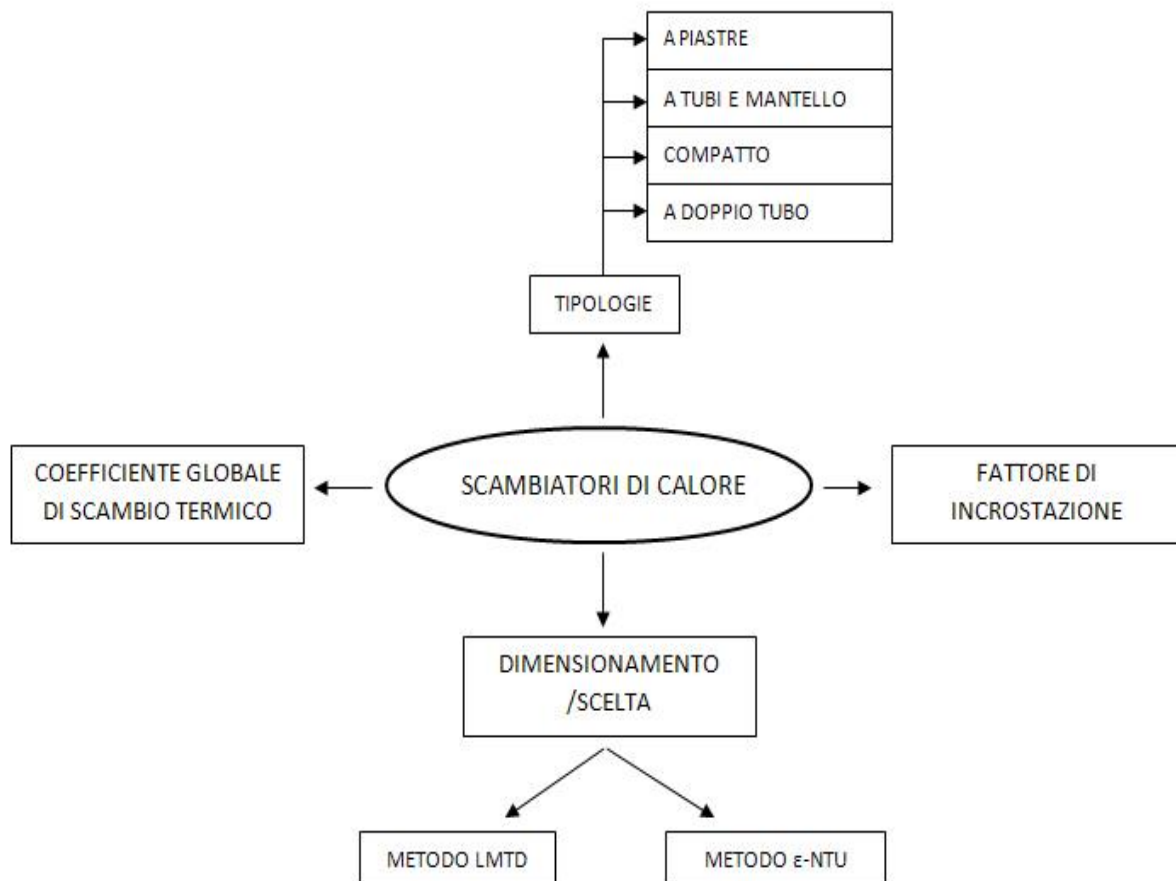


Lezione 4 Richiami di Scambio termico

SCAMBIATORI DI CALORE

1.	TIPOLOGIE DI SCAMBIATORI DI CALORE	2
2.	COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO	5
3.	FATTORE DI INCROSTAZIONE	7
4.	DIMENSIONAMENTO DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE	9
4.1.	METODO DTML	11
4.2.	METODO ϵ-NTU	20
	Esercizio: dimensionamento scambiatore di calore	30



1. TIPOLOGIE DI SCAMBIATORI DI CALORE

Gli scambiatori di calore sono apparecchiature che facilitano lo scambio di calore tra due fluidi a temperatura differente.

Il calore viene scambiato per convezione in entrambi i fluidi, e per conduzione attraverso il mezzo di separazione tra di essi.

Esistono diversi tipologie di scambiatori:

1. Scambiatori a doppio tubo: consiste in due tubi concentrici di diametri differenti, un fluido scorre nel tubo di diametro inferiore, e l'altro nel condotto anulare tra le due tubazioni.

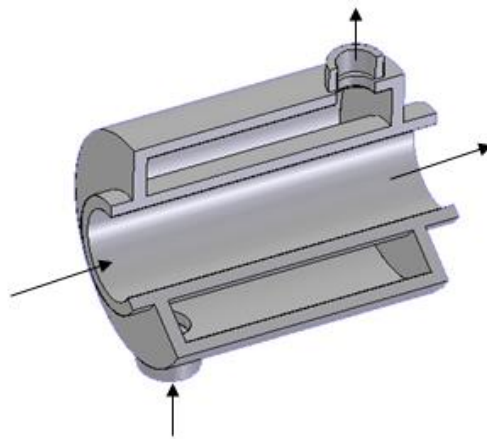


Fig.1- Scambiatore di calore a doppio tubo.

Si definisce flusso in equicorrente se i due fluidi percorrono lo scambiatore nello stesso verso, entrando dallo stesso lato; viceversa si definisce flusso in 'controcorrente' quando i fluidi percorrono lo scambiatore in direzioni opposte, entrando da lati opposti.

Negli scambiatori di calore in equicorrente, la temperatura di uscita del fluido più caldo sarà sempre maggiore della temperatura di uscita del fluido più freddo; questo non avviene (o comunque può non avvenire) negli scambiatori in controcorrente.

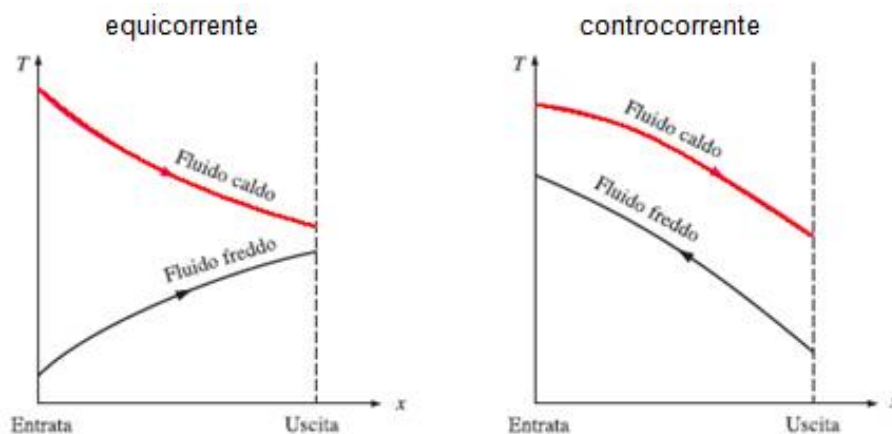


Fig. 2 – Andamento delle temperature nei differenti regimi di flusso.

2. Scambiatore compatto: il suo nome deriva dal fatto che consente lo scambio termico attraverso una grande superficie per unità di volume. Sono infatti caratterizzati da un fattore β solitamente maggiore di 700:

$$\beta = \frac{\text{area di scambio termico} \left[m^2 \right]}{\text{volume totale occupato} \left[m^3 \right]} > 700 m^{-1}$$

Per esempio il radiatore di un'automobile ha $\beta \cong 1000 m^{-1}$. L'elevata superficie di scambio in questi scambiatori, viene ricavata ponendo a distanza ravvicinata sulla parete di separazione tra i due fluidi, sottili lamierini o alette corrugate.

In questa tipologia di scambiatori, i due fluidi generalmente fluiscono in direzioni mutuamente perpendicolari. Questa configurazione di flussi viene definita a flussi incrociati.

Si distinguono due tipi:

- flusso incrociato puro: i lamierini forzano il fluido a fluire attraverso determinate fessure impedendogli di percorrere tratti in direzione parallela ai tubi;
- flusso incrociato misto: il fluido è libero di muoversi in una qualsiasi direzione (perpendicolare o parallela ai tubi).

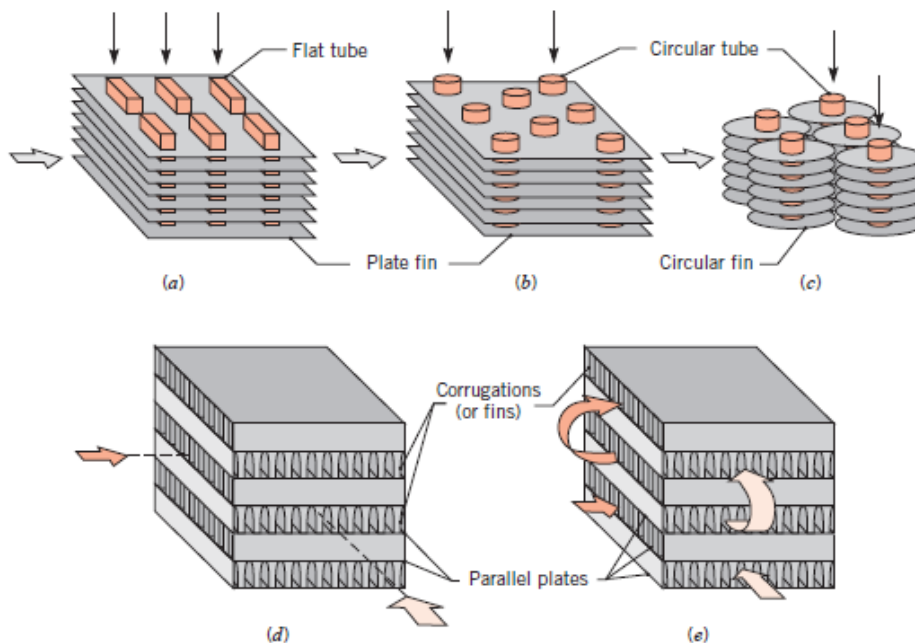


FIGURE 11.5 Compact heat exchanger cores. (a) Fin-tube (flat tubes, continuous plate fins). (b) Fin-tube (circular tubes, continuous plate fins). (c) Fin-tube (circular tubes, circular fins). (d) Plate-fin (single pass). (e) Plate-fin (multipass).

La configurazione dei flussi ha implicazioni significative sulle caratteristiche di scambio termico dell'intero scambiatore.

3. Scambiatore a tubi e mantello: è composto da un elevato numero di tubi (a volte parecchie centinaia) e da un mantello cilindrico che li contiene. Il mantello ed i tubi hanno gli assi paralleli gli uni all'altro.

