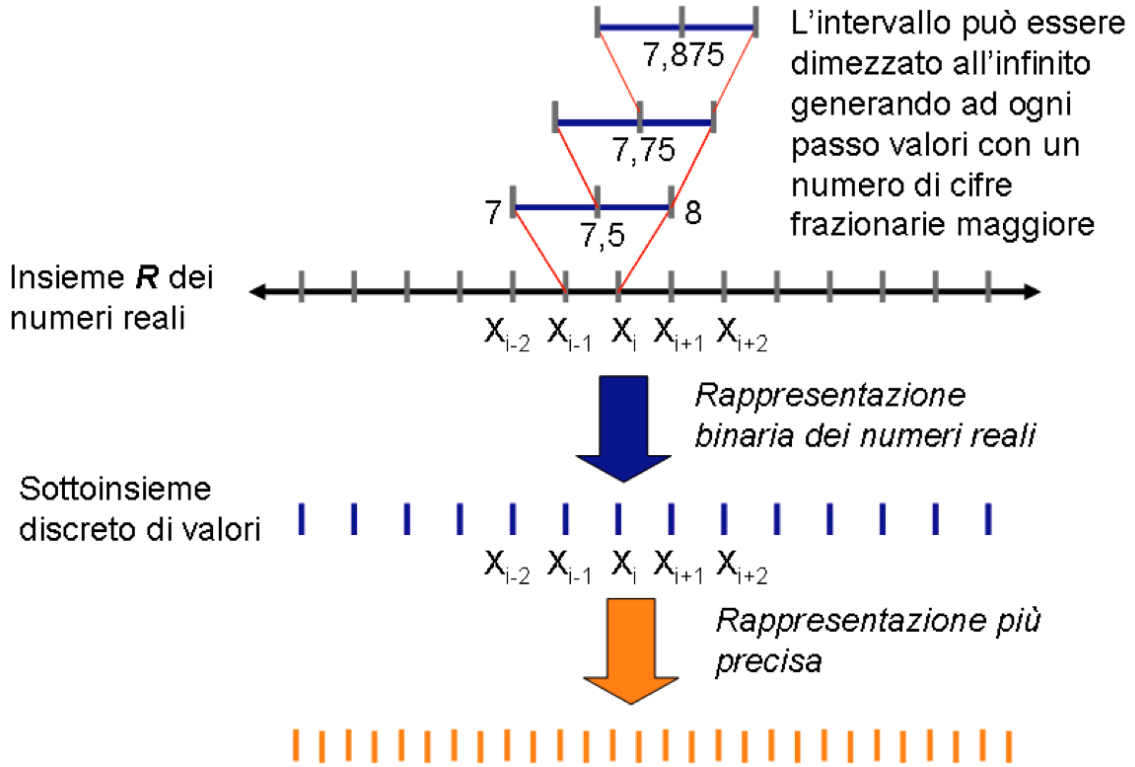
- Vantaggi
  - indipendenza dalla posizione della virgola “floating point”
  - possibilità di trascurare tutti gli zeri che precedono la prima cifra significativa con la normalizzazione della mantissa
  - possibilità di rappresentare con poche cifre numeri molto grandi oppure estremamente piccoli

Rappresentazione finita e discreta dei numeri reali

- In un intervallo reale, comunque piccolo, esistono infiniti valori (i numeri reali formano un continuo)

- I valori rappresentabili in binario appartengono invece ad un sottoinsieme che contiene un **numero finito di valori reali** ognuno dei quali rappresenta un intervallo del continuo

- In altri termini, diviso l'insieme dei numeri reali in intervalli di fissata dimensione, si ha che ogni x appartenente all'intervallo $[X_i, X_{i+1}[$ viene sostituito con X_i



Effetti delle Approssimazioni

- Il CALCOLO NUMERICO si pone come obiettivo la ricerca di **algoritmi** appropriati per la soluzione di problemi matematici che fanno largo uso dei numeri reali
  - –un qualsiasi calcolo numerico sarebbe privo di senso, qualora non si avesse un'idea del tipo e dell'entità degli errori che si possono commettere
- I **numeri reali rappresentabili in binario** godono della seguente proprietà

$$\frac{|x - X|}{|X_{i+1} - X_i|} < \varepsilon$$

  - –dove ε rappresenta l'errore che si commette sostituendo x con X, e
    - $X = X_i$ se si approssima per difetto
    - $X = X_{i+1}$ se si approssima per eccesso
  - –Il valore ε dipende dalla rappresentazione finita (numero finito di cifre) utilizzata per i numeri reali

Esempio errori di arrotondamento

NUMERO	ARROTONDAMENTO	ERRORE
0,00347	0,0035	$3*10^{-5} = 0.3 *10^{-4}$
0,000348	0,0003	$48*10^{-6} = 0.48*10^{-4}$
0,00987	0,0099	$3*10^{-5} = 0.3 *10^{-4}$
0,000987	0,0010	$13*10^{-6} = 0.13*10^{-4}$

- Per un'aritmetica a quattro cifre decimali con un errore massimo sull'ultima cifra di 0.5 ($0.5 * 10^{-4}$)
- In generale se ***-m*** è il peso della cifra meno significativa, l'errore massimo che si commette è

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \times 10^{-m}$$

Rappresentazione Normalizzata

- La rappresentazione in virgola mobile, fissata la base, consente di esprimere lo stesso valore con infinite coppie (mantissa, esponente)
  - ad esempio: 48×10^2 è uguale a 4800×10^0, ma anche a $4{,}8 \times 10^3$
- È allora possibile scegliere, tra le infinite coppie *quella che preserva il maggior numero di cifre significative* con la *normalizzazione della mantissa*
  - Per esempio, per i numeri minori di uno quando la cifra più a sinistra è uno zero, si traslano (shift) verso sinistra le cifre diverse da zero (significative) decrementando l'esponente di tante cifre quante sono le posizioni scalate: in questo modo si ottiene un'altra coppia distinta, ma avente il medesimo valore del precedente
    - ad esempio $0{,}0025 * 10^0$ è equivalente $2{,}5000 * 10^{-3}$
- In generale la forma normalizzata della mantissa obbliga che *la sua prima cifra sia diversa da zero* e che la *sua parte intera sia in generale un numero minore della base*

Esempio di Normalizzazione

- Rappresentazione con b = 10
- Cinque cifre per la mantissa considerata minore di 10
- Due cifre per l'esponente
- Rappresentazione normalizzata con la prima cifra diversa da zero

- Con condizione di overflow quando
  - $x > 9{,}9999 \times 10^{99}$
- e di underflow quando
  - $x < 1{,}0000 \times 10^{-99}$

Esempi di rappresentazioni normalizzate

Numero	Valore
0,384	$3{,}8400 \times 10^{-1}$
1345	$1{,}3450 \times 10^{3}$
64350	$6{,}4350 \times 10^{4}$
333	$3{,}3300 \times 10^{2}$
0,0048	$4{,}8000 \times 10^{-3}$

