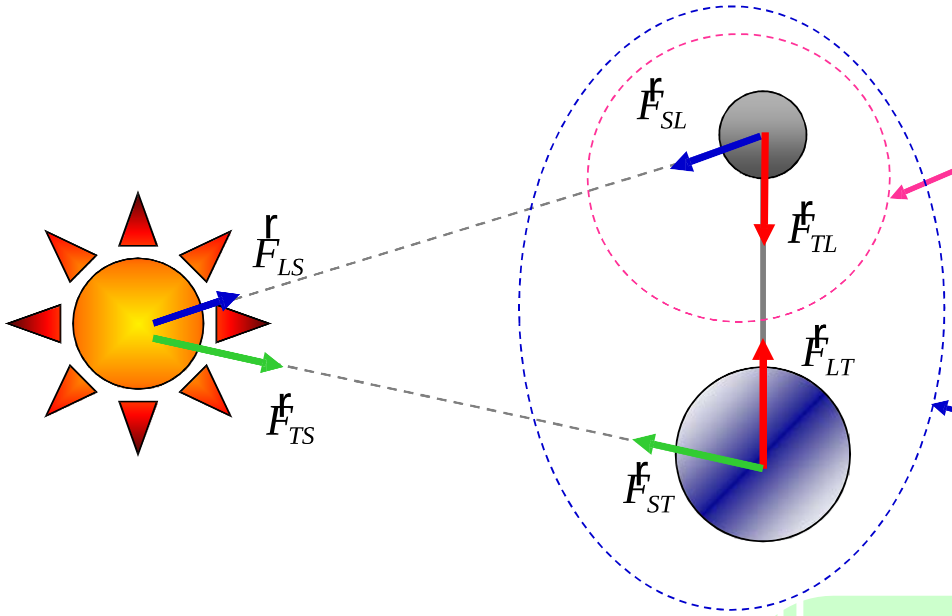
$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \vec{F}dt = md\vec{v}$$ $\vec{F}dt$ è $l'impulso\ elementare\ della\ forza$

$Se\ consideriamo\ un\ intervallo\ finito\ t_2 - t_1\ possiamo\ dimostrare\ che$:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \int_{t_1}^{t_2} md\vec{v} = m \cdot \int_{t_1}^{t_2} d\vec{v} = m\overrightarrow{v_2} - m\overrightarrow{v_1}$$

Quindi la variazione di velocità dipende dalla massa m, dalla forza e anche dal tempo durante il quale F agisce. Il vettore $\vec{q} = m\vec{v}$ *si chiama quantità di moto quindi la relazione precedente si enuncia: la variazione della quantità di moto è uguale all'impulso della forza applicata.*

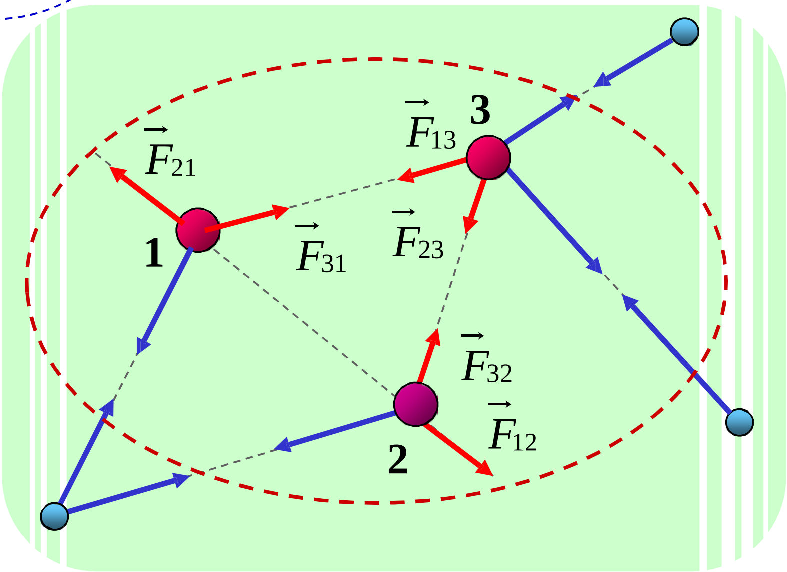
Sistemi di punti materiali: forze interne e forze esterne