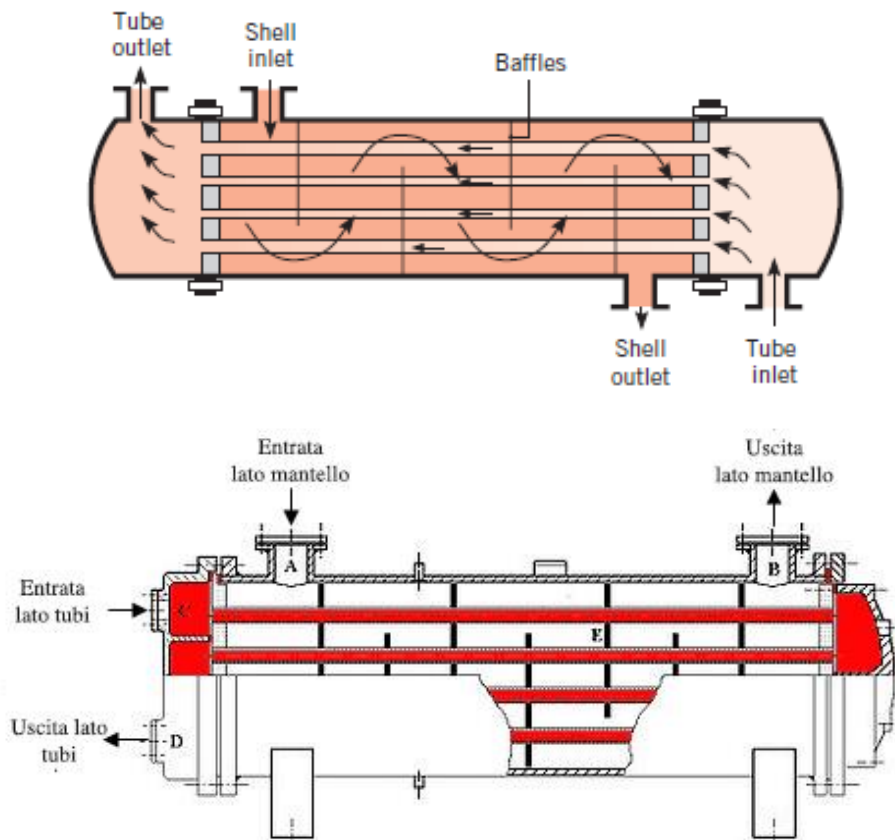


Fig.3 – Schema scambiatore a tubi e mantello.

Lo scambio termico avviene tra i due fluidi che scorrono l'uno all'interno dei tubi, e l'altro all'esterno dei tubi ma all'interno del mantello. Questo tipo di scambiatori sono molto pesanti ed occupano molto spazio (infatti hanno un basso fattore β).

La classificazione di questo tipo di scambiatori si fa in base al numero di passaggi del fluido nel mantello e nei tubi.

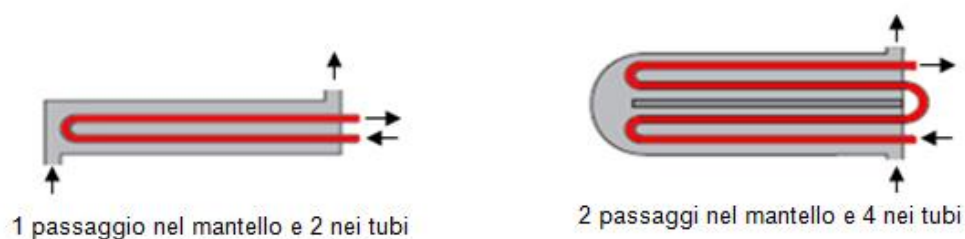


Fig.4 – Esempi di configurazioni a più passaggi.

4. Scambiatori a piastre: costituito da piastre corrugate in modo da formare piccoli condotti per il passaggio del fluido. I fluidi caldo e freddo fluiscono alternativamente, così che ogni corrente fredda è a contatto con due correnti di fluido caldo realizzando condizioni ottimali di scambio termico.

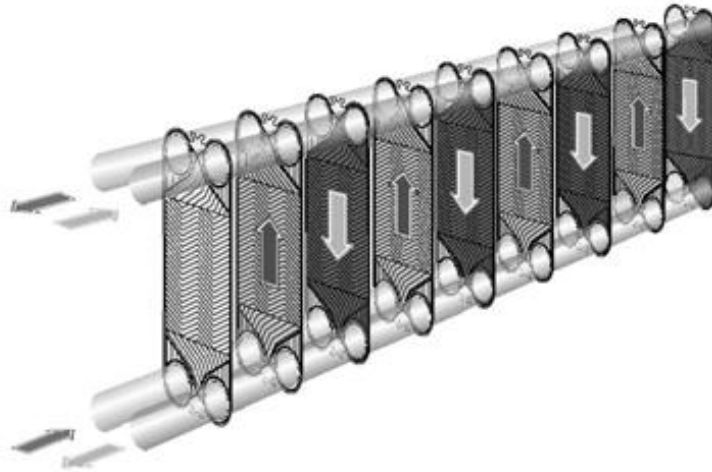
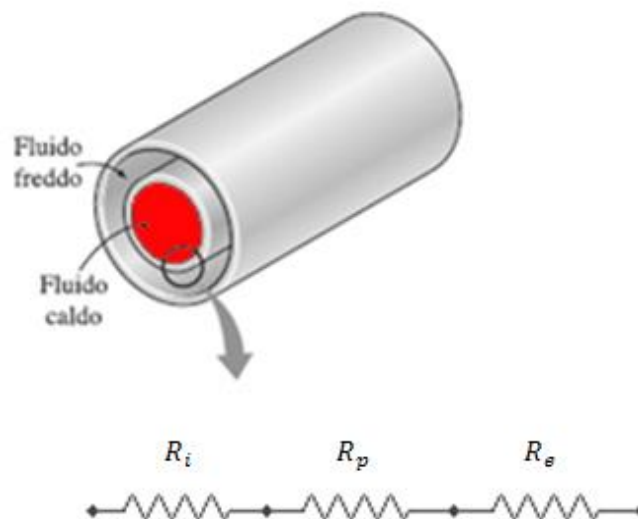


Fig.5 – schema scambiatore a piastre (fonte: **Alfa-Laval**)

2. COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO

Nello scambiatore il calore viene trasferito prima dal fluido caldo alla parete per convezione, poi attraverso la parete per conduzione, ed infine dalla parete al fluido freddo nuovamente per convezione. Dell'irraggiamento di solito si tiene conto solo nella valutazione dei coefficienti di scambio termico convettivo.

Prendiamo in considerazione uno scambiatore a doppio tubo, attribuiamo i pedici “i” ed “e” alle superfici interna ed esterna del tubo interno. La resistenza termica totale R vale:



$$R = R_i + R_p + R_e = \frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\ln(D_e/D_i)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} + \frac{1}{h_e \cdot A_e} \quad [\text{K/W}] \quad (1)$$

Dove:

- h_i e h_e sono i coefficienti di convezione all'interfaccia interna ed esterna $[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$;
- λ è la conducibilità termica del materiale di cui è costituito il tubo $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$;

- A_i e A_e sono le superfici del tubo interno bagnate rispettivamente dal fluido interno e da quello esterno [m^2];
- L è la lunghezza del tubo di scambio termico [m];

La potenza termica scambiata dai due fluidi vale:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = U \cdot A \cdot \Delta T \quad (2)$$

Dove U è il coefficiente globale di scambio termico [$W/(m^2 \cdot K)$], definito come segue:

$$\frac{1}{U \cdot A} = R = R_i + R_p + R \quad [K/W] \quad (3)$$

Poiché il prodotto $U \cdot A$ deve rimanere costante, il coefficiente globale di scambio termico ha senso solo se riferito ad una certa area. Possiamo scrivere:

$$\frac{1}{U \cdot A} = \frac{1}{U_i \cdot A_i} = \frac{1}{U_e \cdot A_e} \quad [K/W] \quad (4)$$

Si noti che per ogni scambiatore di calore si hanno sempre due coefficienti di scambio termico globale diversi (U_i ed U_e) poiché le superfici di scambio interna ed esterna hanno aree differenti:

$$A_i = \pi \cdot D_i \cdot L \quad A_e = \pi \cdot D_e \cdot L$$

Nel caso di tubi di piccolo spessore (per i quali cioè si può approssimare $D_e = D_i$, quindi si ha $A_i = A_e = A$) e realizzati con materiali aventi conducibilità termica elevata (il che fa sì che $R_p = 0$), adozioni che nella pratica si tende a voler realizzare poiché in tal modo si agevola lo scambio termico, si ha che:

$$R_p \cong 0 \Rightarrow R = R_i + R_e = \frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}$$

$$A_i \cong A_e = A \Rightarrow R = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \right)$$

Quindi l'equazione (3) diventa:

$$\frac{1}{U \cdot A} = R = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \right)$$

Ovvero:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \quad [\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}] \quad (5)$$

Il coefficiente di scambio convettivo con valore minore limita lo scambio termico. Spesso c'è un grosso divario fra il valore di h_i ed h_e , per esempio:

$$h_i \gg h_e \Rightarrow \frac{1}{h_e} \gg \frac{1}{h_i} \Rightarrow \frac{1}{U} \cong \frac{1}{h_e} \Rightarrow U \cong h_e$$

E, viceversa:

$$h_e \gg h_i \Rightarrow U \cong h_i$$

Il massimo valore del coefficiente globale di scambio termico si verifica quando si ha cambiamento di fase del fluido.

Valori tipici del coefficiente globale di scambio termico sono riportati nella tabella seguente:

TABLE 11.2 Representative Values of the Overall Heat Transfer Coefficient

Fluid Combination	U ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$)
Water to water	850–1700
Water to oil	110–350
Steam condenser (water in tubes)	1000–6000
Ammonia condenser (water in tubes)	800–1400
Alcohol condenser (water in tubes)	250–700
Finned-tube heat exchanger (water in tubes, air in cross flow)	25–50

Tab. 1 – valori tipici di U .

3. FATTORE DI INCROSTAZIONE

In generale le prestazioni di uno scambiatore decadono nel tempo a causa dell'accumulo sulle superfici di scambio di depositi di diversa natura (incrostazioni, depositi di fluido, corrosione parziale, sedimenti di materiale organico,...).