Overflow e Underflow

- I numeri reali rappresentabili sono definiti in un insieme limitato con estremi predefiniti

  [-minreal, maxreal]

  – Overflow: condizione che si verifica quando i valori o sono più piccoli di *minreal* o più grandi di *maxreal*

  – Underflow: condizione che si verifica quando un valore, per effetto delle approssimazioni, **viene confuso con lo zero**

Osservazione

- Gli intervalli $[X_i, X_{i+1}]$ non hanno tutti la stessa ampiezza a causa della finitezza del numero di cifre della mantissa
  - man mano che ci si avvicina alla condizione di overflow gli intervalli si fanno sempre più ampi
  - mentre intorno alla condizione di underflow non solo si addensano ma diventano sempre più piccoli
- Con l'esempio precedente è facile osservare il fenomeno confrontando gli intervalli $[1.0000 \times 10^{-99}, 1.0001 \times 10^{-99}]$ e $[9.9998 \times 10^{99}, 9.9999 \times 10^{99}]$

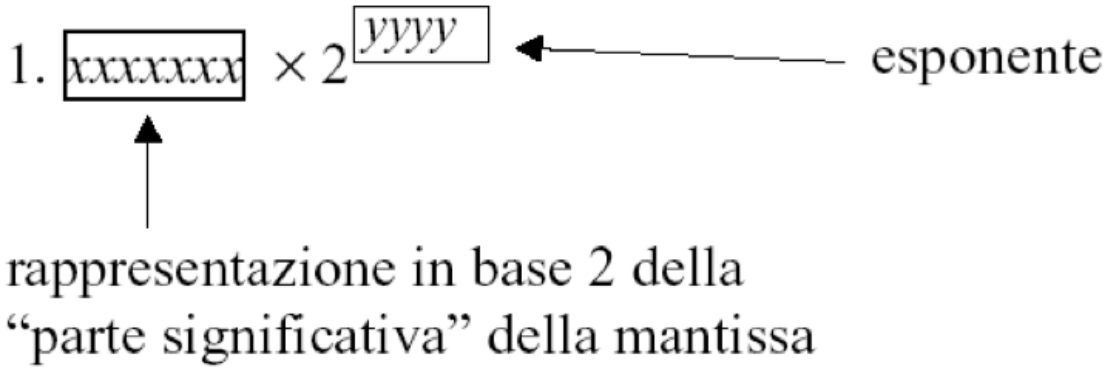
Operazioni in Virgola Mobile

- Le operazioni non solo si complicano ma possono generare errori di approssimazione
  - Ad esempio la somma e la sottrazione richiedono l'**allineamento degli esponenti**: $100\times10^{0} + 100\times10^{-2} = 100\times10^{0} + 1\times10^{0} = 101\times10^{0}$
  - mentre per il prodotto e la divisione servono operazioni separate sulle mantisse e sugli esponenti: $100\times10^{0} * 100\times10^{-2} = (100 * 100)\times10^{(0-2)} = 10000\times10^{-2}$
- L'allineamento degli esponenti produce come effetto indesiderato quello di far scomparire alcune cifre rappresentative del numero
  - Ad esempio la somma dei numeri seguenti: $1{,}9099\times10^{1} + 5{,}9009\times10^{4}$ nell'esempio precedente, diventa: $0{,}0001\times10^{4} + 5{,}9009\times10^{4}$
  - con il troncamento delle cifre 9099 del numero con esponente più piccolo

NB1: se si sottraggono *numeri di valore quasi uguale*, le cifre più significative si eliminano fra loro e la differenza risultante perde un certo numero di cifre significative o anche tutte (*cancellazione*)
NB2: la *divisione per valori molto piccoli* può facilmente superare il valore di overflow

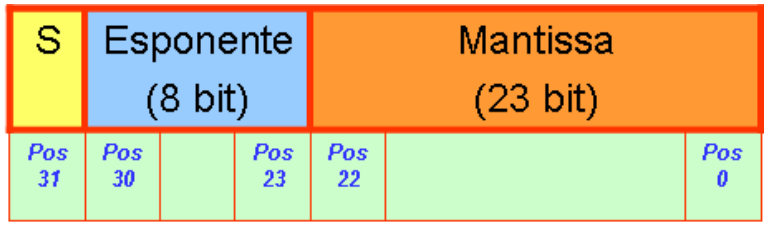
Perché rappresentare in virgola mobile?

- Se si conviene che le mantisse siano trasformate in **valori minori di 10** con operazioni interne, un *numero reale può essere rappresentato nella memoria di un calcolatore con un numero intero indicativo della parte decimale della mantissa e con un altro numero intero per l'esponente*
- Per esempio il numero $0{,}1230 \times 10^{-9}$ viene rappresentato con la coppia di numeri interi (1230, -9) e gestito con operazioni interne che ne costruiscono l'effettivo valore
- Analogamente in base due

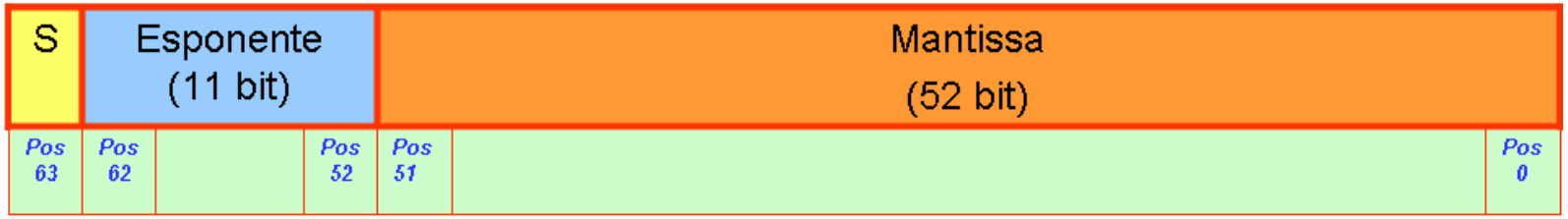


Standard Virgola Mobile

- Standard 754 IEEE: definisce principalmente tre formati numerici a virgola mobile
  - –singola precisione o precisione semplice (32 bit)
  - –doppia precisione (64 bit)
  - –precisione estesa (80 bit)



Singola precisione (32 bit)



Doppia precisione (64 bit)

Rappresentazione v.m. precisione singola e doppia

- Un bit per il segno del numero complessivo (zero per positivo ed uno per negativo)
- Otto bit nel caso della singola precisione (11 per la doppia precisione) per l'esponente rappresentato **per eccesso** così da non doverne indicare il segno
- 23 bit nel caso della singola precisione (52 per la doppia) per la mantissa
- La mantissa è normalizzata per cui comincia sempre con un 1 seguito da una virgola binaria, e poi a seguire il resto delle cifre
  - Lo standard prevede l'assenza sia del primo bit che del bit della virgola perché è sempre presente

