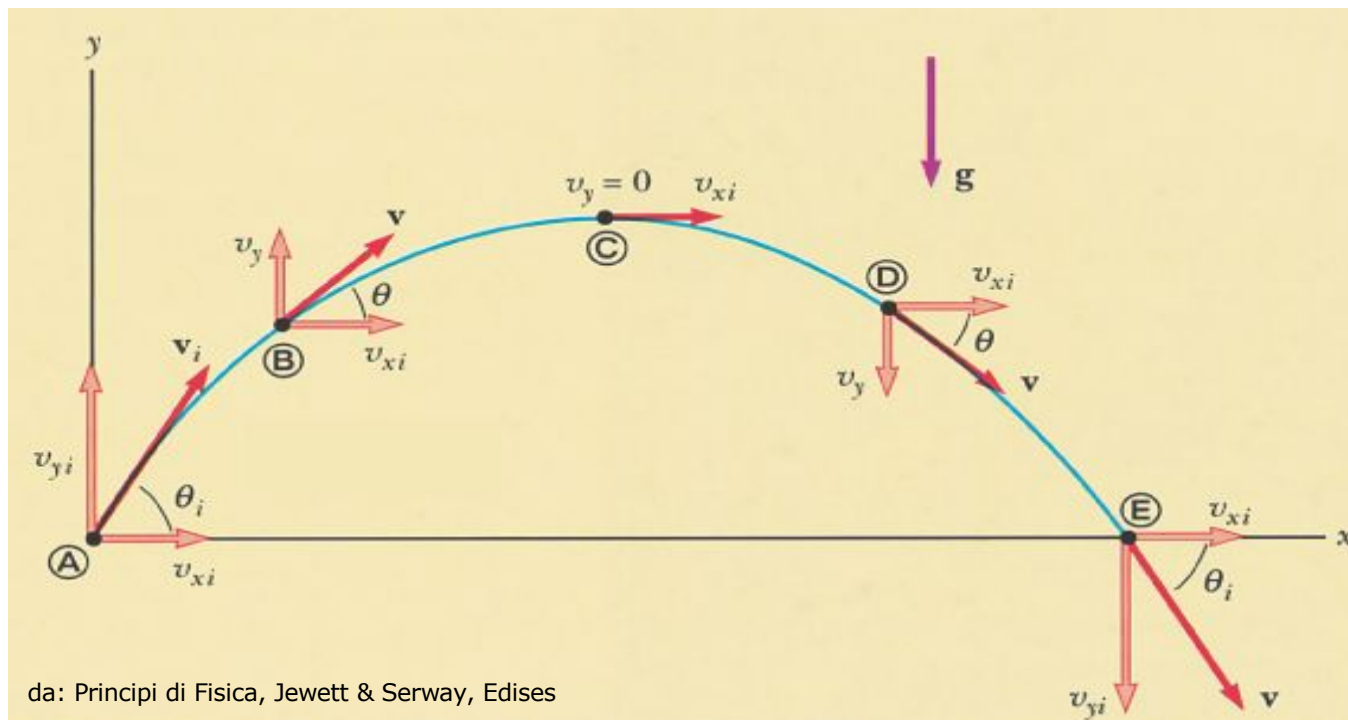


Moto del proiettile

Ipotesi:

1. L'accelerazione g è costante e diretta verso il basso ($a_y = -9.8 \text{ m/s}^2$)
2. La resistenza opposta dall'aria è trascurabile ($a_x = 0$)