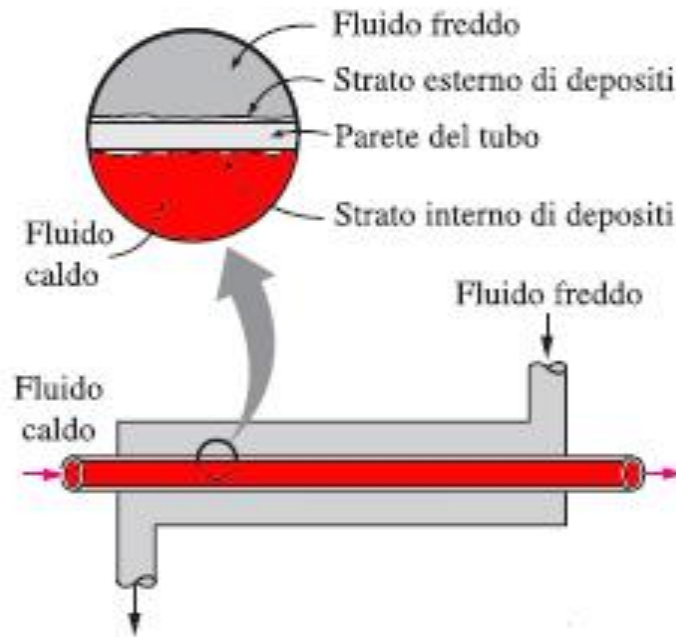
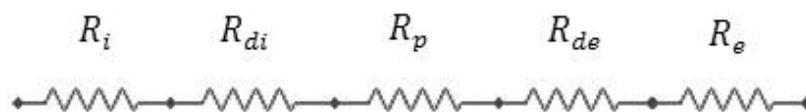


Fig.6 – schematizzazione effetto incrostazione.

L'effetto netto di questa diminuzione di potenza termica scambiabile, viene tenuto in considerazione per mezzo del coefficiente di incrostazione R_d . Il fattore di incrostazione è visto come un'ulteriore resistenza da aggiungere alle resistenze già viste in precedenza.



Quindi, in riferimento anche a quanto scritto in precedenza:

$$\frac{1}{U \cdot A} = R = R_i + \frac{R_{d,i}}{A_i} + R_p + \frac{R_{d,e}}{A_e} + R_e \quad [\text{K/W}] \quad (6)$$

Dove $R_{d,i}$ e $R_{d,e}$ sono i fattori di incrostazione delle superfici interna ed esterna [$\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$].

Il fattore di incrostazione dipende dalla temperatura di esercizio e dalla velocità dei fluidi: l'incrostazione aumenta al crescere della temperatura ed al diminuire della velocità. La determinazione analitica del fattore di incrostazione non è semplice, e quindi si fa uso di tabelle, di cui un esempio è riportato di seguito:

TABLE 11.1 Representative Fouling Factors [1]

Fluid	R_f'' ($\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$)
Seawater and treated boiler feedwater (below 50°C)	0.0001
Seawater and treated boiler feedwater (above 50°C)	0.0002
River water (below 50°C)	0.0002–0.001
Fuel oil	0.0009
Refrigerating liquids	0.0002
Steam (nonoil bearing)	0.0001

Tab. 2 – Valori fattore di incrostazione

Si noti che la maggior parte dei valori del fattore di incrostazione è intorno a $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$, valore che equivale alla resistenza termica offerta da una lamina di superficie unitaria spessa 0.2 mm di calcare, calcare che ha mediamente la seguente conducibilità termica:

$$\lambda_{\text{calcare}} = 2,9 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Quindi in assenza di dati empirici specifici, per tenere conto degli effetti dovuti alle incrostazioni, si può ipotizzare che le superfici di scambio termico dello scambiatore vengano rivestite di uno strato di calcare di spessore di 0.2 mm.

4. DIMENSIONAMENTO DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE

Per dimensionare gli scambiatori di calore, o per poter scegliere lo scambiatore sul mercato adatto alle nostre esigenze, vi sono due metodi:

1. **Metodo DTML**: si basa sulla determinazione della differenza media logaritmica di temperatura. Questo metodo permette di definire la dimensione adatta dello scambiatore quando sono noti i dati dei fluidi (portate e temperature) in ingresso e uscita.
2. **Metodo ε -NTU**: si basa sulla determinazione dell'efficacia ε e sul valore del parametro NTU. Questo metodo permette di determinare la potenza termica scambiata e i dati in uscita dei fluidi quando sono noti i soli dati in ingresso dei fluidi e la tipologia e le dimensioni dello scambiatore di calore.

Le ipotesi che stanno alla base di questa trattazione sono:

- condizione di moto stazionario (velocità dei fluidi e portate costanti nel tempo);
- valori di energia cinetica e potenziale trascurabili;
- calori specifici dei fluidi costanti e pari al valore medio calcolato alla temperatura dei due fluidi;
- conduzione di calore in senso assiale lungo un tubo ed attraverso la superficie esterna trascurabile, quindi la potenza termica ceduta dal primo fluido viene tutta trasmessa al secondo fluido, senza dispersioni termiche.

Queste ipotesi permettono una semplificazione del dimensionamento, senza perdere molto in precisione. Possiamo infatti scrivere che:

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) \quad [\text{W}] \quad (7)$$

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot (T_{c,e} - T_{c,u}) \quad [\text{W}] \quad (8)$$

$$\dot{Q}_f = \dot{Q}_c = \dot{Q} \quad (9)$$

Dove:

- i pedici “f” e “c” indicano rispettivamente il fluido freddo, e quello caldo;
- i pedici “u” e “e” indicano rispettivamente le sezioni di uscita e di ingresso dello scambiatore;
- $\dot{m}$ è la portata in massa [kg/m³];
- c_p è il calore specifico a pressione costante [J/(kg*K)];
- T è la temperatura del fluido media sulla sezione del condotto [K].

Introduciamo ora la definizione di portata termica C , ovvero:

$$C = \dot{m} \cdot c_p \quad [\text{W/K}] \quad (10)$$

Tramite la quale possiamo scrivere:

$$\dot{Q}_f = C_f \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) \quad [\text{W}] \quad (11)$$

$$\dot{Q}_c = C_c \cdot (T_{c,e} - T_{c,u}) \quad [\text{W}] \quad (12)$$

Quindi il fluido con portata termica minore sarà quello che ha una variazione di temperatura maggiore tra ingresso ed uscita dello scambiatore. Distinguiamo ora due casi:

- i due fluidi hanno lo stesso valore di C : in questo caso le due variazioni di temperatura dei due fluidi sono uguali ed opposte.

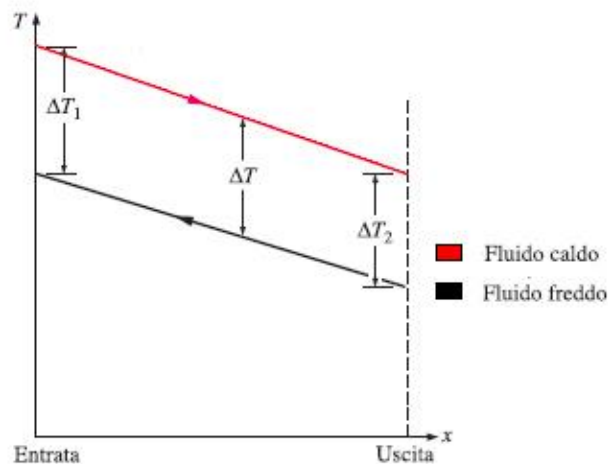


Fig. 7 – Andamento temperatura caso stesso valore C

- uno dei due fluidi cambia di fase: durante un cambiamento di fase, un fluido assorbe o cede calore rimanendo a temperatura costante. Analiticamente, quindi, accade che

$$\text{fluido in condensazione} \Rightarrow T_{c,e} - T_{c,u} = 0$$

$$\text{fluido in evaporazione} \Rightarrow T_{f,u} - T_{f,e} = 0$$

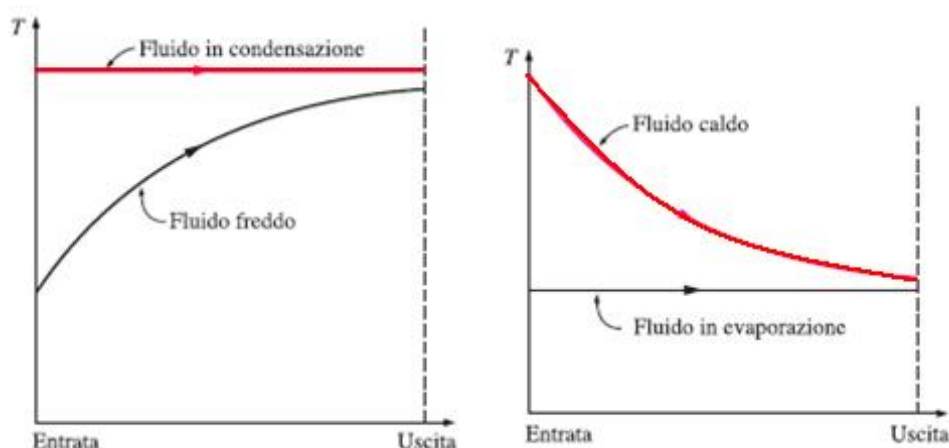


Fig.8 – Andamento temperatura caso cambiamento di fase.

Se la differenza di temperatura è nulla, per le (11) e (12) sembrerebbe che il flusso di calore scambiato sia nullo. In realtà, però, il calore scambiato è tutt'altro che nullo, altrimenti il fluido non potrebbe cambiare di fase! L'unico modo di avere $\dot{Q} \neq 0$ con un $\Delta T = 0$ è che $c_p = \infty$: abbiamo quindi dimostrato che un fluido soggetto a cambiamento di fase ha calore specifico infinito. E di conseguenza anche la portata termica tende all'infinito.

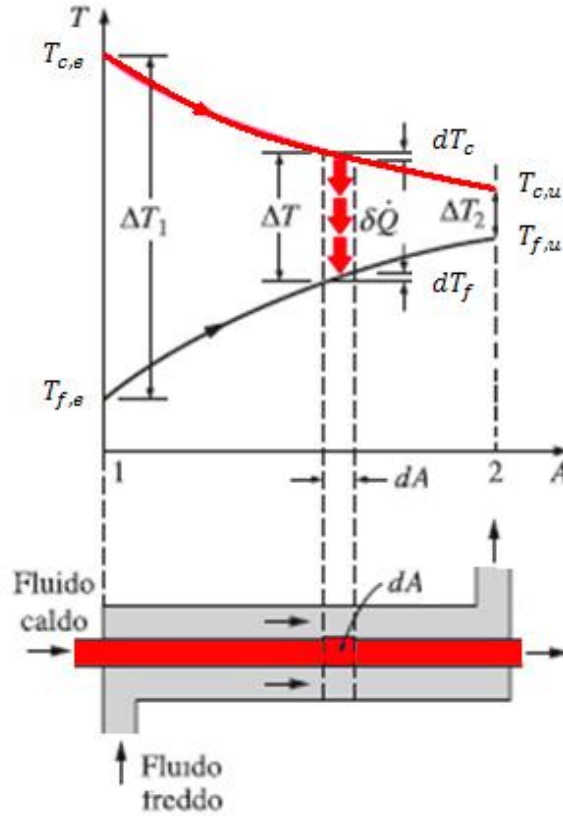
4.1. METODO DTML

In riferimento a quanto già esposto in precedenza, si può scrivere:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{med} \quad [\text{W}] \quad (13)$$

Dove ΔT_{med} è la differenza media di temperatura tra i due fluidi.

