



Lezione #16

**Taratura automatica dei PID:
Ziegler&Nichols, Criteri integrali**

- Taratura automatica dei PID
- Primi metodi di taratura dei regolatori PID
 - Ziegler-Nichols ad anello aperto
 - Metodi in anello aperto con criteri integrali sull'errore
 - Ziegler-Nichols ad anello chiuso

Motivazione

- Se è noto un **modello matematico** del processo da controllare, è possibile utilizzarlo per progettare un regolatore
- In molti casi però, **lo sforzo richiesto** per modellare il processo è **eccessivo** rispetto all'esigenza di progettare un regolatore capace di offrire performance accettabili

Motivazione

- J.G. Ziegler (Taylor Instruments) e N.B. Nichols (MIT), 1942

A PURELY mathematical approach to the study of automatic control is certainly the most desirable course from a standpoint of accuracy and brevity. Unfortunately, however, the mathematics of control involves such a bewildering assortment of exponential and trigonometric functions that the average engineer cannot afford the time necessary to plow through them to a solution of his current problem.

Metodi di taratura automatica

- Per i regolatori PID, in particolare, esistono numerosi metodi di **taratura automatica**, che consentono di scegliere i **parametri** del controllore
- I primi furono introdotti da **Ziegler e Nichols** nel 1942
- Tali metodi puntano a ricavare, più o meno esplicitamente, un modello dell'impianto partendo da **prove effettuate direttamente sul processo**

Metodi di taratura automatica

- Nella lezione precedente abbiamo visto in che modo i parametri del regolatore sono legati alla **risposta al gradino**

	Stabilità	e_{∞}	T_a	S
$K_P \uparrow$	Peggiora	Diminuisce	Diminuisce	Aumenta
$T_I \downarrow$	Peggiora	Nulla se $T_I \neq 0$	Diminuisce	Aumenta
$T_D \uparrow$	Migliora se $T_D \neq 0$	Non influente	Non influente	Diminuisce

- Nella pratica tuttavia è **difficile trovare direttamente i guadagni** del regolatore in questo modo

Metodi di taratura automatica

- È possibile però utilizzare i metodi di taratura che vedremo per trovare un **punto di partenza**
- A partire da questi **guadagni di primo tentativo**, è possibile procedere a successivi aggiustamenti “empirici”

Metodi di taratura automatica

- In questa lezione vedremo procedure di taratura classiche basate su semplici **prove sperimentali** e sull'utilizzo di **formule semi-empiriche**
- Nelle lezioni successive vedremo alcune procedure più sofisticate

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Supponiamo che l'impianto possa essere modellato come un **sistema del primo ordine con ritardo**

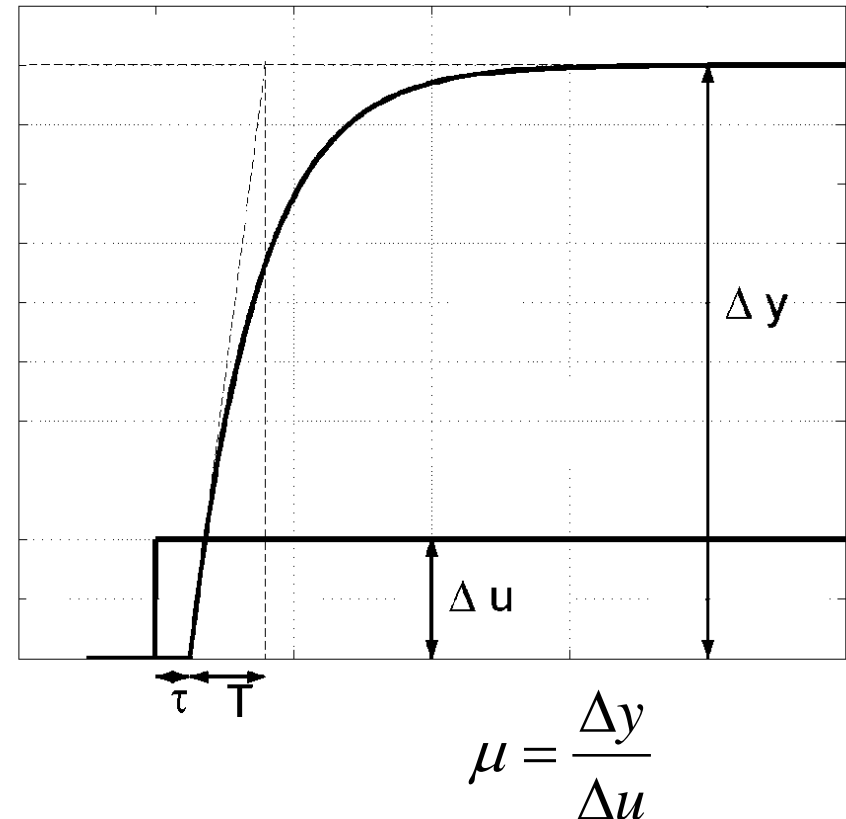
$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT} e^{-s\tau} \quad \text{con } T > 0 \text{ e } \tau > 0$$