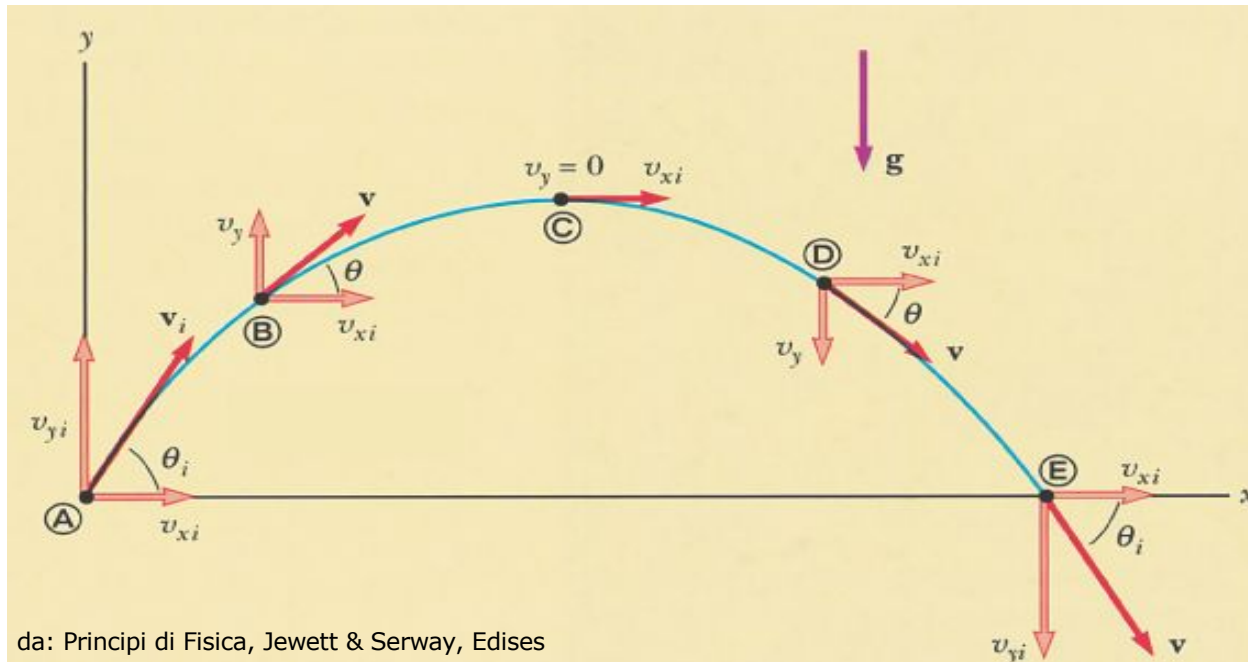


da: Principi di Fisica, Jewett & Serway, Edises

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i$$

$$v_{yi} = v_i \sin \theta_i$$

Moto del proiettile



$$v_{xf} = v_{xi} = v_i \cos \theta_i$$

Componente orizzontale della velocità

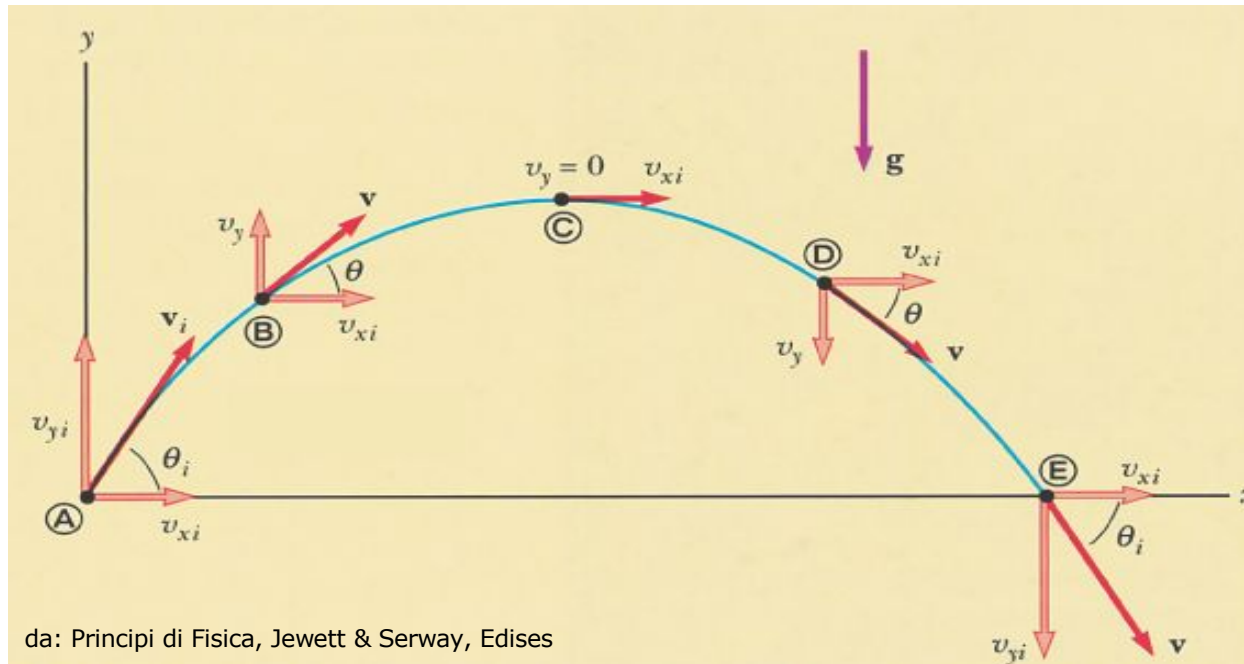
$$v_x = cost$$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt = v_i \sin \theta_i - gt$$