Consideriamo uno scambiatore di calore di tipo a doppio tubo in equicorrente, ed analizziamo l'andamento della temperatura in funzione dell'area di scambio:



Facendo riferimento alle ipotesi descritte all'inizio del dimensionamento, e considerando un generico tratto infinitesimo di superficie di scambio (dA) i bilanci energetici per i due fluidi in un tratto infinitesimo sono espressi dalle relazioni (7), (8) tradotte per la superficie di scambio dA :

$$\delta\dot{Q}_c = -\dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot dT_c \quad \delta\dot{Q}_f = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot dT_f \quad (14)$$

Però la potenza termica ceduta dal fluido caldo in ogni tratto dello scambiatore eguaglia quella assorbita dal fluido freddo in quello stesso tratto, quindi:

$$\delta\dot{Q}_c = \delta\dot{Q}_f = \delta\dot{Q} \quad (15)$$

Mettendo le (14) e la (15) a sistema si può scrivere che:

$$dT_c - dT_f = -\delta\dot{Q} \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right) \quad (16)$$

Però potenza termica scambiata nel tratto infinitesimo dello scambiatore, può essere espressa anche utilizzando la (13), che applicata all'area infinitesima dA dà che:

$$\delta\dot{Q} = U \cdot (T_c - T_f) \cdot dA \quad (17)$$

EsPLICITANDO il termine $\delta\dot{Q}$ della (16) con questa espressione possiamo scrivere:

$$dT_c - dT_f = -U \cdot (T_c - T_f) \cdot dA \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right)$$

Però l'area dA è la superficie laterale del cilindro di raggio R (raggio medio fra superficie esterna e interna del tubo interno dello scambiatore di calore) e profondità dx, quindi:

$$dA = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot dx$$

Sostituendo questa espressione all'interno della precedente equazione arriviamo al seguente risultato:

$$dT_c - dT_f = -U \cdot (T_c - T_f) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot dx \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right)$$

Che può essere riscritto come segue:

$$\frac{dT_c - dT_f}{T_c - T_f} = -U \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right) \cdot dx$$

Ora possiamo notare che:

$$dT_c - dT_f = d(T_c - T_f)$$

Infatti la derivata di una somma di termini è uguale alla somma dei singoli termini derivati. Utilizziamo poi anche la definizione di portata termica C, quindi si ottiene:

$$\frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -U \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right) \cdot dx$$

Integrando ora tra la sezione di ingresso (x=0) e quella di uscita (x=L):

$$\int_e^u \frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -U \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right) \cdot \int_0^L dx$$

Ne risulta:

$$\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right) = -U \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f}\right) \cdot L \quad (18)$$

Ora notiamo che l'ultimo termine equivale all'area totale A di scambio termico, poiché infatti:

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot L$$

Sostituendo questa equazione e inoltre esplicitando i termini $1/C_c$ e $1/C_f$ dentro la tonda al secondo membro tramite le equazioni (11) e (12) si otterrà:

$$\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right) = -U \cdot A \cdot \left(\frac{T_{c,e} - T_{c,u}}{\dot{Q}} + \frac{T_{f,u} - T_{f,e}}{\dot{Q}}\right)$$

Isolando il termine $\dot{Q}$ si ha:

$$\dot{Q} = -U \cdot A \cdot \frac{T_{c,e} - T_{c,u} + T_{f,u} - T_{f,e}}{\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right)}$$

Ovvero:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \frac{(T_{c,u} - T_{f,u}) - (T_{c,e} - T_{f,e})}{\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right)} \quad (19)$$

Chiamando:

$$\Delta T_1 = T_{c,u} - T_{f,u} \quad \Delta T_2 = T_{c,e} - T_{f,e} \quad \Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}$$

La (19) si può riscrivere così:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ml} \quad (20)$$

Si osserva che:

- nel caso in equicorrente non fa nessuna differenza quale estremità dello scambiatore si considerata come ingresso o come uscita:

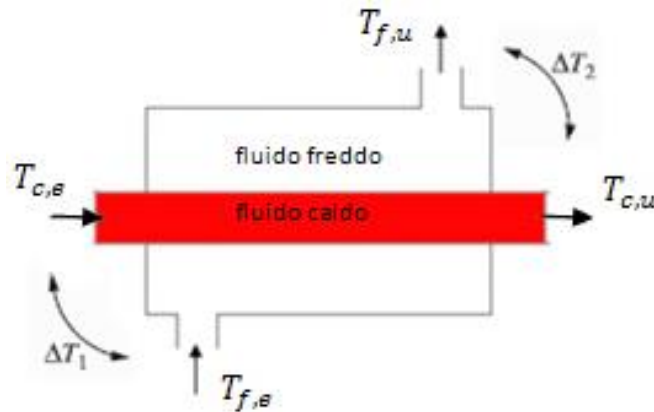


fig.8 – ΔT nel caso in equicorrente.

- nel caso controcorrente l'equazione (20) può essere ancora utilizzata, con il vincolo però che le grandezze ΔT_1 e ΔT_2 rappresentino le differenze di temperatura evidenziate nello schema seguente:

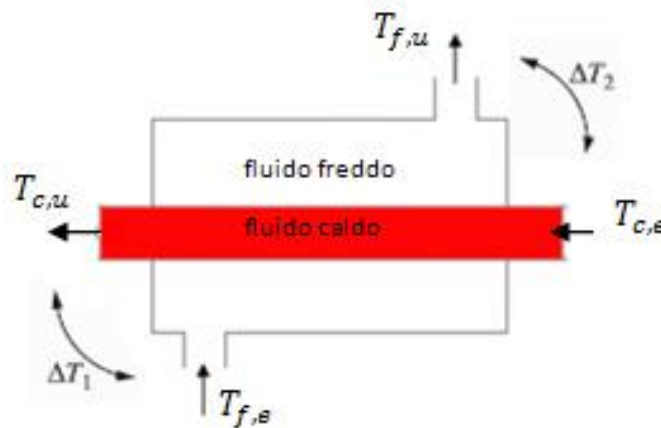


Fig.9 – ΔT nel caso in controcorrente.

Nel caso controcorrente, quindi, bisogna calcolare così:

$$\Delta T_1 = T_{c,u} - T_{f,e} \qquad \Delta T_2 = T_{c,e} - T_{f,u}$$

Con queste modifiche anche per lo scambiatore controcorrente è valida la formula di calcolo della ΔT_{ml} dimostrata prima nel caso equicorrente, e con essa rimane valida anche la formula di calcolo di $\dot{Q}$.

Si osserva anche che se invece del ΔT_{ml} (media logaritmica) avessimo usato un ΔT_{med} così definito (media algebrica):

$$\Delta T_{med} = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2}$$

Allora avremmo ottenuto un errore di valutazione che può essere anche molto grave, soprattutto se la differenza di temperatura è superiore al 40%.

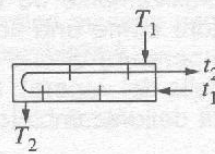
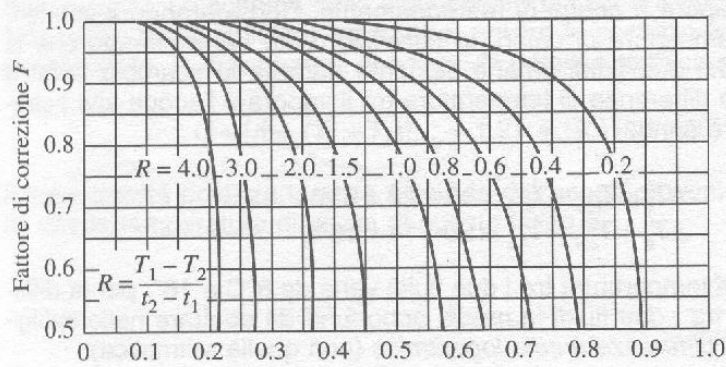
L'equazione (20) è valida solo per scambiatori di calore in equicorrente ed in controcorrente. Relazioni simili possono essere ricavate anche per le altre diverse configurazioni di scambiatori di calore (a flussi incrociati, a tubi e mantello a passaggi multipli, ecc..), ma risulterebbero troppo complicate da esprimere analiticamente, data la complessità delle condizioni del flusso. In questi casi, quindi, si calcola la differenza media di temperatura equivalente alla differenza media logaritmica per scambiatori di calore in controcorrente per mezzo del fattore di correzione F:

$$\Delta T_{ml} = F \cdot \Delta T_{ml,cc} \quad [K] \quad (21)$$

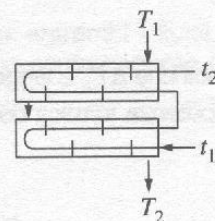
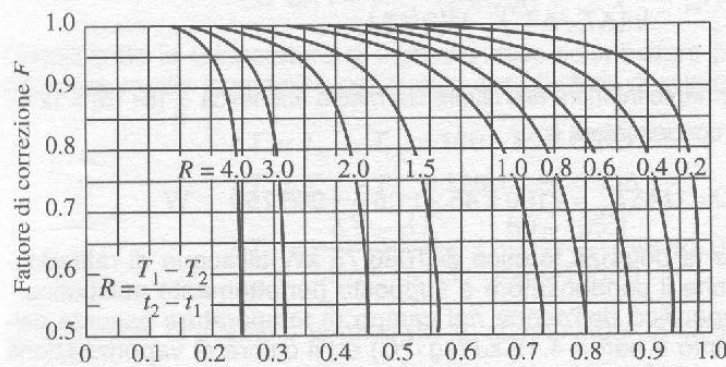
Dove:

- $\Delta T_{ml,cc}$ è la differenza media logaritmica di temperatura per uno scambiatore di calore in controcorrente aventi gli stessi valori di temperatura in ingresso e in uscita dallo scambiatore di calore considerato;
- F è il fattore di correzione.