- Parametri del modello:
 - μ : guadagno statico
 - T : costante di tempo
 - τ : ritardo

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Dalla **risposta al gradino** è possibile stimare i **parametri dell'impianto** (e.g. con il metodo della tangente come in figura)
- Deve essere possibile effettuare una **prova ad anello aperto** sul processo (senza controllore)



Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Dai **parametri stimati** è possibile calcolare i **guadagni del regolatore** secondo le **relazioni in tabella**

	K_p	T_I	T_D
Regolatore P	$T/(\mu \tau)$	-	-
Regolatore PI	$0.9T/(\mu \tau)$	3τ	-
Regolatore PID	$1.2T/(\mu \tau)$	2τ	0.5τ

Metodi di taratura automatica

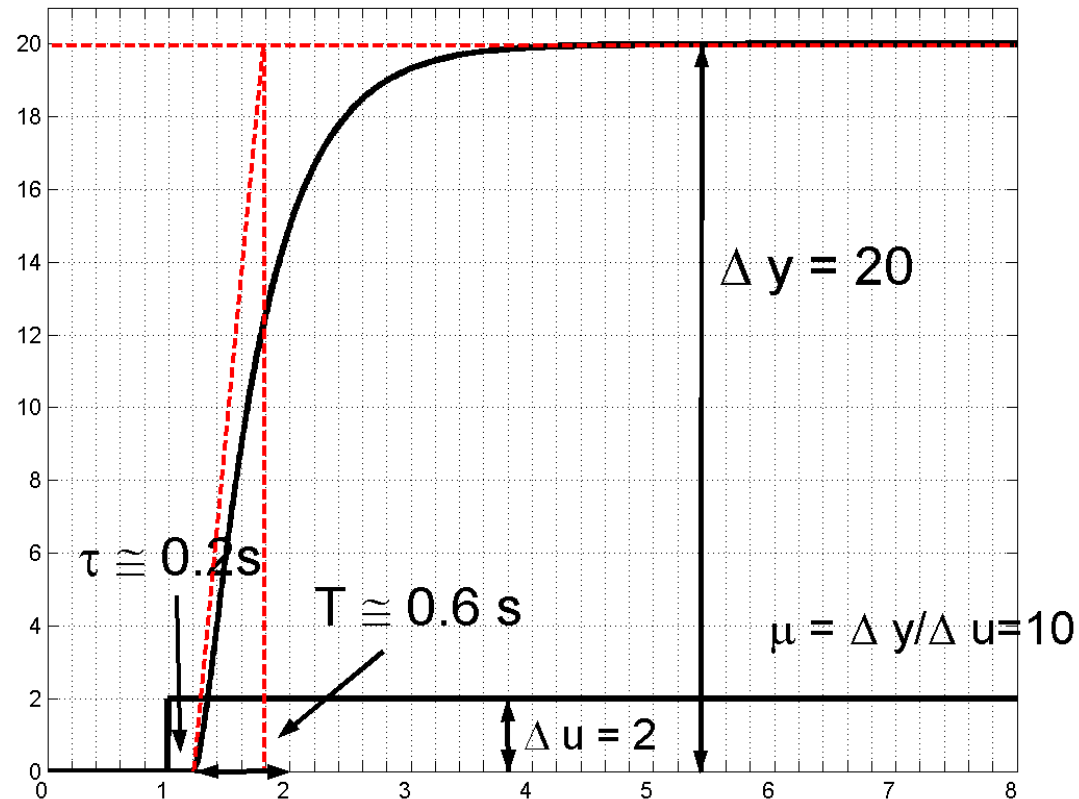
Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Se il regolatore andrà realizzato in tecnologia digitale, andrà inoltre considerata la presenza del **mantenitore ZOH con il relativo ritardo**
- Il ritardo da considerare sarà quindi $\tau + T_c/2$, con T_c tempo di campionamento