Argomento	Precisione singola 32 Bit	Precisione doppia 64 bit
Bit del segno	1	1
Bit per l'esponente	8	11
Bit per la mantissa	23	52
Cifre decimali mantissa	Circa 7 (23/3.3)	Circa 15 (52/3.3)
Esponente (rappresentazione)	base 2 ad eccesso 127	base 2 ad eccesso 1023
Esponente (valori)	[-126, 127]	[-1022, 1023]

IEEE 754 a 32 bit: esponente

- Esponente (8bit)
  - –Rappresentato in eccesso 127
  - –L'intervallo di rappresentazione è [-127, 128]
  - –Le due configurazioni estreme sono riservate [-126, 127]
    - Numero più grande 11….11; più piccolo 00..00: per confrontare due interi polarizzati, per determinare il minore basta considerarli come interi senza segno

```
[-126,...,0,...,127] --> [-126+127,...,0+127,...,127+127] --> [1,...,127,...,254] --> [00000001,...,01111111,...,11111110]
```

  - –Esempio:
    - 10100011 = 163 in b=10; 163-127 = 36
    - 00100111 = 39 in b= 10; 39-127=-88

Esempi:

- 1 10000001 01000000000000000000000
  - Segno negativo
  - Esponente: $2^7+2^0=129-127=2$
  - Mantissa: $1+2^{-2}=1.25$
  - Numero: $-1.25\ 2^2=-5$

Esempi

- 8.5
- Segno +
- 8.5 in binario: $1000.1=1.0001\ 2^3$
  - Mantissa: 00010000000000000000000
  - Esponente: 3+127=130=10000010
  - **NUMERO: 0 10000010 00010000000000000000000**

Esempi

- -109.78125
- Segno -, quindi il primo bit sarà 1
- Cominciamo trasformando 109.78125 in binario
- Per la parte intera: $109_{10} = 1101101_2$
- Per la parte decimale $0.78125_{10} = 0.11001_2$
- Quindi il numero in binario è 1101101.11001_2, che normalizzato diventa $1.10110111001 * 2^6{}_2$
- Adesso abbiamo mantissa ed esponente, dobbiamo metterli nel formato richiesto
- Esponente 6, da portare in eccesso 127 -> 6 + 127 = $133_{10} = 10000101_2$
- Mantissa 1.10110111001_2 si toglie il primo 1 e si mettono gli 0 a destra per arrivare a 23 bit
- Risultato: 1 10000101 10110111001000000000000

Configurazioni particolari

- **Esponente e mantissa tutti 0** : rappresentano 0
- **Mantissa tutti 0 ed esponente tutti 1**: rappresentano infinito
- **Mantissa diversa da 0 e esponente tutti 1**: rappresentato la situazione di **Not a Number** (NAN), cioè un valore indefinito (esempio il risultato di una divisione per 0 o la radice quadrata di un numero negativo)

Testi, Immagini, Video e Audio

Rappresentazione Testi

Il testo è uno degli oggetti digitali più diffuso nel mondo informatico. Molte sono le applicazioni che generano e manipolano i cosiddetti documenti elettronici. Un testo digitale è una stringa di simboli ad ognuno dei quali viene associato un codice binario secondo un prefissato standard.

Rappresentazione dei Caratteri

- Per rappresentare i caratteri esistono vari codici
- Gli standard accettati sono
  - EBCDIC 8 bit
  - ASCII 7 bit (ASCII esteso 8 bit = 256 simboli)
- Lo standard e' importante affinchè sistemi diversi comunichino tra loro

ANSI ASCII

- Alla fine degli anni sessanta l'ente americano di standardizzazione ANSI (American National Standards Institute) decise di fissare un alfabeto che consentisse a tutti i calcolatori, anche di produttori diversi, di poter comunicare tra loro o con i dispositivi ad essi collegati
- I simboli dell’alfabeto vennero elencati in una tabella per codificare, attraverso la posizione assunta da loro in essa, vari tipi di caratteri: alfabetici, numerici, di punteggiatura, simbolici, e anche alcuni codici da usare come controllo della comunicazione tra una macchina e l'altra (per esempio, per segnalare l’inizio o la fine di una trasmissione)
- Il trasferimento di un insieme di informazioni da un calcolatore all'altro su una rete poteva così essere effettuato attraverso un linguaggio comune, costituito da tale forma di codifica
- La tabella fu chiamata *ASCII*, ossia *American Standard Code for Information Interchange*

Codice ASCII

00	nul	01	soh	02	stx	03	etx	04	eot	05	enq	06	ack	07	bel
08	bs	09	ht	0A	nl	0B	vt	0C	np	0D	cr	0E	so	0F	si
10	dle	11	dc1	12	dc2	13	dc3	14	dc4	15	nak	16	syn	17	etb
18	can	19	em	1A	sub	1B	esc	1C	fs	1D	gs	1E	rs	1F	us
20	sp	21	!	22	"	23	#	24	$	25	%	26	&	27	'
28	(	29	)	2A	*	2B	+	2C	,	2D	-	2E	.	2F	/
30	0	31	1	32	2	33	3	34	4	35	5	36	6	37	7
38	8	39	9	3A	:	3B	;	3C	<	3D	=	3E	>	3F	?
40	@	41	A	42	B	43	C	44	D	45	E	46	F	47	G
48	H	49	I	4A	J	4B	K	4C	L	4D	M	4E	N	4F	O
50	P	51	Q	52	R	53	S	54	T	55	U	56	V	57	W
58	X	59	Y	5A	Z	5B	[	5C	\	5D	]	5E	^	5F	_
60	`	61	a	62	b	63	c	64	d	65	e	66	f	67	g
68	h	69	i	6A	j	6B	k	6C	l	6D	m	6E	n	6F	o
70	p	71	q	72	r	73	s	74	t	75	u	76	v	77	w
78	x	79	y	7A	z	7B	{	7C	|	7D	}	7E	~	7F	del

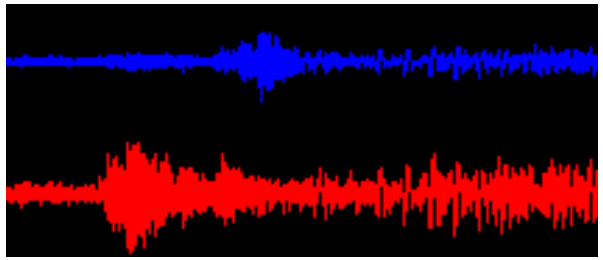
UNICODE

- Uno standard che si propone di affrontare il problema del multilinguismo è *Unicode (Universal Encoding)*
  - Assegna un numero univoco ad ogni simbolo in maniera indipendente dal programma, dalla piattaforma e dalla lingua (e relativo alfabeto): il suo scopo è quello di creare una codifica delle scritture a livello universale
  - Si basa sulla codifica ASCII, ma va oltre la limitazione dell'alfabeto latino potendo codificare caratteri scritti in tutte le lingue del mondo. Originariamente si basava su una codifica a 16 bit che dava la possibilità di codificare più di 65 mila caratteri
- Per rappresentare qualunque carattere, compresi quelli cinesi e tutte le loro varianti, è stato proposto lo standard *Unicode (ISO-10646)* che utilizza l'*UTF (Unicode Transformation Format)*
- I formati UTF possono essere a 8, 16 e 32 bit
  - L'UTF-8 si basa su parole di 8 bit (1 byte) per la codifica dei caratteri; ed usa da 1 a 4 byte per carattere: i primi 128 valori, che iniziano col bit 0, utilizzano 1 byte per carattere e corrispondono all'ASCII, i successivi 1920 (dal 128 al 2047) utilizzano 2 bytes per codificare greco, cirillico, copto, armeno, ebraico, arabo. Per gli altri caratteri si usano 3 o 4 bytes. UTF-16 utilizza parole di 16 bit per codificare i caratteri, viene utilizzato da Java, ed è la rappresentazione interna usata da Windows e Mac OS-X.