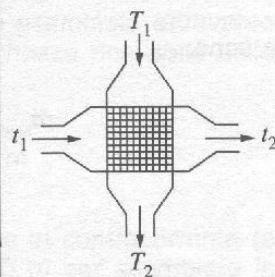
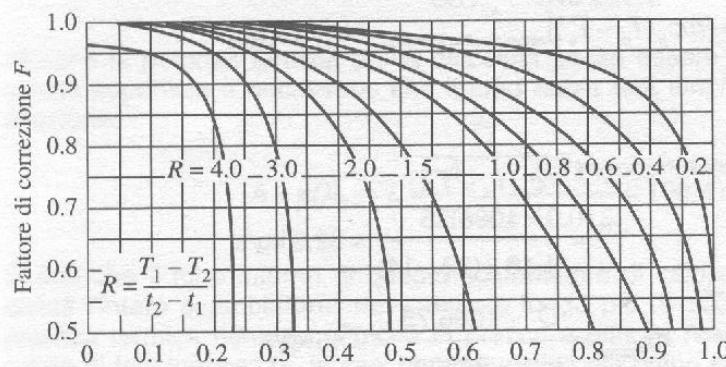
Il fattore di correzione F, sempre minore dell'unità, dipende dalla geometria dello scambiatore, e dalle temperature di ingresso e di uscita del fluido caldo e del freddo. Il suo valore si trova su apposite tabelle in cui viene riportato in funzione di due parametri adimensionali P ed R:



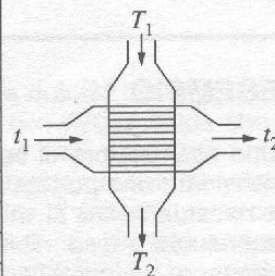
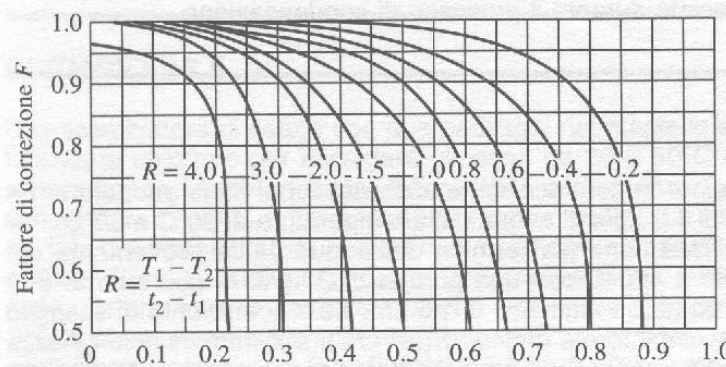
(a) $P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$



(b) $P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$



(c) $P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$



(d) $P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$

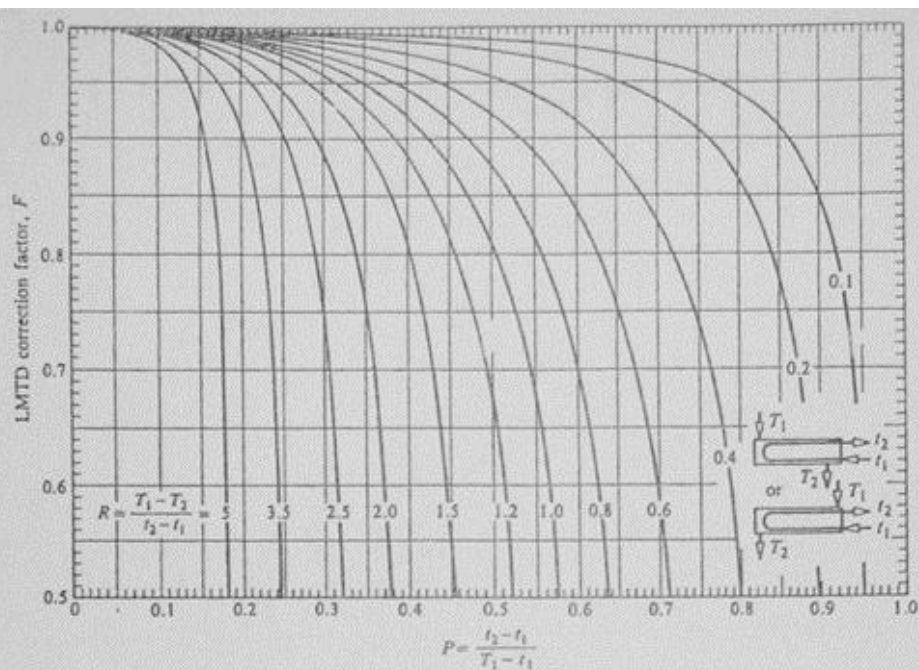


Figure C.4a LMTD correction factor for a heat exchanger with one shell pass and 2, 4, 6, ... tube passes.

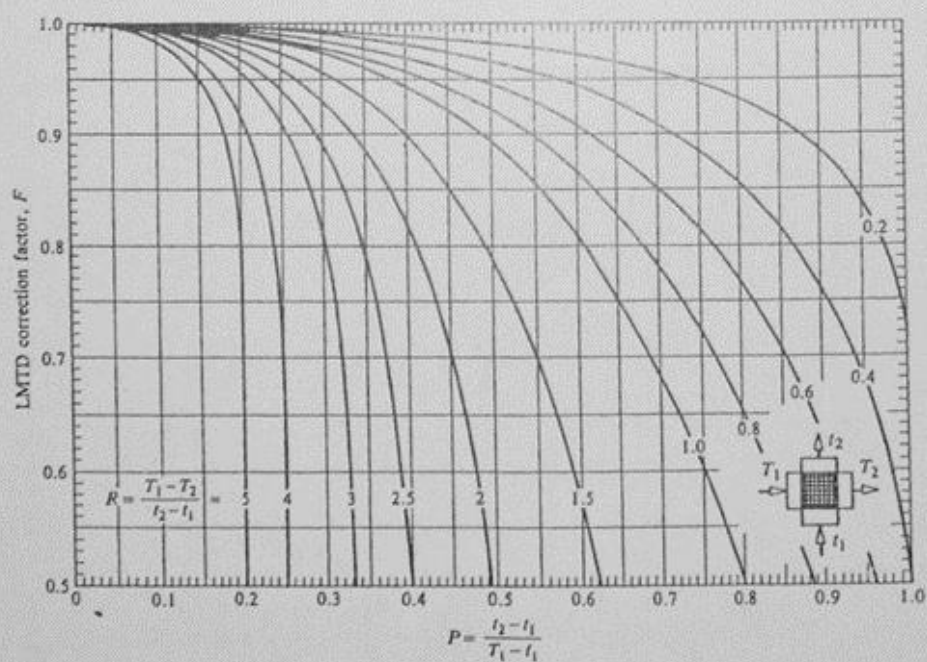


Figure C.4b LMTD correction factor for a cross-flow heat exchanger with both fluids unmixed.

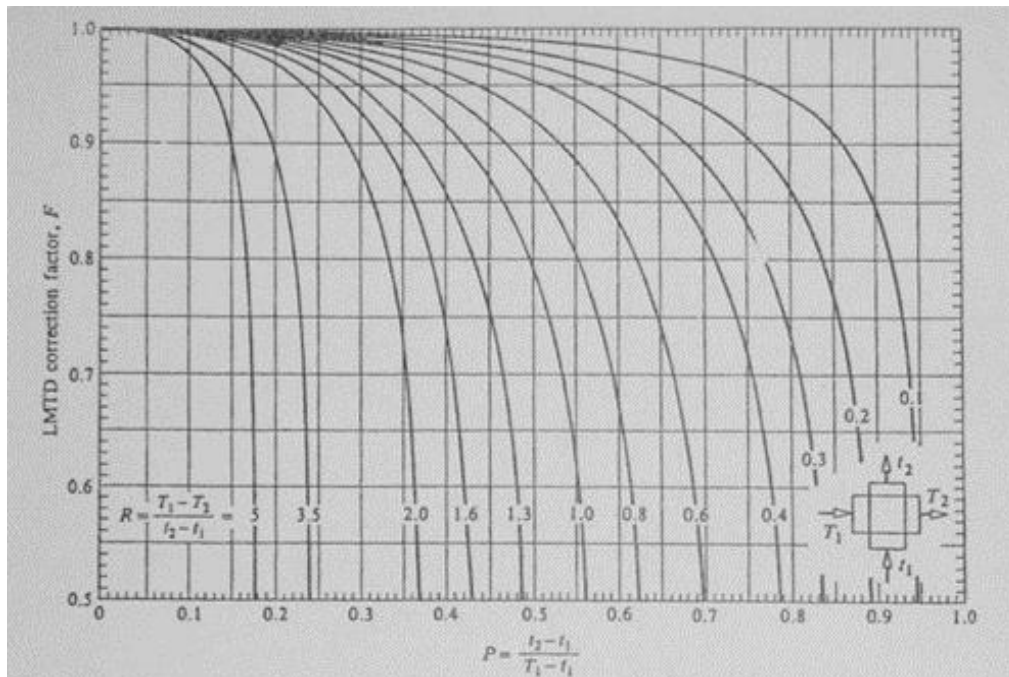


Figure C.4c LMTD correction factor for a cross-flow heat exchanger with both fluids mixed.

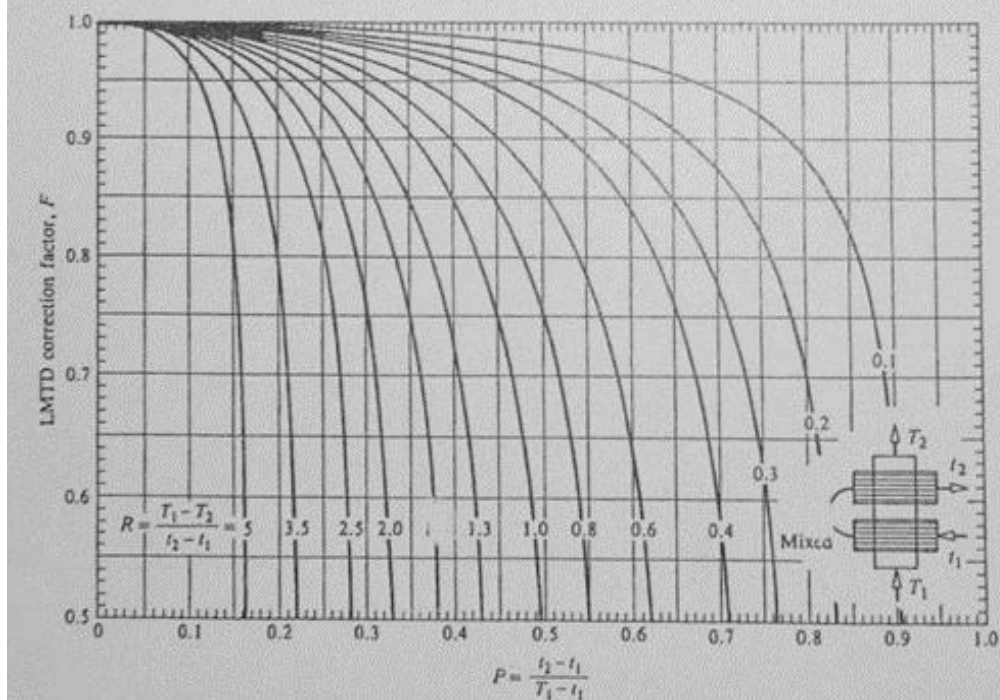


Figure C.4d LMTD correction factor for a cross-flow heat exchanger with two tube passes (unmixed) and one shell pass (mixed).