Componente verticale della velocità

$$a_y = cost$$

Moto del proiettile



$$x_f = x_i + v_{xi} t = (v_i \cos \theta_i) t$$

$$y_f = y_i + v_{yi} t - \frac{1}{2} g t^2 = (v_i \sin \theta_i) t - \frac{1}{2} g t^2$$

Componente orizzontale della posizione
 $v_x = cost$

Componente verticale della posizione
 $a_y = cost$

Moto del proiettile

$$x_f = x_i + v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i)t$$



$$\frac{x_f}{(v_i \cos \theta_i)} = t$$

Sostituisco in:

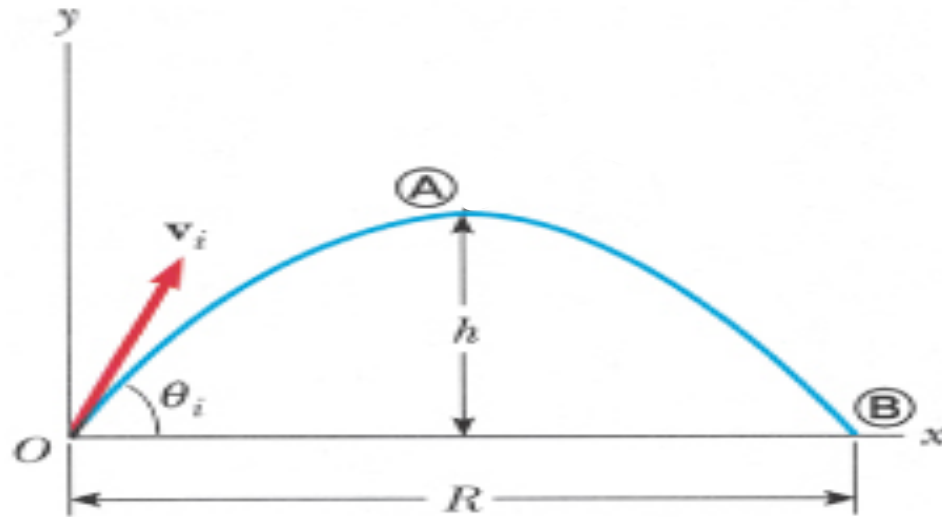
$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_i \sin \theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow y_f = (\cancel{v_i} \sin \theta_i) \left(\frac{x_f}{\cancel{v_i} \cos \theta_i} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{x_f}{v_i \cos \theta_i} \right)^2$$

$$\Rightarrow y_f = (\tan \theta_i)x_f - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i} \right)x_f^2$$