I dati multimediali

Immagini

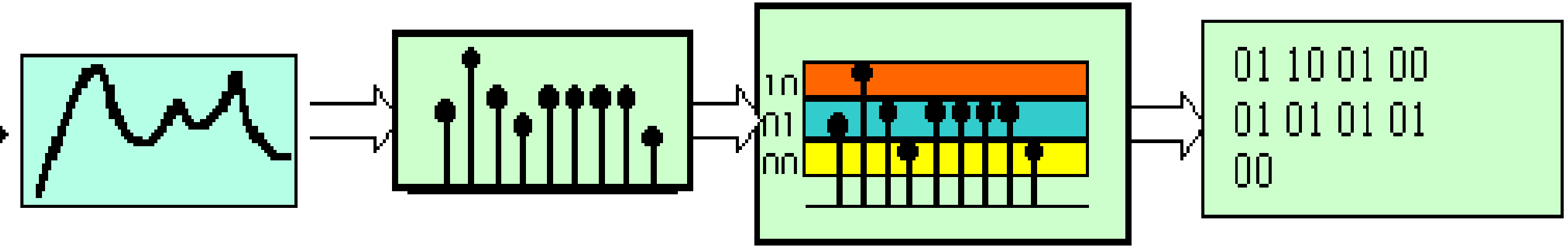
Suoni



Da analogico a digitale

- Un formato analogico può essere rappresentato matematicamente sempre come una funzione *continua* del tempo, mentre una rappresentazione digitale è una rappresentazione discreta di questa
- La trasformazione da analogico a digitale si realizza per mezzo di una operazione detta *campionamento ed una di quantizzazione*
  - a intervalli regolari di tempo, si va a osservare quali valori assume la funzione analogica e se ne conservano le osservazioni o *campioni*
  - l'operazione di *quantizzazione* approssima *i campioni* ad un certo numero prefissato di livelli

Convertitori Analogici-Digitali



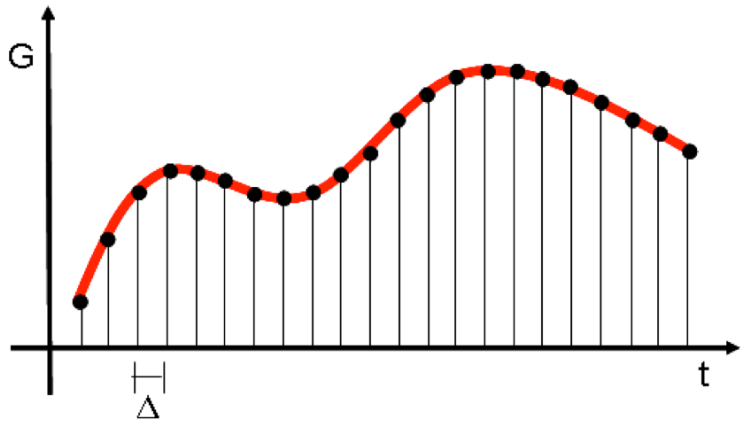
Segnale analogico

Segnale campionato

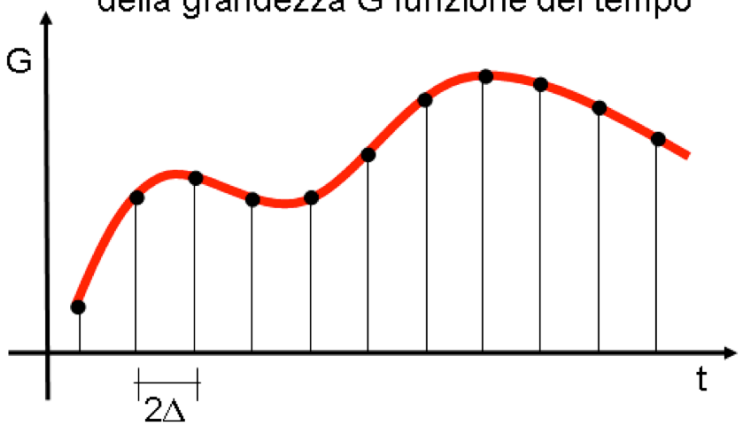
Quantizzazione

Segnale digitale

Campionamento

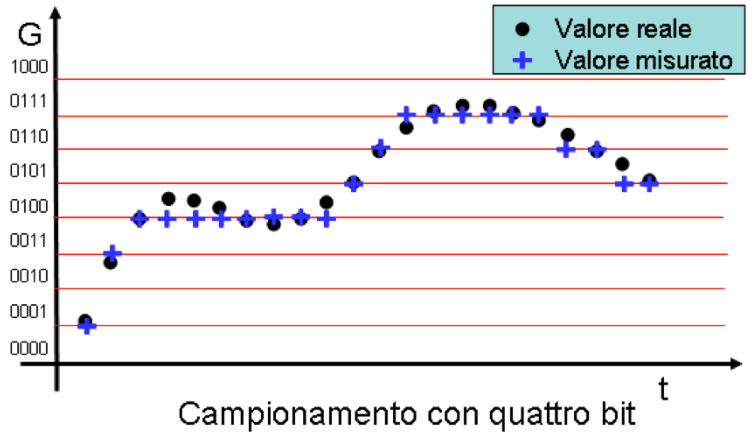


Campionamento con periodo Δ
della grandezza G funzione del tempo

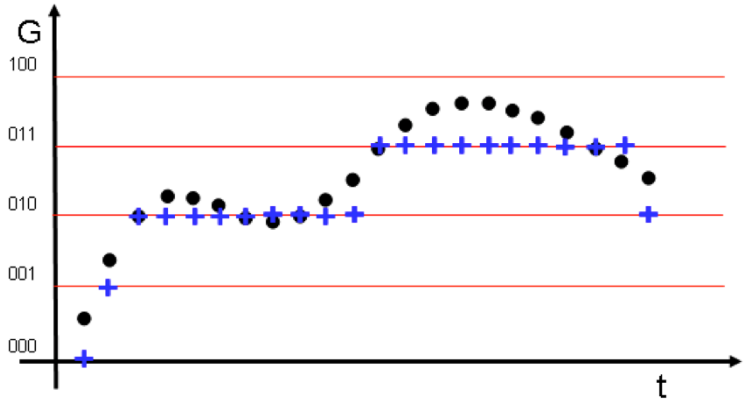


Campionamento meno preciso
con periodo 2Δ della stessa grandezza

Quantizzazione



Campionamento con quattro bit



Campionamento con tre bit
(più approssimato)