Riassumendo, con il metodo DTML, la procedura da seguire per dimensionare/scegliere lo scambiatore che soddisfa determinate esigenze è:

1. scegliere la tipologia di scambiatore adatta all'applicazione particolare;
2. determinare le temperature di ingresso e di uscita dei fluidi;
3. calcolare la ΔT_{ml} , se necessario, il fattore di correzione F ;

4. calcolare il valore del coefficiente globale di scambio termico U , ovvero calcolare i valori dei coefficienti h_i e/o h_e (uno dei due si può eventualmente trascurare se è noto che è molto più grande dell'altro, vedi precedentemente). Se ci si accontenta di un calcolo molto approssimato, U si può anche scegliere dalla tabella;
5. Calcolare la superficie di scambio termico A .

4.2 METODO ε -NTU

Questo metodo si basa su di un parametro adimensionale chiamato “efficacia dello scambiatore di calore”, definito dalla relazione:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \quad (22)$$

dove:

- $\dot{Q}$ è la potenza termica effettivamente scambiata dallo scambiatore di calore [W]. Tale potenza è calcolata tramite le formule (11) e (12) viste trattando il metodo DTML:

$$\dot{Q} = C_f \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) = C_c \cdot (T_{c,e} - T_{c,u}) \quad [\text{W}] \quad (23)$$

- $\dot{Q}_{max}$ è il massimo valore di potenza termica teoricamente [W]. Tale potenza può essere raggiunta solo in uno scambiatore controcorrente di lunghezza infinita. Per calcolarla basta osservare che se per ipotesi $C_f < C_c$ allora dalla (14) risulterebbe che $|dT_f| > |dT_c|$, quindi ciò significa che il fluido freddo ha la massima escursione termica, e siccome lo scambiatore ha per ipotesi lunghezza infinita ed è controcorrente, si avrà $T_{f,u} = T_{c,e}$: questa condizione è la condizione di massima potenza termica scambiata, ovvero si ottiene $\dot{Q} = \dot{Q}_{max}$. Per calcolare $\dot{Q}$ basta poi utilizzare la (11), che con sostituita la condizione $T_{f,u} = T_{c,e}$ dà che $\dot{Q} = C_f \cdot (T_{c,e} - T_{f,e})$, che è appunto il valore della massima potenza termica scambiata. Lo stesso ragionamento si può fare nel caso opposto in cui $C_c < C_f$: in tal caso (sempre posto di utilizzare uno scambiatore controcorrente di infinita lunghezza) si ottiene una condizione di potenza termica scambiata massima ($\dot{Q} = \dot{Q}_{max}$) con $T_{c,u} = T_{f,e}$, condizione che inserita nell'equazione (12) dà che: $\dot{Q} = C_c \cdot (T_{c,e} - T_{f,e})$. Una formula generale per calcolare $\dot{Q}_{max}$ è quindi la seguente:

$$\dot{Q}_{max} = C_{min} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e}) \quad [\text{W}] \quad (24)$$

Dove C_{min} è definito come il valore minimo tra C_f e C_c , ovvero:

$$C_f \leq C_c \Rightarrow C_{min} = C_f \quad C_c \leq C_f \Rightarrow C_{min} = C_c$$

Dove l'uguaglianza fa capire che se $C_f=C_c$ allora $C_{min}=C_c=C_f$.

Il fatto che ci sia C_{min} e non C_{max} potrebbe sembrare un controsenso dato che stiamo calcolando $\dot{Q}_{max}$ e non $\dot{Q}_{min}$, ma in effetti è corretto in seguito al ragionamento precedentemente esposto.

La conoscenza dell'efficacia dello scambiatore come parametro noto rende quindi possibile il calcolo della potenza termica effettivamente scambiata senza dover determinare le temperature di uscita dei fluidi caldo e freddo:

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{max} = \varepsilon \cdot C_{min} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e}) \quad (25)$$

Il valore dell'efficacia ε dipende dal tipo e dalla geometria dello scambiatore stesso, e lo si trova analiticamente. Come esempio, si riporta di seguito la determinazione di ε per uno scambiatore di calore a doppio tubo in equicorrente.

Calcolo di ε per uno scambiatore a doppio tubo equicorrente

Ricordiamo a seguire l'equazione (18) con sostituita l'espressione di A:

$$\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right) = -U \cdot A \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f}\right)$$

Tale espressione equivale a:

$$\ln\left(\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}}\right) = -\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1\right)$$

Ora eliminiamo il logaritmo naturale elevando tutta l'equazione al numero di Nepero e definiamo la funzione **exp(x)=e^x**:

$$\frac{T_{c,u} - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \exp\left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1\right)\right]$$

Contemporaneamente l'espressione (23), considerata per gli ultimi due membri, può essere riscritta come segue:

$$T_{c,u} = T_{c,e} - \frac{C_f}{C_c} \cdot (T_{f,u} - T_{f,e})$$

Sostituendo questa equazione nella precedente otteniamo:

$$\frac{T_{c,e} - \frac{C_f}{C_c} \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) - T_{f,u}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \exp \left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1 \right) \right]$$

Sommando al numeratore del primo membro il termine $T_{f,e} - T_{f,e}$ (complessivamente nullo, quindi non modifica l'equazione) otteniamo:

$$\frac{(T_{c,e} - T_{f,e}) - \frac{C_f}{C_c} \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) - (T_{f,u} - T_{f,e})}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \exp \left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1 \right) \right]$$

Ovvero:

$$1 - \frac{C_f}{C_c} \cdot \frac{T_{f,u} - T_{f,e}}{T_{c,e} - T_{f,e}} - \frac{T_{f,u} - T_{f,e}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \exp \left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1 \right) \right] \quad (26)$$

Adesso tiriamo in ballo l'equazione che definisce l'efficacia, che esplicitando i termini $\dot{Q}$ e $\dot{Q}_{max}$, utilizzando per $\dot{Q}$ il secondo membro della (23), è:

$$\varepsilon = \frac{C_f \cdot (T_{f,u} - T_{f,e})}{C_{min} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e})}$$

Che equivale a:

$$\frac{T_{f,u} - T_{f,e}}{T_{c,e} - T_{f,e}} = \varepsilon \cdot \frac{C_{min}}{C_f}$$

Sostituendo questa espressione all'interno della (26) il risultato è:

$$1 - \frac{C_f}{C_c} \cdot \varepsilon \cdot \frac{C_{min}}{C_f} - \varepsilon \cdot \frac{C_{min}}{C_f} = \exp \left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1 \right) \right]$$

Da cui si può finalmente ricavare ε :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-\frac{U \cdot A}{C_f} \cdot \left(\frac{C_f}{C_c} + 1\right)\right]}{\frac{C_{min}}{C_f} \cdot \left(1 + \frac{C_f}{C_c}\right)} \quad (31)$$

Equivalente a:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-U \cdot A \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f}\right)\right]}{C_{min} \cdot \left(\frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f}\right)}$$

Scritta così si capisce subito che questa espressione non varia nella sua forma dal caso in cui $C_{min}=C_c$ a quello in cui $C_{min}=C_f$: il termine $1/C_c+1/C_f$ rimane infatti sempre pari a $1/C_{max}+1/C_{min}$. Questa osservazione permette di riscrivere la (31) sostituendo arbitrariamente $C_f=C_{min}$ e $C_c=C_{max}$, cosicchè tale equazione diventa:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-\frac{U \cdot A}{C_{min}} \cdot \left(\frac{C_{min}}{C_{max}} + 1\right)\right]}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}$$

Che definiti i parametri C_r (“rapporto di capacità”, detto anche R_c) e NTU (“Number of Transfer Units”, detto anche N_{tu}):

$$C_r \equiv R_c = \frac{C_{min}}{C_{max}}$$

$$NTU \equiv N_{tu} = \frac{U \cdot A}{C_{min}}$$

Si può riscrivere in questa forma più compatta:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU \cdot (1 + C_r)]}{1 + C_r}$$

Ricordiamo che l’equazione (31) vale per gli scambiatori a doppio tubo in equicorrente. Riguardo al parametro NTU , osserviamo che è direttamente proporzionale all’area di scambio termico: si deduce quindi che più alto è NTU , più grande è lo scambiatore di calore.

Tabelle per ricavare ε

Il valore di ε si può calcolare analiticamente con procedimenti simili a quello illustrato prima adattati a diverse geometrie di scambiatori e flussi. Ci sono quindi tabelle che raggruppano le espressioni di ε per diverse geometrie:

TABLE 11.3 Heat Exchanger Effectiveness Relations [5]

Flow Arrangement	Relation	
Parallel flo	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.28a)
Counterflo	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-NTU(1 - C_r)]} \quad (C_r < 1)$	
	$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (C_r = 1)$	(11.29a)
Shell-and-tube		
One shell pass (2, 4, . . . tube passes)	$\varepsilon_1 = 2 \left\{ 1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \frac{1 + \exp[-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]} \right\}^{-1}$	(11.30a)
n shell passes ($2n, 4n, . . .$ tube passes)	$\varepsilon = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - 1 \right] \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - C_r \right]^{-1}$	(11.31a)
Cross-flow (single pass)		
Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C_r} \right) (NTU)^{0.22} \{ \exp[-C_r(NTU)^{0.78}] - 1 \} \right]$	(11.32)
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$\varepsilon = \left(\frac{1}{C_r} \right) (1 - \exp \{ -C_r [1 - \exp(-NTU)] \})$	(11.33a)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$\varepsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1} \{ 1 - \exp[-C_r(NTU)] \})$	(11.34a)
All exchangers ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU)$	(11.35a)

Table 8.3a Effectiveness formulas for selected exchanger configurations.