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Esempio: si supponga che quella in figura sia la risposta dell'impianto ad un gradino di ampiezza $U_0=2$
- Una possibile stima dei parametri del modello è
 - $T \approx 0.6 \text{ s}$
 - $\tau \approx 0.2 \text{ s}$
 - $\mu = 10$

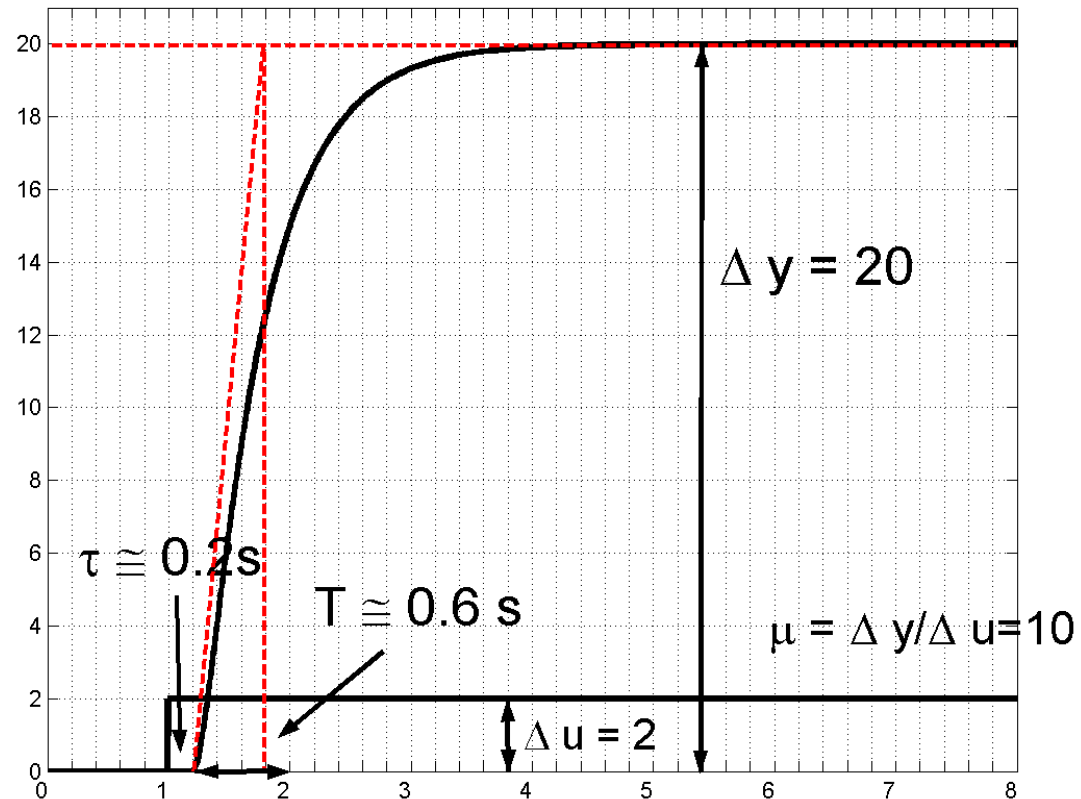


Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Dalla stima ottenuta si ricavano i guadagni in tabella