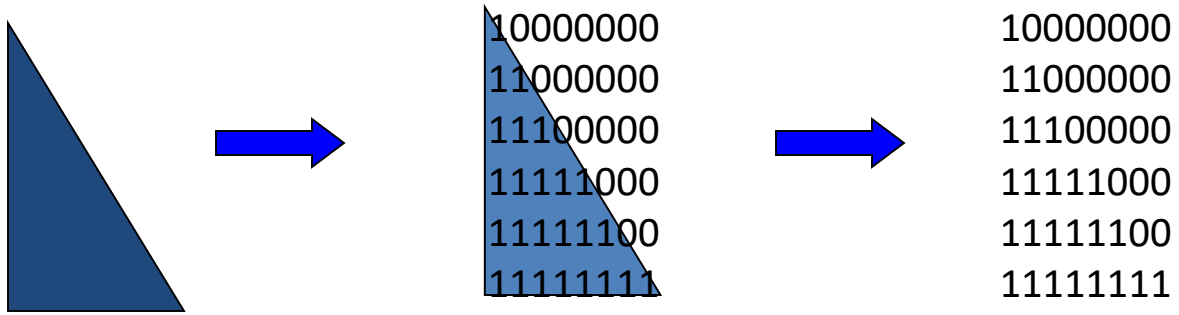
$G(t_1)$	0001	000
$G(t_2)$	0011	001
$G(t_3)$	0100	010
$G(t_4)$	0100	010
$G(t_5)$	0100	010
$G(t_6)$	0100	010
$G(t_7)$	0100	010
$G(t_8)$	0100	010
$G(t_9)$	0100	010
$G(t_{10})$	0100	010
$G(t_{11})$	0101	010
$G(t_{12})$	0110	011
$G(t_{13})$	0111	011
$G(t_{14})$	0111	011
$G(t_{15})$	0111	011
$G(t_{16})$	0111	011
$G(t_{17})$	0111	011
$G(t_{18})$	0111	011
$G(t_{19})$	0110	011
$G(t_{20})$	0110	011
$G(t_{21})$	0101	011
$G(t_{22})$	0101	010

Codifica delle Immagini

- Nel mondo reale, una immagine è un insieme continuo di informazioni
  - luce, colore
- Il calcolatore tratta informazioni discrete
- E' allora necessario scomporre l'informazione in un insieme finito di elementi che verranno codificati con sequenze di bit

Le Immagini BITMAP

- La scomposizione più ovvia consiste nel suddividere l'immagine in un reticolo di punti detti **pixel** (**pic**ture **el**ement)



Bitmap BN e GreyLevel

- Ogni punto del reticolo viene codificato con uno o più bit
  - per immagini a due soli colori, bianco e nero
    - 1 bit/pixel
  - per immagini a livelli di grigio (256 livelli)
    - 8 bit/pixel

Dispositivi di Acquisizione

- Gli “occhi” elettronici (ad esempio, dispositivi ad accoppiamento di carica) acquisiscono una “areola” del mondo, registrandone le caratteristiche di colore, luminosità, etc,
- Più piccola è l’areola, più vicine sono tra loro, più numerose sono, e migliore è la “qualità” dell’immagine acquisita
- Il concetto di risoluzione è legato a *quanto sono fitti i punti che visualizzano l’immagine*
  - Maggiore è la risoluzione dell’immagine, maggiore è la possibilità di distinguere dettagli in essa presenti
  - Tutti i pixel contenuti in una immagine digitale hanno dimensioni identiche. La loro dimensione è determinata dalla risoluzione alla quale l’immagine viene digitalizzata
    - ad esempio la risoluzione di 600 dpi indica che ciascun pixel misura 1/600 di pollice

Le immagini a colori

- La *colorimetria* spiega che un colore può essere ottenuto tramite combinazione di almeno tre colori base detti primari
- Se i tre colori base sono il Rosso, il Verde ed il Blu si ha lo spazio RGB
    - Color = a R + b G + c B
- Con 8 bit/colore base, per ogni colore si useranno 24 bit, ovvero circa 16 milioni di colori diversi

Esempio di Immagini Digitali

256 colori

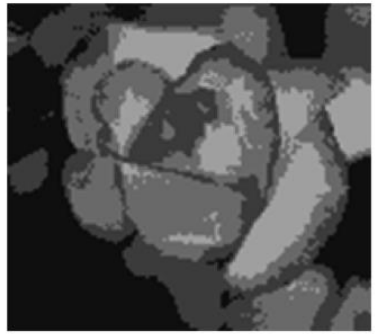
64 colori

16 colori

4 colori

256 livelli grigio

16 livelli grigio



4 livelli grigio

bianco/nero

I formati BITMAP

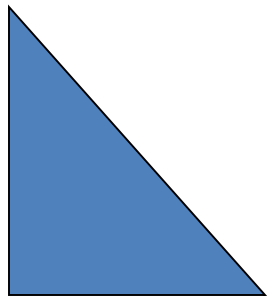
- Ciascuna immagine viene memorizzata con diversi formati bitmap alcuni dei quali prevedono forme di compressione
- Tra i formati più comuni,
  - Tagged Image File Format **TIFF**
  - Graphics Interchange Format **GIF**
  - Joint Photographers Expert Group **JPEG**
  - Microsoft Bit Map **BMP** e Device Independent BitMap **DIB**
  - PC Paintbrush PCX

Dimensione dei Bitmap: un esempio

Immagine	Definizione	Colori	Bit	Occupazione
Televisiva	720x625	256	8	
	450 KB			
SVGA	1024x768	65536	16	
	1,5 MB			
Fotografia	15000x10000	16 M	24	
	450MB			

Le Immagini Vettoriali

- Una immagine viene descritta in modo astratto attraverso gli elementi grafici di alto livello (*linee, archi, colori*) che la costituiscono