Configuration	Effectiveness
1. Single-stream, and all exchangers when $R_C = 0$	$\varepsilon = 1 - \exp(-N_{tu})$
2. Parallel-flow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-N_{tu}(1 + R_C)]}{1 + R_C}$
3. Counterflow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-N_{tu}(1 - R_C)]}{1 - R_C \exp[-N_{tu}(1 - R_C)]}$
Single-pass cross-flow:	
4. Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{\frac{N_{tu}^{0.22}}{R_C} [\exp(-R_C N_{tu}^{0.78}) - 1]\right\}$
5. Both fluids mixed	$\varepsilon = \left[\frac{1}{1 - \exp(-N_{tu})} + \frac{R_C}{1 - \exp(-R_C N_{tu})} - \frac{1}{N_{tu}} \right]^{-1}$
6. C_{max} mixed, C_{min} unmixed	$\varepsilon = \frac{1}{R_C} [1 - \exp[R_C (e^{-N_{tu}} - 1)]]$
7. C_{max} unmixed, C_{min} mixed	$\varepsilon = 1 - \exp\left[-\frac{1}{R_C} [1 - e^{-R_C N_{tu}}]\right]$
Shell-and-tube:	
8. One shell pass; 2, 4, 6 tube passes ^a	$\varepsilon = \varepsilon_1 = 2 \left\{ 1 + R_C + (1 + R_C^2)^{1/2} \frac{1 + \exp[-N_{tu}(1 + R_C^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-N_{tu}(1 + R_C^2)^{1/2}]} \right\}^{-1}$
9. n shell passes; $2n, 4n, \dots$ tube passes ^a	$\varepsilon = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 R_C}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - 1 \right] \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 R_C}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - R_C \right]^{-1}$

^a In calculating ε_1 , the N_{tu} per shell pass is used (i.e., N_{tu}/n).

Tab. 2 , 3 – Equazioni per il calcolo di ε per diverse configurazioni di flusso e di scambiatore

Le stesse equazioni proposte in queste tabelle possono essere rovesciate e utilizzate per calcolare il valore di NTU, come proposto a seguire:

TABLE 11.4 Heat Exchanger NTU Relations

Flow Arrangement	Relation	
Parallel flow	$NTU = -\frac{\ln[1 - \varepsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.28b)
Counterflow	$NTU = \frac{1}{C_r - 1} \ln\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1}\right)$	$(C_r < 1)$
	$NTU = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}$	$(C_r = 1)$ (11.29b)
Shell-and-tube		
One shell pass (2, 4, ... tube passes)	$(NTU)_1 = -(1 + C_r^2)^{-1/2} \ln\left(\frac{E - 1}{E + 1}\right)$	(11.30b)
	$E = \frac{2/\varepsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$	(11.30c)
n shell passes ($2n, 4n, \dots$ tube passes)	Use Equations 11.30b and 11.30c with $\varepsilon_1 = \frac{F - 1}{F - C_r}$ $F = \left(\frac{\varepsilon C_r - 1}{\varepsilon - 1}\right)^{1/n}$	$NTU = n(NTU)_1$ (11.31b, c, d)
Cross-flow (single pass)		
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$NTU = -\ln\left[1 + \left(\frac{1}{C_r}\right) \ln(1 - \varepsilon C_r)\right]$	(11.33b)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$NTU = -\left(\frac{1}{C_r}\right) \ln[C_r \ln(1 - \varepsilon) + 1]$	(11.34b)
All exchangers ($C_r = 0$)	$NTU = -\ln(1 - \varepsilon)$	(11.35b)

Table 8.3b Formulas for number of transfer units for selected exchanger configurations.

Configuration	Number of Transfer Units
1. Single-stream, and all exchangers when $R_c = 0$	$N_{tu} = \ln \frac{1}{1 - \varepsilon}$
2. Parallel-flow	$N_{tu} = \frac{1}{1 + R_c} \ln \frac{1}{1 - (1 + R_c)\varepsilon}$
3. Counterflow	$N_{tu} = \frac{1}{1 - R_c} \ln \frac{1 - \varepsilon R_c}{1 - \varepsilon}$
Single-pass cross-flow:	
4. Both fluids unmixed	
5. Both fluids mixed	
6. $C_{\max}$ mixed, $C_{\min}$ unmixed	$N_{tu} = -\ln[1 + (1/R_c) \ln(1 - \varepsilon R_c)]$
7. $C_{\max}$ unmixed, $C_{\min}$ mixed	$N_{tu} = -\left(\frac{1}{R_c}\right) \ln[R_c \ln(1 - \varepsilon) + 1]$
Shell-and-tube:	
	$N_{tu} = -(1 + R_c^2)^{-1/2} \ln\left[\frac{E - 1}{E + 1}\right]$
8. One shell pass; 2, 4, ... tube passes*	$E = \frac{2/\varepsilon - (1 + R_c)}{(1 + R_c^2)^{1/2}}$
9. n shell passes; $2n, 4n, \dots$ tube passes*	$E = \frac{[2(F - R_c)/(F - 1)] - (1 + R_c)}{(1 + R_c^2)^{1/2}}; \quad F = \left(\frac{\varepsilon F - 1}{\varepsilon - 1}\right)^{1/n}$

* Substituting E gives the N_{tu} per shell pass (i.e., the N_{tu} for the exchanger is $n \times$ this value).

Tab. 4 , 5 – Equazioni per il calcolo di NTU per diverse configurazioni di flusso e di scambiatore.

Esistono, infine, grafici che riportano direttamente il valore dell'efficacia in funzione di NTU e C di alcune tipologie più comuni di scambiatori di calore:

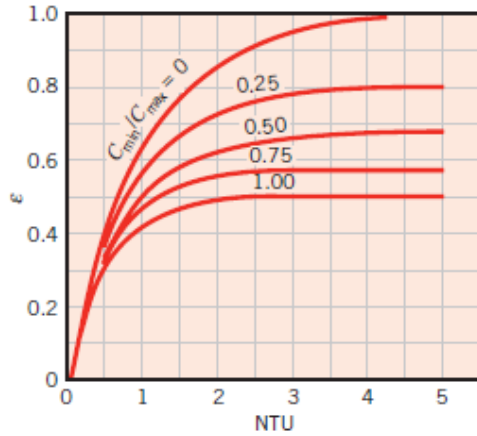


FIGURE 11.10 Effectiveness of a parallel-flow heat exchanger (Equation 11.28).

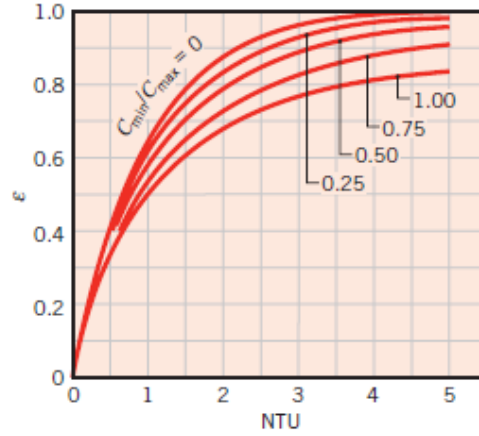


FIGURE 11.11 Effectiveness of a counterflow heat exchanger (Equation 11.29).

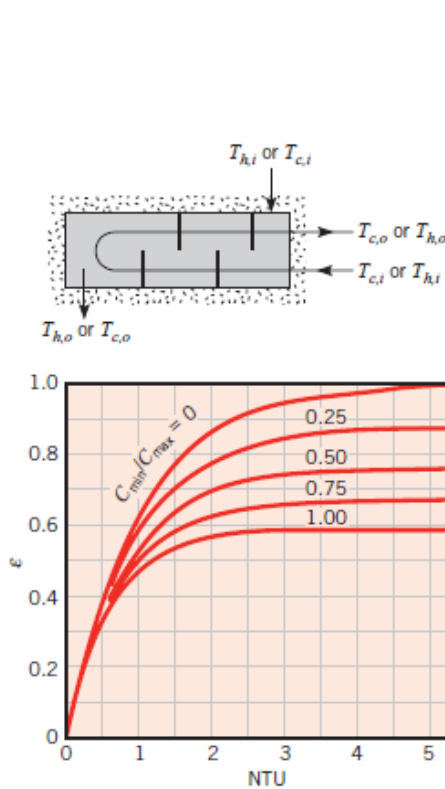


FIGURE 11.12 Effectiveness of a shell-and-tube heat exchanger with one shell and any multiple of two tube passes (two, four, etc. tube passes) (Equation 11.30).

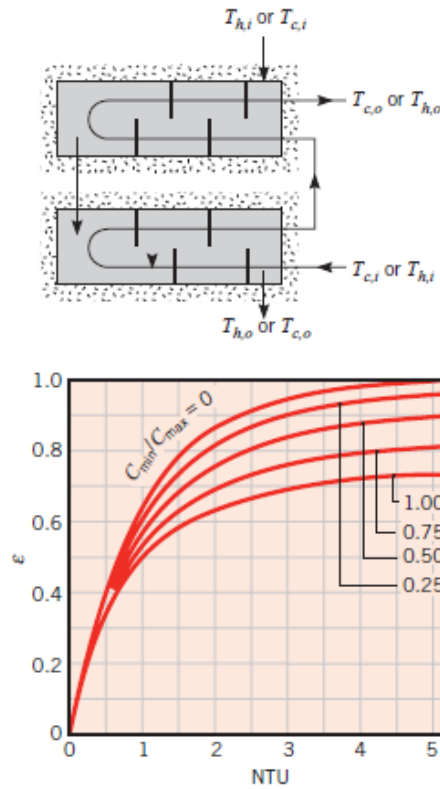


FIGURE 11.13 Effectiveness of a shell-and-tube heat exchanger with two shell passes and any multiple of four tube passes (four, eight, etc. tube passes) (Equation 11.31 with $n = 2$).

