Prodotto vettoriale (e' un nuovo vettore!)

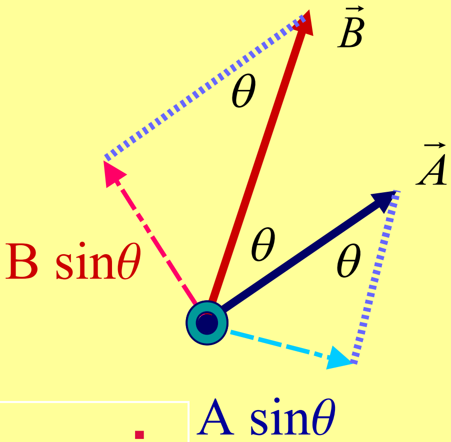
Il modulo prodotto vettoriale è proporzionale alla componente di ciascun vettore nella direzione perpendicolare all'altro.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

- Modulo del prod. vettoriale $\left|\vec{C}\right| = \left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = AB \sin\theta$

  dove θ è l'angolo più piccolo tra i due vettori

  (nel loro piano comune)

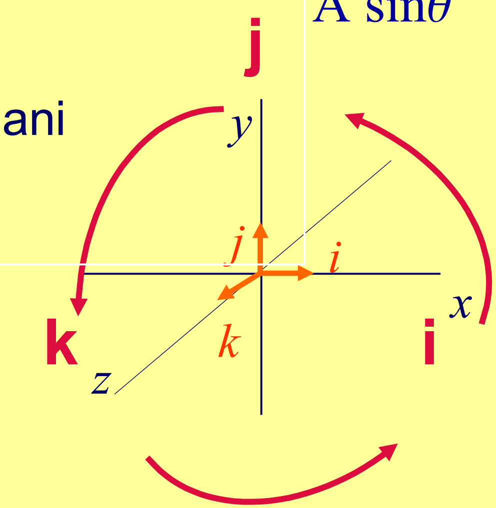


  - Quindi se i due vettori sono paralleli (o opposti) il loro prodotto vettoriale è nullo.
  - Il modulo del prodotto vettoriale è massimo se i due vettori sono perpendicolari tra loro
  - Direzione e verso?

  Tabella dei prodotti vettoriali dei versori cartesiani

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \quad \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}; \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

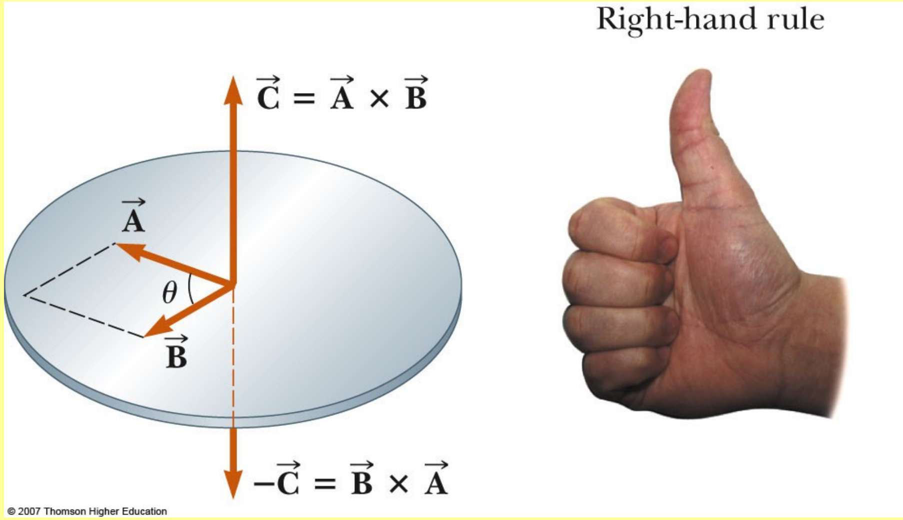
$$\hat{i} \times \hat{i} = 0; \quad \hat{j} \times \hat{j} = 0; \quad \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

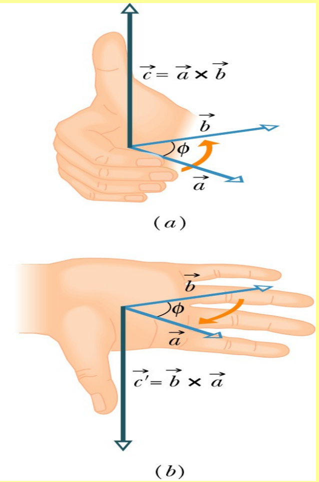


Regola della mano destra

- Direzione: **C** è perpendicolare sia ad **A** che a **B**

  (ovvero all'unico piano che li contiene entrambi)
- Verso: (Regola della mano destra)
  - Far partire **A** e **B** dallo stesso punto
  - Usare la mano destra
  - Tranne il pollice, le altre quattro dita puntano in direzione e verso del primo vettore **A.** Il pollice e' aperto verso l'esterno della mano.
  - Chiudere le quattro dita, facendole percorrere l'angolo più piccolo (minore di 180°) tra **A** e **B**
  - Il pollice indicherà la direzione ed il verso di **C**
- Il prodotto vettoriale non e' commutativo:il risultato dipende dall'ordine dei fattori





$$\vec{A} \times \vec{B} = - \vec{B} \times \vec{A}$$

Calcolare **AxB** con le componenti cartesiane

$\vec{A}\times\vec{B}$ **con:** $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$ $\vec{B}=-\hat{i}+2\hat{j}$

Soluzione: usare la tabella di moltiplicazione dei tre versori

$$\vec{A}\times\vec{B}=(2\hat{i}+3\hat{j})\times(-\hat{i}+2\hat{j})$$

$$=2\hat{i}\times(-\hat{i})+2\hat{i}\times2\hat{j}+3\hat{j}\times(-\hat{i})+3\hat{j}\times2\hat{j}$$

$$=0+4\hat{i}\times\hat{j}-3\hat{j}\times\hat{i}+0=4\hat{k}+3\hat{k}=7\hat{k}$$

i **j** **k**

$$\vec{F}=(2\hat{i}+3\hat{j})N \qquad \vec{r}=(4\hat{i}+5\hat{j})m$$

Altro esempio:

$$\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}=(4\hat{i}+5\hat{j})\times(2\hat{i}+3\hat{j})$$

$$=4\hat{i}\times2\hat{i}+4\hat{i}\times3\hat{j}+5\hat{j}\times2\hat{i}+5\hat{j}\times3\hat{j}$$

$$=0+4\hat{i}\times3\hat{j}+5\hat{j}\times2\hat{i}+0=12\hat{k}-10\hat{k}=2\hat{k}\ (\mathrm{Nm})$$