Triangle 0, 0, 0, 100, 100, 100

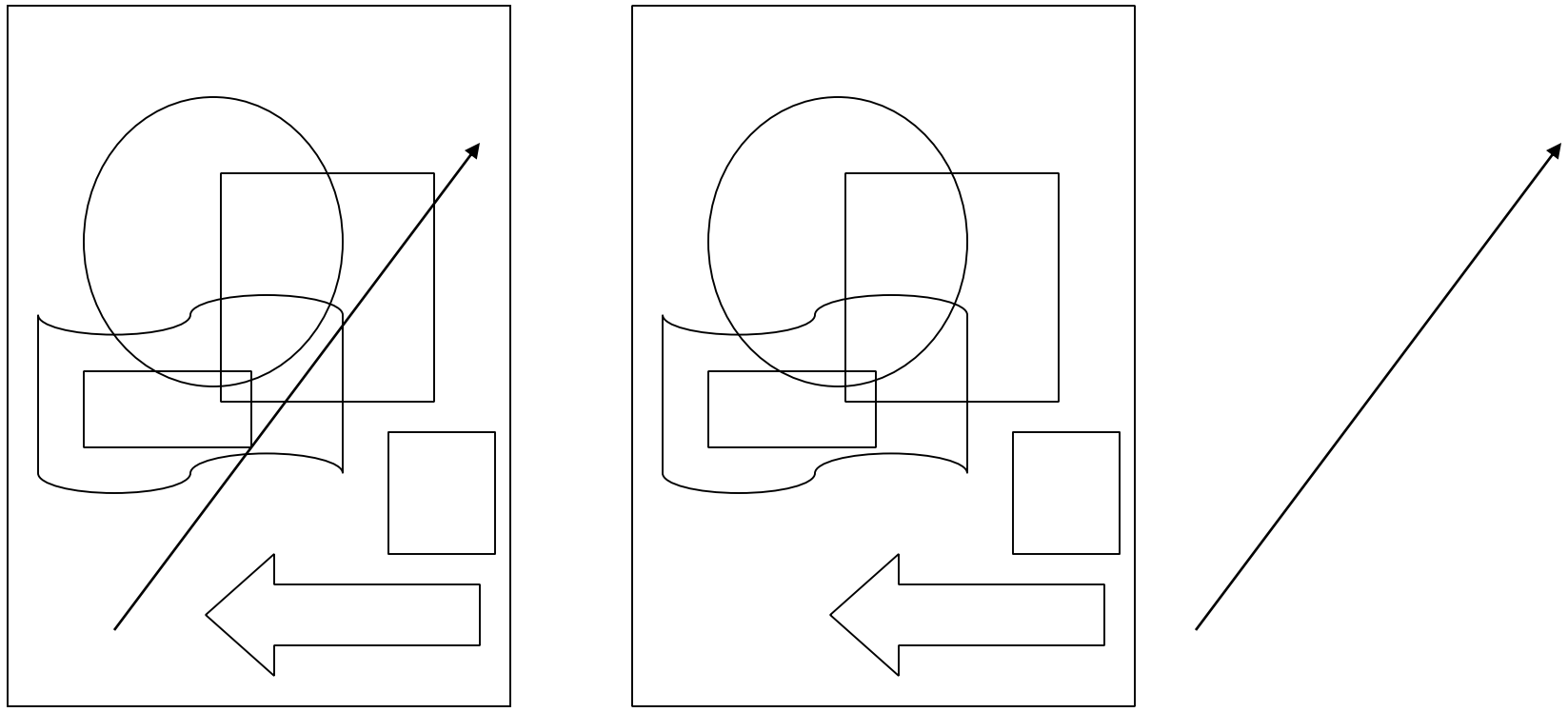
Caratteristiche della Grafica Vettoriale

- Ogni figura è codificata tramite un identificatore e alcuni parametri di posizione (punti, lunghezze di segmenti..)
- Pro
  - Indipendenza dal dispositivo di visualizzazione e dalla sua risoluzione
  - Possibilità di modifiche ad alto livello
- Contro
  - Una immagine reale non è sempre scomponibile in elementi primitivi
  - Per Visualizzare occorre avere lo stesso programma di Generazione del File Vettoriale

I formati Vettoriali

- Tra i formati grafici più diffusi, vanno ricordati
  - PostScript PS
    - EPS
    - PDF
  - Drawing eXchange Format (DXF)
  - Initial Graphics Exchange Specifications (IGES)

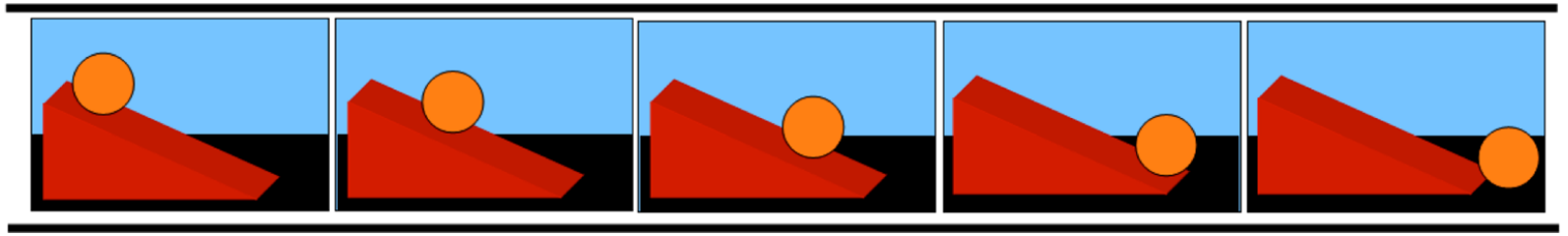
Un disegno astratto



Gli elementi non perdono la loro identità

Le immagini in Movimento

- L’occhio umano ricostruisce l’informazione di movimento se riceve una successione sufficientemente rapida di immagini fisse



  - Cinema: 24 fotogrammi/sec
  - TV: 25 o 30 fotogrammi/sec
  - La sequenza continua di immagini della realtà viene quindi discretizzata ottenendo una serie di immagini (detti *frame*) che variano velocemente, ma a intervalli stabiliti
  - Il *frame-rate* è il numero di frame mostrati per secondo (fps)
- Lo standard MPEG (Moving Picture Expert Group) prevede la codifica di ciascun frame fisso, oltre alla codifica di suoni, attraverso tecniche di Compressione Dei Dati
  - senza compressione, 1 min. di filmato a 24 fotogrammi/sec occuperebbe 644MB

Compressione

- Per risolvere i problemi connessi con le dimensioni elevate sono stati introdotti *processi di compressione*
  - riducono lo spazio occupato mediante o la diminuzione del numero di bit necessari per codificare una singola informazione (*compressione entropica*)
  - oppure la diminuzione del numero di informazioni da memorizzare o trasmettere (*compressione differenziale*, *compressione semantica*). La compressione può conservare integralmente o no il contenuto della rappresentazione originale secondo due tecniche principali
    - la *compressione senza perdita di informazione (lossless, reversibile)* che sfrutta le ridondanze nella codifica del dato
    - la *compressione con perdita di informazione (lossy, irreversibile)* che invece sfrutta le ridondanze nella percezione dell'informazione

Compressione Lossless

- La compressione lossless avviene tramite una classe di algoritmi che consentono di ricostruire tutta l'informazione iniziale partendo da quella compressa
- Non sempre si ottengono riduzioni significative
- Tra le tecniche di compressione lossless si ricordano
  - la *Run-length encoding (RLE)* che codifica sequenze di valori uguali premettendo un indicatore di ripetizioni al valore codificato
  - la codifica di *Huffman* che assegna un numero inferiore di bit alle sequenze più probabili attraverso un vettore di codifica
  - la compressione *Lempel-Ziv-Welch (LZW)* che costruisce dinamicamente una tabella di codifica con numero variabile di bit sulla base delle sequenze incontrate
  - la *codifica differenziale* in cui ogni dato è rappresentato come differenza rispetto al dato precedente