	K_P	T_I	T_D
P	0,3	-	-
PI	0,27	0,6	-
PID	0,36	0,4	0,1

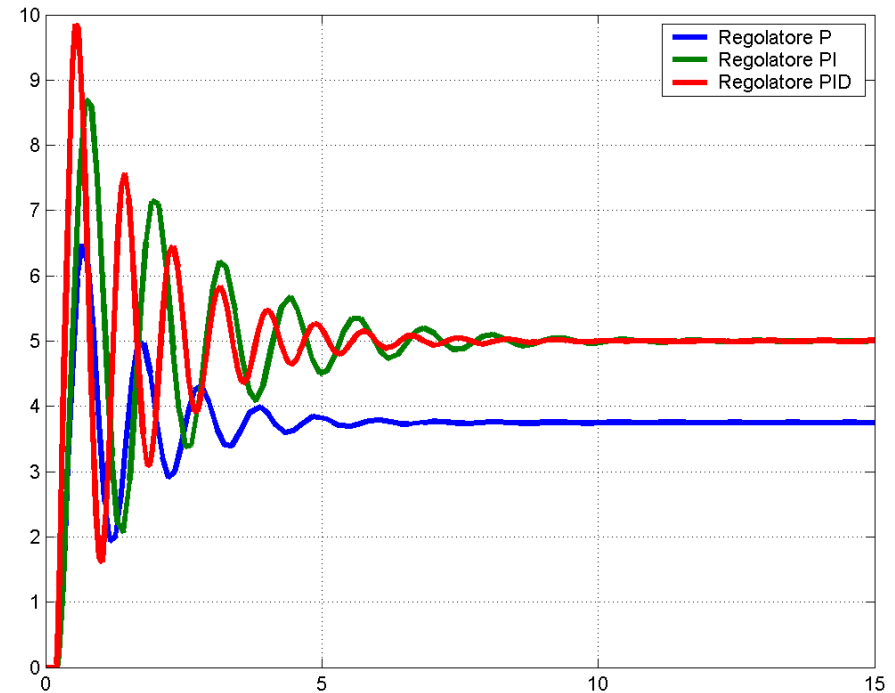


Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

Per l'esempio visto, si può verificare che

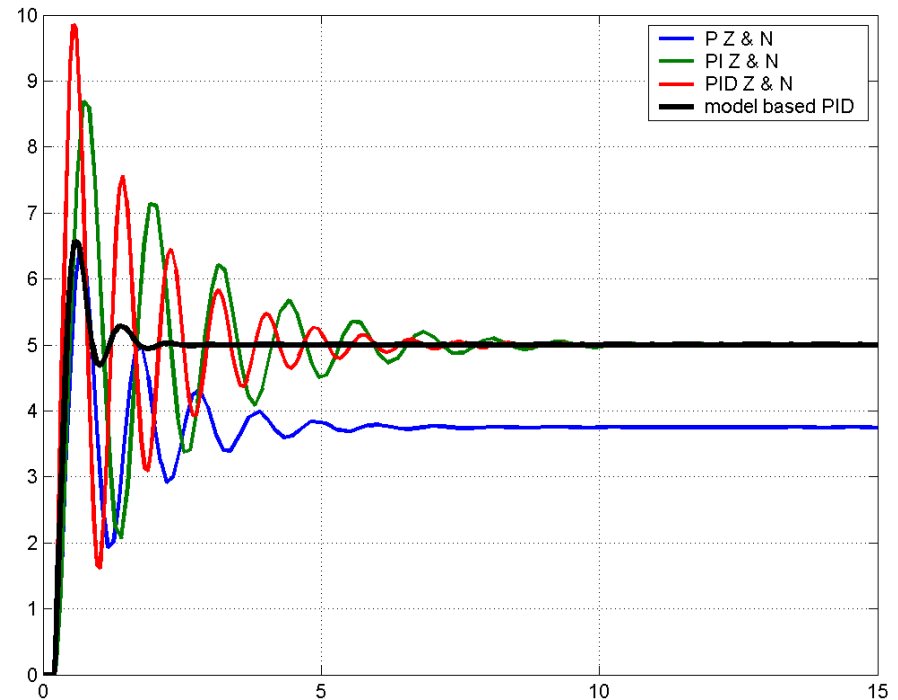
- Con regolatore **P** l'errore a regime è diverso da zero
- Con regolatori **PI** e **PID** l'errore a regime è zero
- Il regolatore **PID** va a regime più velocemente ma con una sovraelongazione maggiore



Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- Naturalmente, avendo a disposizione un **modello dettagliato** dell'impianto è possibile ottenere **prestazioni migliori**
- La traccia nera mostra la risposta di un PID ottenuto in questo modo ($K_p=0.225$, $T_i=0.5$, $T_D=0.125$)



Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

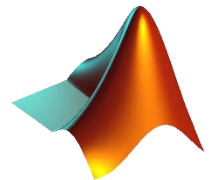
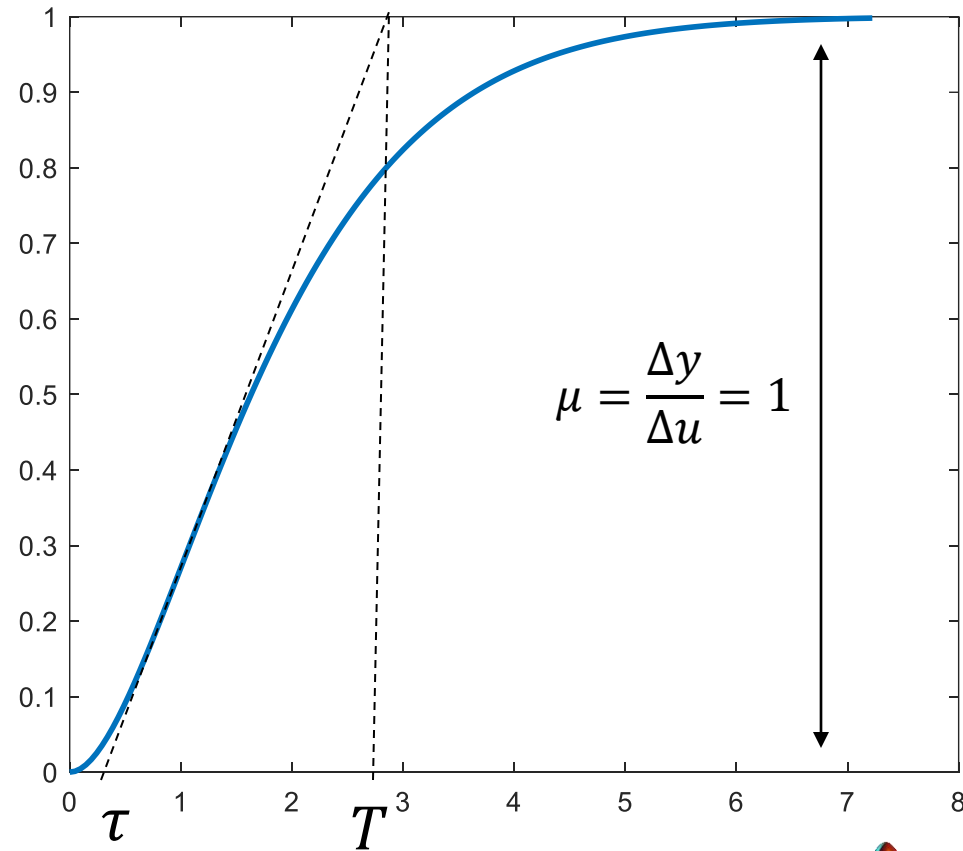
- Metodi basati su prove in anello aperto simili a quello di Z&N sono i metodi **IMC**, **3C** e quello di **Cohen-Coon**
- Questi metodi cercano di imporre determinate specifiche alla risposta al gradino del sistema di riferimento **visto prima**
- Ad esempio, il **metodo di Cohen-Coon** impone un **rapporto di smorzamento di 0.25 tra due picchi successivi** della risposta
- Le relative tabelle sono riportate su [2]

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols ad anello aperto

- È possibile usare questi metodi anche per sistemi di ordine superiore, se hanno risposta smorzata

- $$G(s) = \frac{1}{s^2 + 1.9s + 1}$$



Metodi di taratura automatica

Criteria integrali sull'errore

- È anche possibile utilizzare metodi di taratura in anello aperto che **minimizzano** dei **costi integrali sull'errore**
- Ovviamente, in generale il sistema non sarà identico al modello stimato, e in pratica avremo una **soluzione sub-ottima**