Equazione della PARABOLA

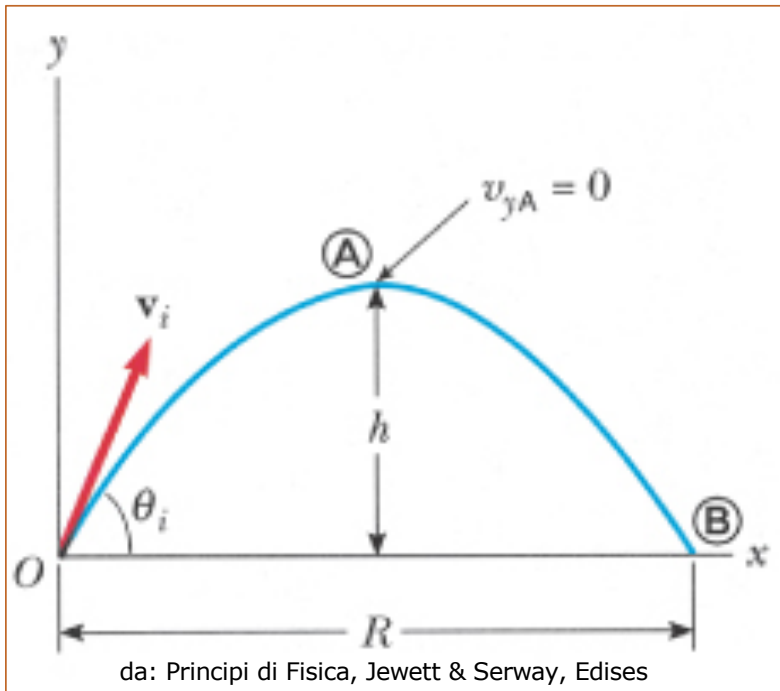
Moto del proiettile – altezza massima



Vogliamo determinare:

1. Il picco (altezza massima)
2. Il punto di atterraggio $R =$ gittata

Moto del proiettile – altezza massima



Al picco (h) è $v_{yA}=0$

$$v_{yf} = v_i \sin \theta_i - gt$$

Diventa: $0 = v_i \sin \theta_i - gt_A$

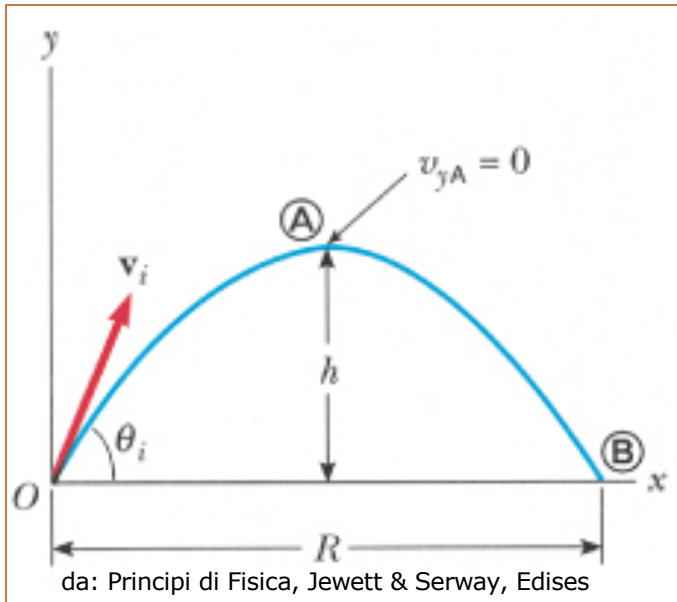
Possiamo perciò ricavare il tempo impiegato per arrivare alla quota massima:

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

Sostituendo nella formula della componente verticale della posizione, con $h=y_f$

$$h = (v_i \sin \theta_i) \frac{v_i \sin \theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta_i}{g} \right)^2 = \left(\frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g} \right)$$

Moto del proiettile – gittata



In corrispondenza di $x_f=R$:

$$y_f=0$$

$$t=2t_A$$

$$R \leftarrow x_f = x_i + (v_i \cos \theta_i) t$$

0
2t_A



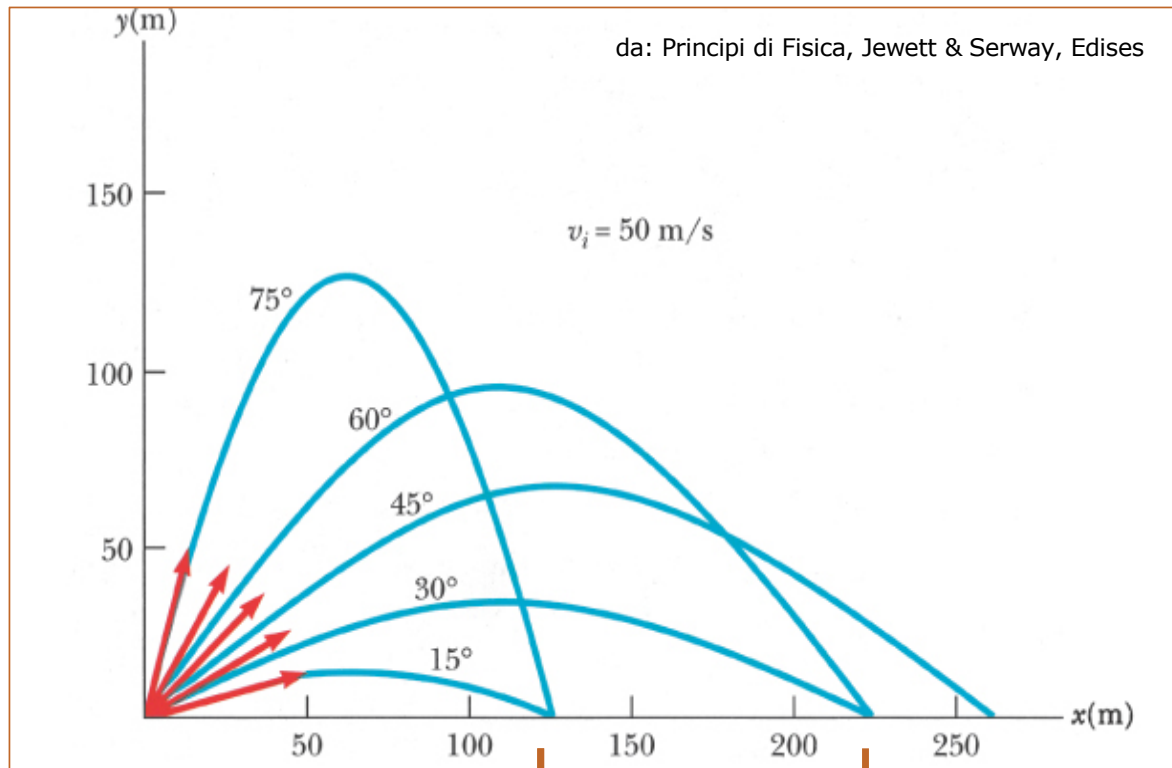
$$R = (v_i \cos \theta_i) 2t_A = (v_i \cos \theta_i) 2 \frac{v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{g}$$

ma $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$



$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

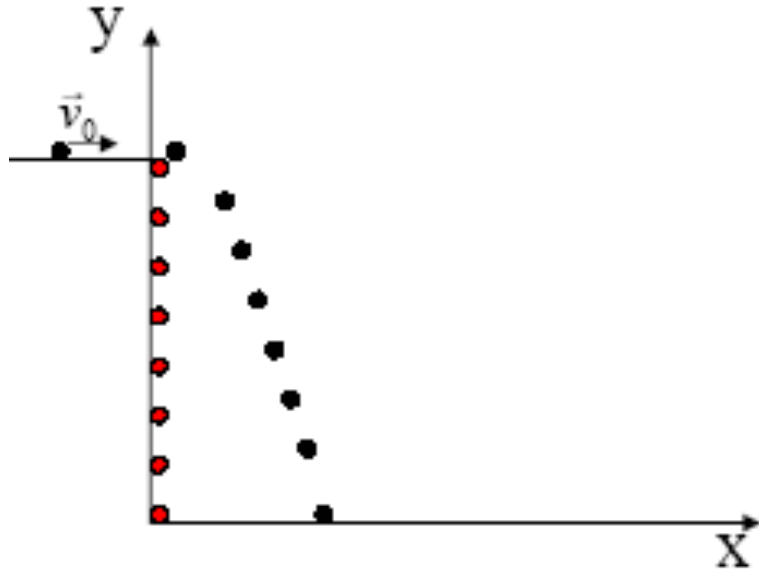
Moto del proiettile



$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

Valori complementari dell'angolo iniziale: danno la stessa gittata

Moto del proiettile



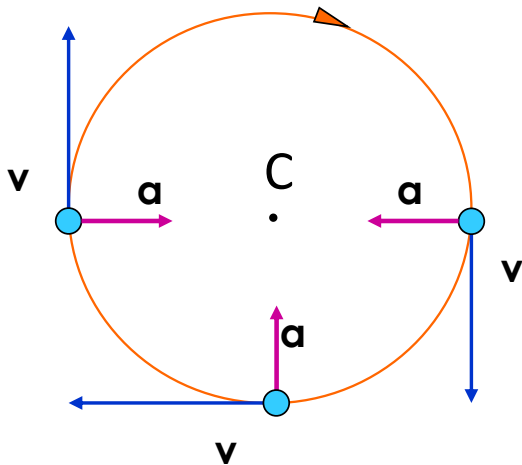
- Parte con velocità orizzontale e verticale nulle
- Parte con velocità orizzontale \vec{v}_0 e verticale nulle