Compressione Lossy

- I metodi lossy comportano riduzioni notevoli delle dimensioni, ma la ricostruzione dell'informazione da quella compressa non è identica a quella iniziale
- Tali metodi rimuovono parti che possono non essere percepite come avviene nel caso di immagini, video e suoni
  - Ad esempio gli algoritmi di compressione usati nei formati *GIF* e *JPEG* per immagini fisse sfruttano la caratteristica dell'occhio umano di essere poco sensibile a lievi cambiamenti di colore in punti contigui, e quindi eliminano questi lievi cambiamenti appiattendo il colore dell'immagine
- Tra le tecniche di compressione lossy si ricordano:
  - la *compressione JPEG* per le immagini che applica una trasformata nel dominio delle frequenze (*Discrete Cosine Transform*) che permette di sopprimere dettagli irrilevanti riducendo il numero di bit necessari per la codifica
  - la *compressione MPEG* per i video che codifica parte dei frame come differenze rispetto ai valori previsti in base ad una interpolazione
  - la *compressione MP3* per l'audio che si basa alle proprietà psicoacustiche dell'udito umano per sopprimere le informazioni inutili

Codifica dell’Audio

- Il suono è un segnale analogico funzione del tempo consistente in vibrazioni che formano un’onda, la cui ampiezza misura l’altezza dell’onda e il periodo è la distanza tra due onde
- Anche il suono deve essere campionato e quantizzato per poter essere digitalizzato
- L'operazione di campionamento discretizza il segnale con una frequenza dell'ordine delle decine di KHz (migliaia di campioni al secondo) perché è dimostrato che *l’orecchio umano percepisce fedelmente il suono originale se il suo campionamento è non inferiore a 30KHz*

Frequenze di campionamento

Tipo	Frequenza di campionamento (Hz)	Profondità (bit)	Mono/stereo	Dimensione per un minuto
Telefono	8.000	8	mono	469,00 Kb
Parlato	11.025	8	mono	646,00 Kb
Radio mono	22.050	16	mono	2,52 Mb
Radio stereo	22.050	16	stereo	5,05 Mb
Audio Cassetta	44.100	16	stereo	10,10 Mb
Compact Disk	48.000	16	stereo	11,00 MB

Algebra di Bool (cenni)

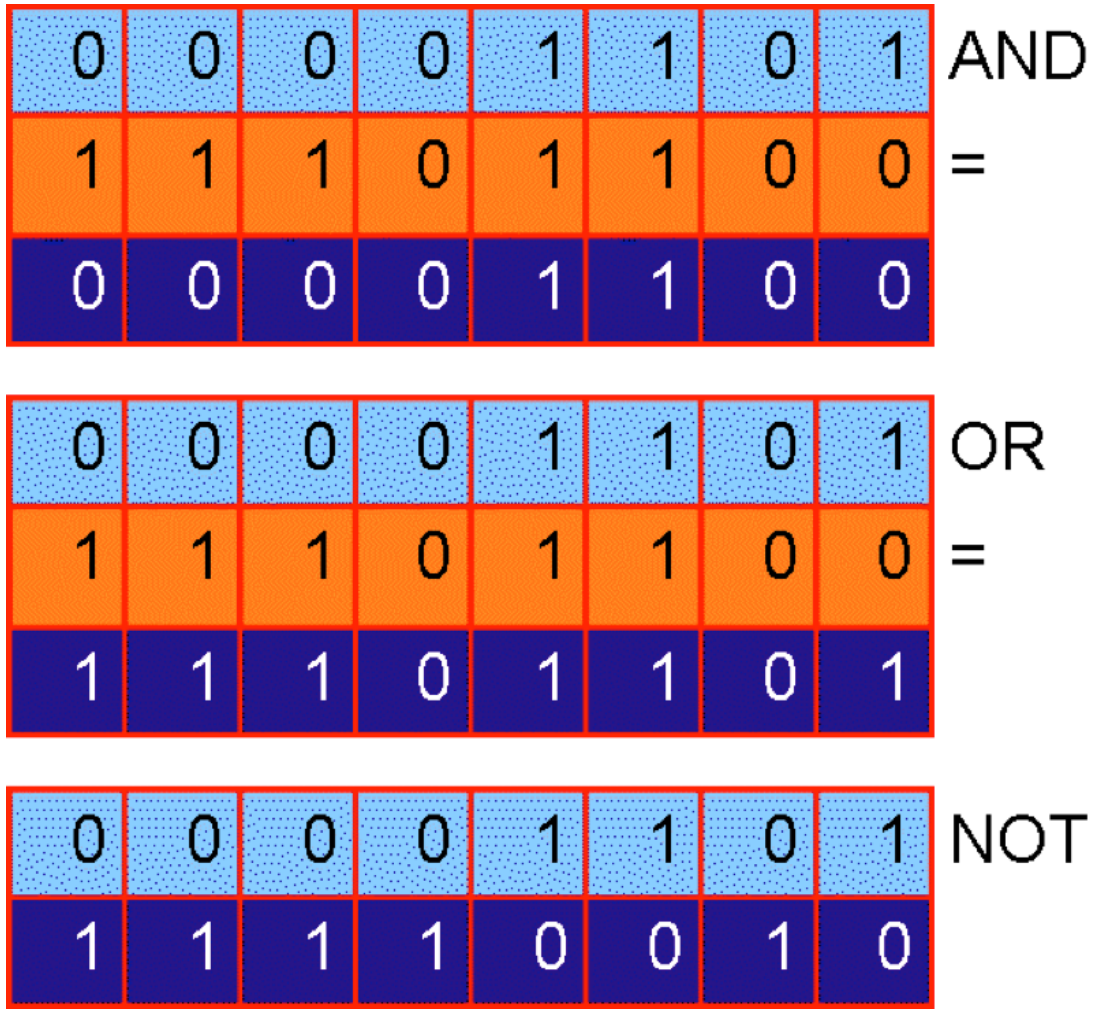
Operatori Booleani

- Sulle stringhe di bit sono anche definiti operatori che lavorano bit a bit (*bitwise operator*). Essi sono detti *booleani* e sono
  - ***AND***: dati due bit restituisce il valore 1 se e solo se i bit erano entrambi posti a 1, in tutti gli altri casi il risultato è 0; l'AND è detto anche *prodotto logico*
  - ***OR***: dati due bit restituisce il valore 0 se e solo se i bit erano entrambi posti a 0, in tutti gli altri casi il risultato è 1; l'OR è anche detto *somma logica*
  - ***NOT***: dato un bit restituisce il valore 0 se esso era posto a 1, restituisce invece 1 se il bit era posto a 0; il NOT viene anche detto operatore di *negazione* o di *complementazione*