Metodi di taratura automatica

Criteri integrali sull'errore

- Costi possibili

- Integral Square Error (**ISE**) $\int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$

- Integral Absolute Error (**IAE**) $\int_0^{\infty} |e(t)| dt$

- Integral Time Absolute Error (**ITAE**)
 $\int_0^{\infty} t |e(t)| dt$

Metodi di taratura automatica

Criteri integrali sull'errore

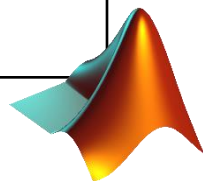
- Una volta scelto il **criterio integrale** e il **tipo di controllore**, dalle tabelle è possibile ricavare **per ciascuna delle azioni di controllo** due parametri (che indicheremo con A e B)
- Tali parametri andranno sostituiti in delle relazioni opportune per ricavare i valori di K_p, T_i, T_d

Metodi di taratura automatica

Criteri integrali sull'errore

- Esempio:
 - Criterio IAE con variazione di set-point [2, p.161]

IAE	Azione	A	B	Formula
PI	P	0.758	-0.861	$\mu K_P = a \left(\frac{\tau}{T} \right)^B$
	I	1.020	-0.323	$\frac{\tau}{T_I} = A + B \left(\frac{\tau}{T} \right)$
PID	P	1.086	-0.869	$\mu K_P = a \left(\frac{\tau}{T} \right)^B$
	I	0.740	-0.130	$\frac{\tau}{T_I} = A + B \left(\frac{\tau}{T} \right)$
	D	0.348	+0.914	$\frac{T_D}{\tau} = a \left(\frac{\tau}{T} \right)^B$



Considerazioni

- Vale la pena di osservare che i metodi in catena aperta funzionano solo se è possibile effettuare delle prove sul sistema e stimare i parametri dalla risposta al gradino
- Non possono essere quindi applicati a sistemi **instabili o marginalmente stabili**, oppure di ordine molto elevato

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Vediamo ora una delle metodologie più utilizzate per la taratura
- Questa metodologia, nota come **metodo di Z&N a ciclo chiuso**, prevede di effettuare una **prova a ciclo chiuso** sull'impianto

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Per effettuare tale prova, va attivata inizialmente **solo l'azione proporzionale**
 - 1) chiudere l'anello inserendo un regolatore **puramente proporzionale** con basso guadagno K_P
 - 2) Aumentare progressivamente K_P fino all'innescarsi di un **oscillazione permanente** a fronte di un riferimento a gradino

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Il valore K_U per il quale si innescano tali oscillazioni è detto **guadagno critico** del sistema
- Tale valore corrisponde al **marginale di guadagno** del sistema $G(s)$ sotto controllo
- Tale metodo può quindi essere utilizzato **solo per sistemi con margine di guadagno finito**

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Siamo inoltre interessati al **periodo** T_U delle oscillazioni del sistema
- La pulsazione $\omega_\pi = 2\pi/T_U$ corrisponde all'intersezione del **diagramma polare** di $G(i\omega)$ con il semiasse reale negativo

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Il **diagramma polare** della funzione di risposta armonica è uno strumento molto usato in controlli automatici
- Tale diagramma prende il nome di **diagramma di Nyquist**