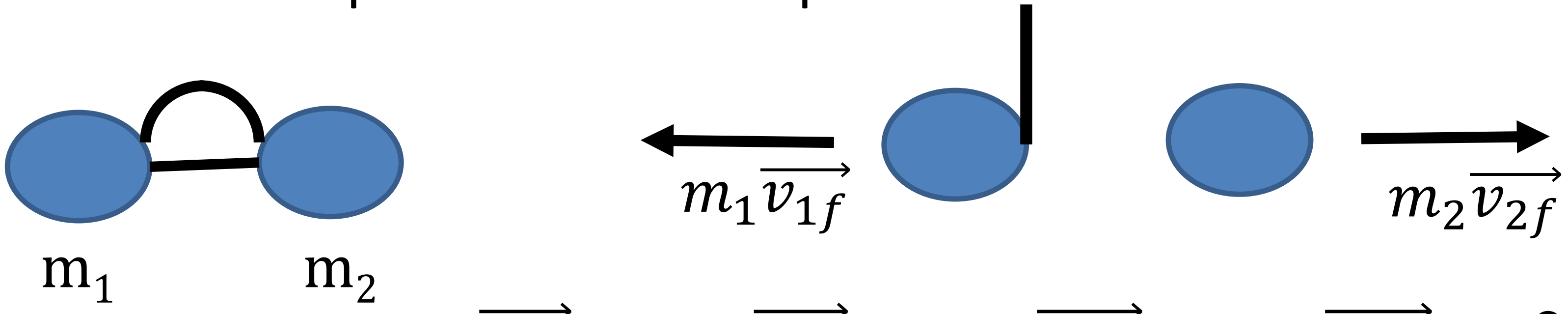
Sistema: Luna
F_{TL} e F_{SL} sono forze esterne

Sistema: Luna + Terra.
F_{TL} e F_{LT} sono forze interne
F_{ST} e F_{SL} sono forze esterne

Le forze interne hanno una proprietà importante:
a due a due si annullano.



L’azione di un corpo su un altro è reciproco. Si tratta in ogni caso di una ***«interazione».***
Il verificare in generale l’esistenza di questa interazione non è facile e si deve a Newton l’aver dimostrato per questa via il **terzo principio della dinamica.**
Se in un sistema di riferimento un punto materiale è in moto allora è soggetto a una forza non nulla. Questa deriva dalla presenza di altri corpi materiali i quali a loro volta subiscono delle forze da parte del punto materiale.
La prima schematizzazione che possiamo fare è considerare un **sistema isolato** ossia un sistema di punti materiali le cui interazioni con i corpi che non fanno parte di esso siano da considerarsi trascurabili. Nel caso contrario il **sistema non è isolato** e le forze che agiscono sui punti di esso da corpi ad esso estranei si dicono **forze esterne.**
Consideriamo un sistema costituito da due dischetti collegati da una molla liberi di muoversi su un piano orizzontale privo di attrito.



$$m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = m_1\overrightarrow{v_{1f}} + m_2\overrightarrow{v_{2f}} = 0$$

La quantità di moto totale nulla prima dello scatto della molla rimane quindi invariata. Nel caso semplice di due punti materiali

$$m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = m_1\overrightarrow{v_{1f}} + m_2\overrightarrow{v_{2f}} = \text{costante}$$

«Principio della conservazione della quantità di moto».

Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$1)\ m_1 \cdot \frac{d\overrightarrow{v_1}}{dt} + m_2 \cdot \frac{d\overrightarrow{v_2}}{dt} = 0 \rightarrow m_1 \cdot \frac{d\overrightarrow{v_1}}{dt} = -m_2 \cdot \frac{d\overrightarrow{v_2}}{dt} \ \rightarrow\ \overrightarrow{f_1} = -\overrightarrow{f_2}$$

Se il sistema è isolato la forza che si esercita su m_1 non può che essere dovuta a m_2 e viceversa, quindi $\overrightarrow{f_1}$ *e* $\overrightarrow{f_2}$ *sono uguali in modulo e direzione ma hanno verso opposto.*

Attenzione! L'identità di queste due forze non significa equilibrio del sistema perché le forze sono applicate a due punti materiali diversi.

III Principio della dinamica

Generalizzando, in un sistema di riferimento inerziale la quantità di moto totale di un sistema di punti materiali isolato, si conserva ossia resta costante nel tempo.