Tavola di Verità

a	b	*NOT* a	a *AND* b	a *OR* b
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

Esempio


0 0 0 0 1 1 0 1
AND
1 1 1 0 1 1 0 0
=
0 0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 1 1 0 1
OR
1 1 1 0 1 1 0 0
=
1 1 1 0 1 1 0 1
0 0 0 0 1 1 0 1
NOT
1 1 1 1 0 0 1 0

Proposizioni Logiche

- Una *proposizione semplice* è qualsiasi enunciato che può assumere valore vero o falso
  - Esempio “vi sono altre cifre a sinistra delle ultime considerate”
    - Queste condizioni possono assumere un valore vero o falso, cioè un valore logico
    - In modo più sintetico la condizione usata come esempio che si può anche esprimere con l’espressione
      - (numero di cifre a sinistra) > 0

Operatori di Confronto

- Permettono il confronto di valori qualsiasi
- Gli operatori di relazione più noti sono quelli che permettono di confrontare quantità numeriche
  - uguale (simbolo ‘=’)
  - diverso (simbolo ‘≠’)
  - maggiore (simbolo ‘>’)
  - minore (simbolo ‘<’)
  - maggiore o uguale (simbolo ‘≥’)
  - minore o uguale (simbolo ‘≤’)

Predicati Semplici con Operatori di relazione

- Gli operatori di relazione permettono di esprimere predicati semplici
  - $1 < 2$ (valore: vero)
  - $7 < 0$ (valore: falso)
  - $x \neq 0$ (valore: dipende cosa rappresenta ‘x’)
  - oggi = mercoledì (valore: dipende cosa rappresenta ‘oggi’)
- Non sono operatori logici, ma consentono di costruire espressioni che possono essere usate come argomenti di operatori logici

Proposizioni Composte: esempio

- Ad esempio l'algoritmo seguito dall'impiegato di un ufficio postale nell'accettare conti corrente da parte degli utenti in coda potrebbe contenere un passo del tipo
  - accetta un altro conto corrente se l'utente ha già consegnato meno di 5 conti corrente o non ci sono altri utenti in coda
    - Oppure
  - accetta un altro conto corrente se non accade che l'utente ha già consegnato almeno 5 conti corrente e ci sono altri utenti in coda

La logica delle Proposizioni

- La verità di un predicato che contiene operatori logici può essere però facilmente calcolata a partire dalla verità dei predicati componenti e dalle proprietà degli operatori che li uniscono
- Conoscendo tali proprietà è agevole
  - costruire predicati complessi, confrontarli per verificarne l'equivalenza
  - trasformarli per individuare la formulazione più conveniente

Operatori logici

- { F , V } : valori (F = falso, V = vero)
- **OR** : operatore binario chiuso, detto anche *disgiunzione* logica (indicato anche con il simbolo ‘’+’’)
- **AND** : operatore binario chiuso, detto anche *congiunzione* logica (indicato anche con il simbolo ‘’•’’)
- **NOT** : operatore unario chiuso, detto anche *negazione* logica (indicato anche con il simbolo “¯”)

Proprietà

Commutativa	P1	$a + b = b + a$	P'1	$a \bullet b = b \bullet a$
Associativa	P2	$(a+b)+c = a+(b+c)$	P'2	$(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$
Idempotenza	P3	$a + a = a$	P'3	$a \bullet a = a$
Assorbimento	P4	$a + a \bullet b = a$	P'4	$a \bullet (a + b) = a$
Distributiva	P5	$a \bullet (b+c) = a \bullet b + a \bullet c$	P'5	$a+b \bullet c = (a+b) \bullet (a+c)$
Min e max	P6	$a \bullet 0 = 0$	P'6	$a + 1 = 1$
Complemento	P7	$a \bullet \bar{a} = 0$	P'7	$a + \bar{a} = 1$

Algebra di Boole

- La logica delle proposizioni è un’algebra di Boole
- Legge di dualità
  - Da qualsiasi identità booleana se ne può trarre un’altra per dualità, sostituendo cioè ad ogni operatori e ai valori F e T il rispettivo duale

Teorema di De Morgan

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

$$\overline{ab} = \overline{a} + \overline{b}$$

- Per la dimostrazione
  - Consideriamo ad esempio la prima: dovete dimostrare che a+b è il complemento dell'espressione al secondo membro. Per farlo applicate la definizione di complemento

Teorema di De Morgan

$$\overline{a+b} = \bar{a}\cdot\bar{b} \quad (1)$$

$$\overline{ab} = \bar{a}+\bar{b} \quad (2)$$

$(a+b)+(\bar{a}\cdot\bar{b})=1$ *(1.1)*

$(a+b)\cdot(\bar{a}\cdot\bar{b})=0$ *(1.2)*

La (2) vale per dualità

(1.1) *Dimostrazione*

$a+b+\bar{a}\cdot\bar{b} = a+\bar{a}\cdot\bar{b}+b+\bar{a}\cdot\bar{b} =$ (*P*1,*P*3)

$= a+\bar{b}+b+\bar{a} =$ (*ass.comp*)

$= a+\bar{a}+b+\bar{b} =$ (*P*1)

$= 1+1=1$ (*P*'7,*P*'6)

(1.2) Dimostrazione

$(a+b)\cdot\bar{a}\cdot\bar{b} = a\cdot\bar{a}\cdot\bar{b}+b\cdot\bar{a}\cdot\bar{b} =$ (*P*5)

$= 0\cdot\bar{b}+0\cdot\bar{a} =$ (*P*7)

$= 0+0=0$ (*P*6,*P*3)

Assorbimento del complemento

$$a + \bar{a}b = a + b$$

- Per la dimostrazione
  - Usate la proprietà distributiva ed infine il complemento

Risoluzione dell’esempio

- *Poniamo*
  - *A*: l'utente ha già consegnato meno di 5 conti corrente
  - *B*: ci sono altri utenti in coda
  - *A'*: l'utente ha già consegnato almeno 5 conti corrente
- La prima condizione corrisponde alla formula
  - *A* OR (NOT *B*)
- La seconda condizione corrisponde alla formula
  - NOT (A' AND B)
- osservando che A' = NOT *A* diventa
  - NOT (NOT A AND B)

Risoluzione dell’esempio

- Costruiamo le tabelle di verità delle due espressioni
  - valore di verità dell’espressione composta in corrispondenza di ogni possibile combinazione di valori di verità delle condizioni atomiche componenti (*A* e *B*)
- Le due condizioni sono equivalenti se le due tabelle di verità sono uguali

Confronto tabelle di verità

prima condizione

A	B	NOT B	A OR (NOT B)
F	F	V	V
F	V	F	F
V	F	V	V
V	V	F	V

seconda condizione

A	B	NOT A	(NOT A) AND B	NOT ((NOT A) AND B)
F	F	V	F	V
F	V	V	V	F
V	F	F	F	V
V	V	F	F	V