Cadono nello stesso tempo

Moto circolare uniforme

Una particella si muove di **moto circolare uniforme** se si muove su una circonferenza con velocità di modulo costante (uniforme)

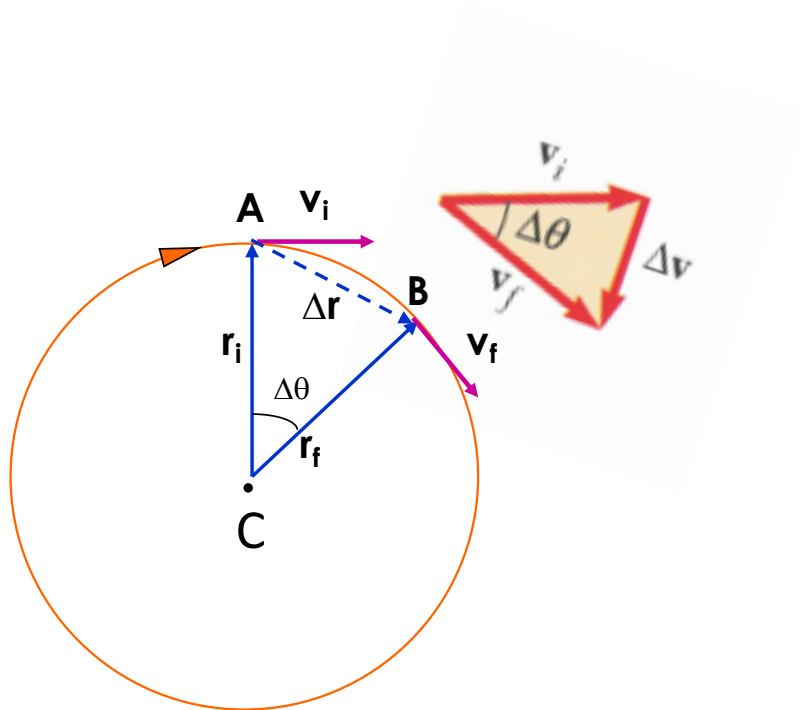
Tale particella possiede tuttavia un'**accelerazione** perché il vettore velocità cambia istante per istante di direzione e verso



L'accelerazione può avere solo una componente **centripeta**

Moto circolare uniforme

L'accelerazione può avere solo una componente **centripeta**



$$\vec{a}_{med} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{r} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = |\Delta \vec{r}| \frac{v}{r}$$

$$|\vec{a}_{med}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \frac{v}{r}$$

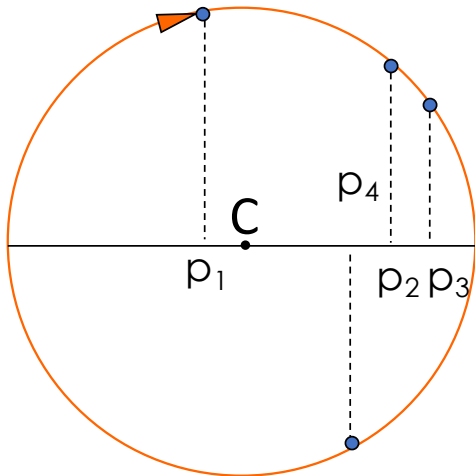
Ma:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = v \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{r}$$

Accelerazione centripeta

Moto circolare uniforme

La proiezione del punto materiale sul diametro è un **moto periodico**



Il **Periodo T** è il tempo necessario per ritornare a una data posizione (oscillazione completa)

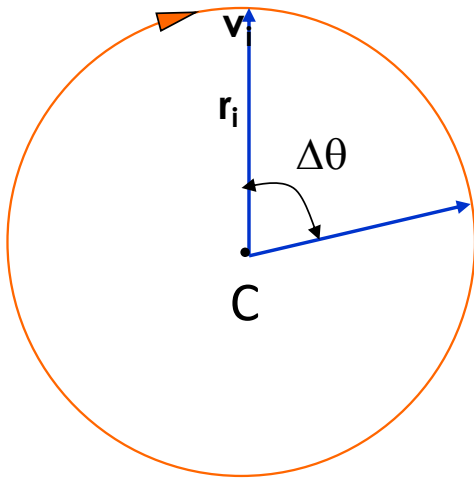
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