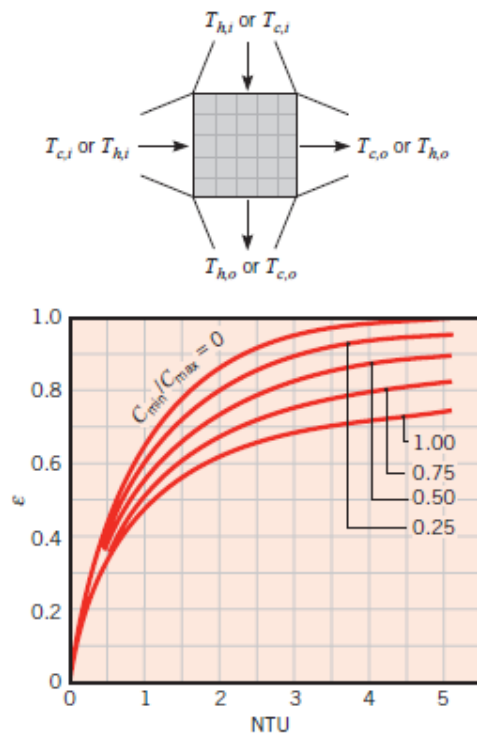


FIGURE 11.14 Effectiveness of a single-pass, cross-flow heat exchanger with both fluids unmixed (Equation 11.32).

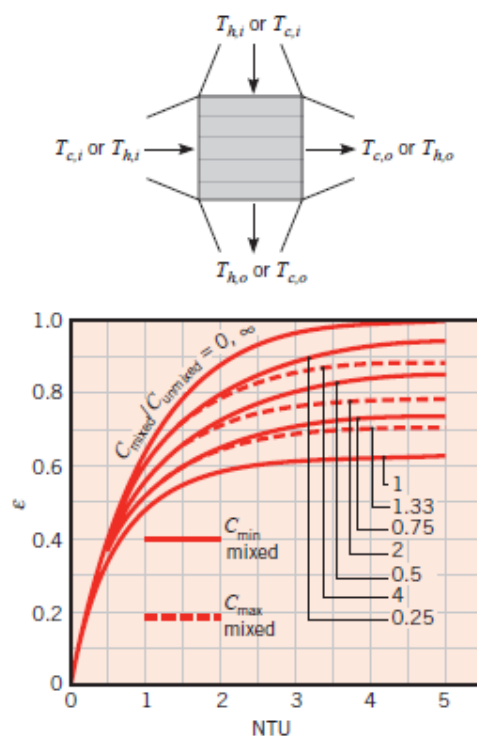


FIGURE 11.15 Effectiveness of a single-pass, cross-flow heat exchanger with one fluid mixed and the other unmixed (Equations 11.33, 11.34).

Fig.11 – Valori dell'efficacia per alcuni scambiatori di calore.

Dai diagrammi e dalle relazioni che riguardano l'efficacia degli scambiatori di calore, si possono trarre alcune conclusioni:

- Il valore dell'efficacia dello scambiatore aumenta rapidamente per piccoli valori di NTU (fino a circa $NTU=1.5$) e piuttosto lentamente per valori più alti. Quindi, da un punto di vista anche economico, non è giustificato l'uso di scambiatori che abbiano un $NTU > 3$.
- Per un dato valore di NTU e di C_r , lo scambiatore in controcorrente presenta l'efficacia più alta, seguito da vicino dallo scambiatore a flussi incrociati, mentre i valori più bassi si hanno per gli scambiatori in equicorrente, come riassume l'immagine seguente:

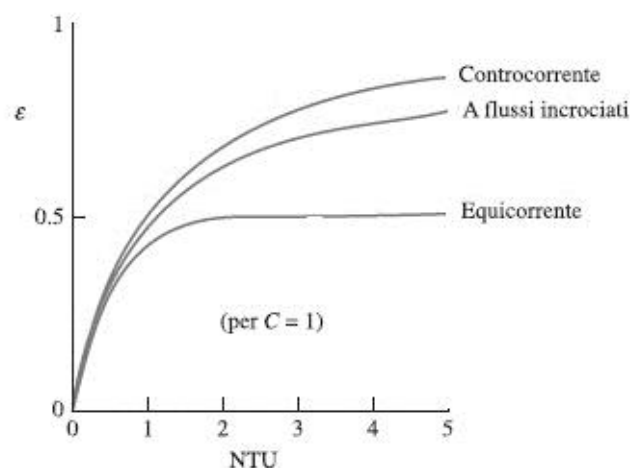


Fig.12 – Andamento dell'efficacia per diverse configurazioni di scambiatore

- Per valori di $NTU < 1$ l'efficacia dello scambiatore è praticamente indipendente dal rapporto di capacità C_r .
- Per un dato NTU , l'efficacia dello scambiatore raggiunge il valore massimo per $C_r=0$ ed il valore minimo per $C_r=1$.

La condizione $C_r=0$ si ha nel caso di cambiamento di fase del fluido, in questo caso la relazione per calcolare l'efficacia dello scambiatore, di qualsiasi tipo esso sia, è:

$$C_r = 0 \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{max} = 1 - \exp(-NTU) \quad (35)$$

All'opposto, la condizione $C_r=1$ si ha nel caso in cui le due portate termiche sono uguali. In questo caso avremo il valore minimo di efficacia:

$$C_r = 1 \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{min} \quad (36)$$

Riassumendo, quindi, con il metodo ε - NTU , la procedura da seguire per dimensionare/scegliere lo scambiatore di calore è:

1. calcolare il rapporto di capacità C_r ;
2. calcolare il numero di unità di scambio termico NTU ;
3. determinare il valore dell'efficacia ε ;
4. ricavare la potenza termica e le temperature di uscita mediante le equazioni (23) e (25).

Esercizio: dimensionamento scambiatore di calore

Dati:

Fluido caldo: $T_{c,e} = 100^{\circ}\text{C}$ $T_{c,u} = 65^{\circ}\text{C}$ $c_{p,c} = 4000\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Fluido freddo: $T_{f,e} = 15^{\circ}\text{C}$ $T_{f,u} = 45^{\circ}\text{C}$ $c_{p,f} = 4187\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ $\dot{m}_f = 1,5\text{kg/s}$

Si richiede di dimensionare lo scambiatore di calore, ovvero di calcolare l'area di scambio termico necessaria.

Soluzione con metodo DTML

Coi dati noti tramite l'equazione (7) si può calcolare subito la potenza scambiata:

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot (T_{f,u} - T_{f,e}) = 1,5 \cdot 4187 \cdot (45 - 15) = 188415\text{W}$$

Noto per l'equazione (9) che questa potenza termica è pari alla potenza termica $\dot{Q}_c$ scambiata dal fluido caldo:

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_f = \dot{Q} = 188415\text{W}$$

Dall'equazione (8) si può poi determinare la portata in massa di fluido caldo necessaria:

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot (T_{c,e} - T_{c,u}) \Rightarrow \dot{m}_c = \frac{\dot{Q}_c}{c_{p,c} \cdot (T_{c,e} - T_{c,u})} = \frac{188415}{4000 \cdot (100 - 65)} = 1,34 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Adesso procediamo con la determinazione del coefficiente di scambio termico. Se supponiamo di lavorare in equicorrente, dato che siamo nel caso di uno scambio acqua con acqua (come si nota dai valori di c_p) dalla tabella 1 scelgo:

$$U = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$$

Noto questo dato possiamo applicare la formula (20) per calcolare la superficie di scambio termico necessaria. Innanzitutto, però, dobbiamo calcolare la differenza di temperatura media logaritmica, che poiché lavoriamo in equicorrente si calcola così:

$$\Delta T_1 = T_{c,u} - T_{f,u} = 65 - 45 = 20^{\circ}\text{C} \quad \Delta T_2 = T_{c,e} - T_{f,e} = 100 - 15 = 85^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} = \frac{20 - 85}{\ln(20/85)} = 44,9^{\circ}\text{C}$$

Quindi sono noti tutti i dati da inserire nella (20) per calcolare l'area di scambio termico totale obiettivo dell'esercizio:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ml} \Rightarrow A = \frac{\dot{Q}}{U \cdot \Delta T_{ml}} = \frac{188415}{1000 \cdot 44,9} = 4,19\text{m}^2$$

Osserviamo che nota l'area di scambio termico se fosse noto il diametro del tubo interno dello scambiatore (diametro medio, ipotizzando lo spessore del tubo molto piccolo) allora si potrebbe calcolare la lunghezza dello scambiatore. Per esempio, supponiamo di scegliere:

$$D = 50 \text{ mm}$$

Quindi:

$$A = \pi \cdot D \cdot L \Rightarrow L = \frac{A}{\pi \cdot D} = \frac{4,19}{\pi \cdot 0,05} = 26,7 \text{ m}$$

Soluzione con metodo ε -NTU

Cominciamo calcolando le portate termiche applicando la (10) prima al fluido caldo e poi al fluido freddo (la portata massica del fluido calcolo è nota perché è stata calcolata prima):

$$C_c = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} = 1,34 \cdot 4000 = 5360 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{s}} \quad C_f = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} = 1,5 \cdot 4187 = 6281 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{s}}$$

Quindi, poiché $C_c < C_f$, si ha:

$$C_{min} = C_c = 5360 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{s}} \quad C_{max} = C_f = 6281 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{s}}$$

Ora calcoliamo la potenza termica massima applicando la sua definizione secondo l'equazione (24):

$$\dot{Q}_{max} = C_{min} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e}) = 5360 \cdot (100 - 15) = 455600 \text{ W}$$

Avendo calcolato la potenza termica massima scambiata ed essendo nota la potenza termica scambiata reale (calcolata prima), possiamo calcolare il valore dell'efficacia dello scambiatore di calore applicando l'equazione (22):

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{188415}{455600} = 0,41$$

Allo stesso tempo possiamo calcolare anche il valore del rapporto di capacità C_r

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{5360}{6281} = 0,85$$

Dalla tabella 4 si evince che per uno scambiatore a "parallel flow" (ovvero flusso equicorrente, come ipotizzato prima) il "Number of Transfer Units" NTU si calcola come segue:

$$NTU = -\frac{\ln[1 - \varepsilon \cdot (1 + C_r)]}{1 + C_r} = -\frac{\ln[1 - 0,41 \cdot (1 + 0,85)]}{1 + 0,85} = 0,768$$

Dal valore NTU si evince che questo scambiatore non è particolarmente brillante...

In ogni caso, applicando la definizione di NTU possiamo calcolare l'are di scambio termico:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} \Rightarrow A = \frac{NTU \cdot C_{min}}{U} = \frac{0,768 \cdot 5360}{1000} = 4,11 m^2$$

A meno di un piccolo errore dovuto alle approssimazioni numeriche di calcolo, il risultato uguale a quello ottenuto col metodo DTML.

Bisogna osservare, però, che il metodo DTML ha permesso di arrivare al risultato più velocemente, ciò dimostra che in problemi in cui sono noti sia i dati in ingresso che quelli in uscita dei fluidi (com'è il caso di questo esercizio) conviene utilizzare il metodo DTML per dimensionare lo scambiatore, in accordo con quanto detto precedentemente trattando la teoria.