$Più\ in\ generale\ se\ ho\ N\ punti\ materiali\ la\ 1)\ diventa$: $\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \frac{d\overrightarrow{v_i}}{dt} = 0$

$quindi\ indicando\ con\ \overrightarrow{f_i^*}\ le\ forze\ interne\ per\ un\ sistema\ isolato\ si\ ha$:

$$\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{f_i^*} = 0$$

Consideriamo un sistema non isolato (A). Le forze esterne saranno dovute a punti materiali (sistema B) non appartenenti al primo sistema. Per il ***principio della indipendenza delle forze****, se pensiamo di allontanare a distanza infinita, il sistema A diverrà isolato, pur restando inalterato il complesso delle sue forze interne. Quindi la* ***risultante delle forze interne*** *di un sistema di N punti materiali, isolato o meno* ***è nulla.*** *Analogamente per il sistema B.*

Quindi possiamo affermare che:

$$\sum \overrightarrow{f_A^*} = 0 \qquad e \qquad \sum \overrightarrow{f_B^*} = 0$$

Ora resta la risultante delle forze esterne f_{AB} che i punti di A esercitano su quelli di B e la risultante delle forze f_{BA} che i punti di B esercitano su A.
Se mettiamo insieme i due sistemi questi danno luogo ad un sistema isolato quindi:

$$\sum \overrightarrow{f_A^*} + \sum \overrightarrow{f_B^*} + \sum \overrightarrow{f_{AB}} + \sum \overrightarrow{f_{BA}} = 0$$

$$\sum \overrightarrow{f_{AB}} = -\sum \overrightarrow{f_{BA}} \qquad \boldsymbol{principio\ di\ azione\ e\ reazione}$$

Questo è un principio perché generalizza quello che noi quotidianamente osserviamo tra ***due punti materiali.***

*Ora però nasce un problema molto complicato. Siccome lo scopo della dinamica è quello di descrivere il moto dei singoli punti materiali del sistema, ossia trovare la <u>legge del moto</u> **s**=**s**(t); come faccio a determinare tutte queste equazioni? Newton intuì che bisognava trovare un punto materiale ideale che permetteva di applicare ad esso la risultante delle forze e una volta descritto il suo moto poter risalire al moto dei singoli punti del sistema. Ma trattandosi di un punto materiale ideale quale sarebbe stata la legge fondamentale che governava il moto di questo punto?*
Consideriamo la quantità di moto totale di un sistema di N punti materiali.

$$Q_x = \sum_{i=1}^{N} m_i v_{ix} \quad ; \quad Q_y = \sum_{i=1}^{N} m_i v_{iy} \quad ; \quad Q_z = \sum_{i=1}^{N} m_i v_{iz}$$

$$equivalente\ a: \quad Q_x = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i x_i\right); \; Q_y = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i y_i\right); \; Q_z = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i z_i\right)$$

Ebbene, se consideriamo la massa totale del sistema μ e consideriamo quel punto quel punto le cui coordinate sono:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\mu} \;; \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{\mu}; \quad Z = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i z_i}{\mu}$$

Questo punto esiste sempre e ha una posizione nello spazio che è determinata unicamente dalle posizioni reciproche dei punti del sistema e dalle loro masse; esso si chiama baricentro.
Quando il sistema è in moto, sia per movimento d'insieme che per variazioni della sua configurazione, anche il suo baricentro è generalmente in moto. La scelta di un tale punto ci permette di affermare che la velocità del baricentro dipende, istante per istante, dalle velocità dei singoli punti costituenti il sistema. Infatti:

$$V_X = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i v_{xi}}{\mu} \;; \quad V_Y = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i v_{yi}}{\mu}; \quad V_Z = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i v_{zi}}{\mu}$$

$$In\ forma\ vettoriale\ \mu\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{v_i} = \vec{Q}\,.$$

$$Se\ sul\ nostro\ sistema\ agisce\ una\ forza\ risultante\ \vec{F}\ questa\ agisce\ anche\ sul$$

$$baricentro\ quindi\ dalla\ legge\ fondamentale\ della\ dinamica\ \vec{F} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = \frac{\mu d\vec{V}}{dt}.$$

$Ossia\ la\ legge\ fondamentale\ per\ il\ baricentro$ é $uguale\ a\ quella\ del\ punto\ materiale.$