La **Frequenza (Hz)** è l'inverso del periodo

$$f = \frac{1}{T}$$

Moto circolare uniforme

La **velocità angolare** è data dall'angolo descritto dal raggio nell'unità di tempo ($\omega = \Delta\theta / \Delta t$)



$$v = \omega r$$

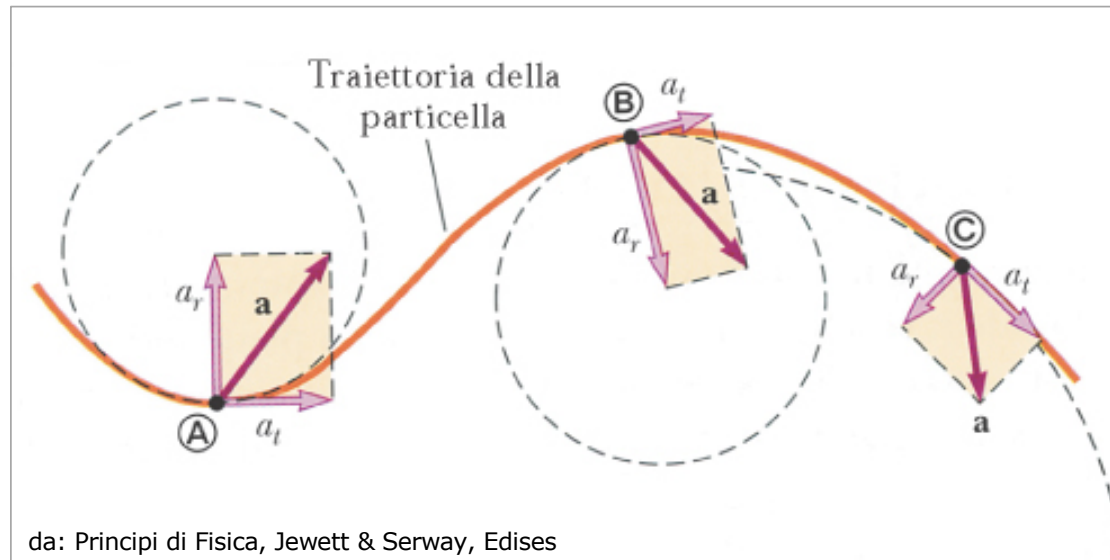
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Come è legata alla velocità?

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

La **velocità scalare** di un punto che dista r dal centro è data dalla **velocità angolare per r**

Accelerazione radiale e tangenziale



L'**accelerazione radiale** è dovuta alla variazione della **direzione** del vettore velocità di una particella

$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r}$$

a ?

L'**accelerazione tangenziale** è dovuta alla variazione del **modulo** della velocità di una particella

$$a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$$

ESERCIZIO

Una ragazza lancia verticalmente un mazzo di chiavi a un'amica affacciata a una finestra a un'altezza di 400 cm. Le chiavi vengono afferrate dopo 1.5 s.

Determinare la **velocità** delle chiavi:

1. All'istante del lancio
2. All'istante prima di essere afferrate

$$y_f = 400 \text{ cm}$$
$$t = 1.5 \text{ s}$$

$$(1) \quad y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad 4.00\text{m} = v_i \frac{\text{m}}{\text{s}} * 1.5\text{s} + \left(\frac{-9.8}{2}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1.5\text{s})^2$$

$$\Rightarrow \quad v_i = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(2) \quad v_f = v_i + at \quad \Rightarrow \quad v_f = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + (-9.8) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1.5\text{s}) = -4.68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ESERCIZIO

Si lancia una pietra verticalmente verso l'alto. Essa transita per il punto A alla velocità v e per il punto B, posto 3 m più in alto di A, alla velocità $v/2$. Si calcolino il valore della **velocità v** e la **massima altezza al di sopra di B** raggiunta dalla pietra.





ESERCIZIO

Nel momento in cui un semaforo volge al verde un'auto parte da ferma con accelerazione costante $a=2.2 \text{ m/s}^2$. Nello stesso istante un camion che sopravviene alla velocità costante $v_c=9.5 \text{ m/s}$ sorpassa l'auto. A quale **distanza** oltre il semaforo l'auto risorpasserà il camion e quale sarà la sua **velocità** a quell'istante?

ESERCIZIO

Calcolare:

1. Velocità media orbitale della luna in m/s
2. L'accelerazione centripeta

$$r = 3.48 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$T = 27.3 \text{ giorni}$$