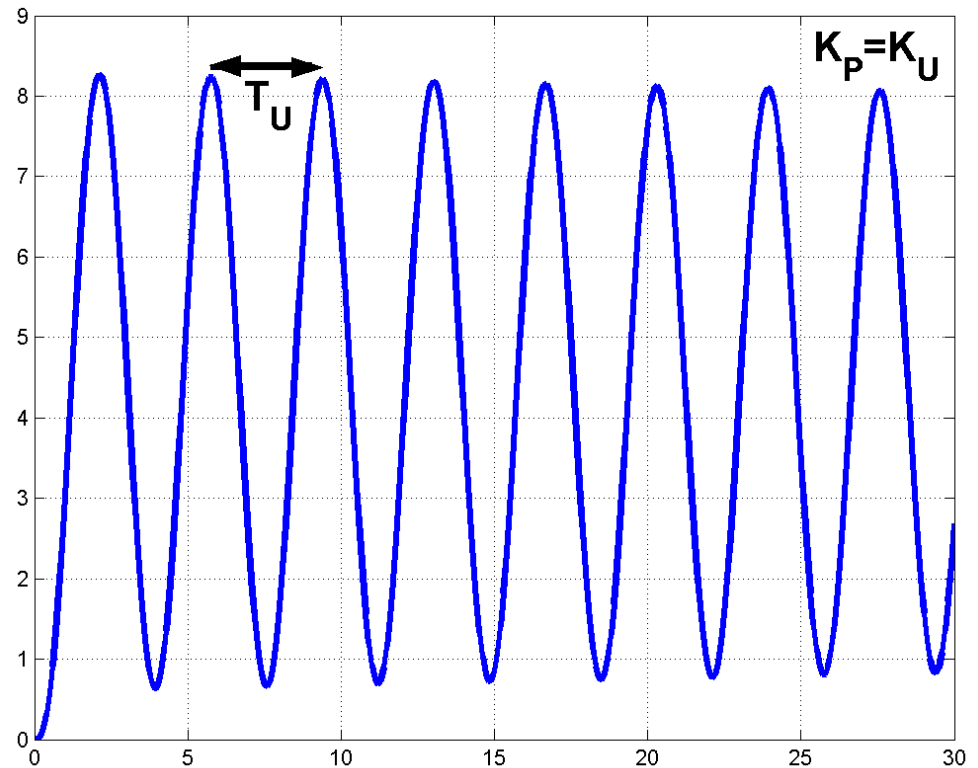
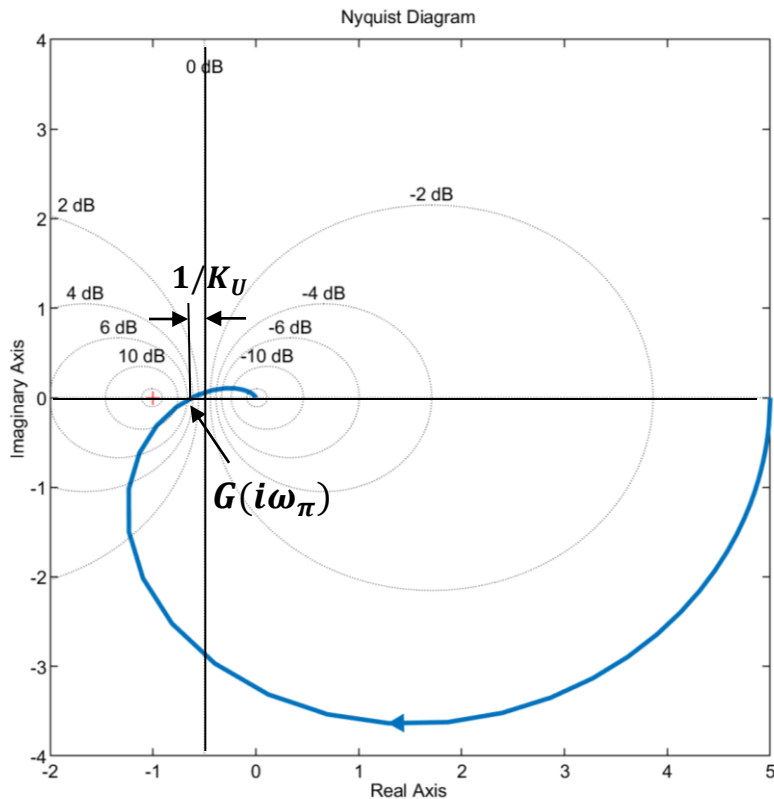
Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

- Il **Criterio di Nyquist** fornisce delle condizioni di stabilità per il sistema a ciclo chiuso basate sulla forma del diagramma di Nyquist della **funzione di trasferimento di anello**
- Dal diagramma è possibile anche definire semplicemente i **margini di fase e di guadagno** del sistema

Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso



Metodi di taratura automatica

Ziegler e Nichols in anello chiuso

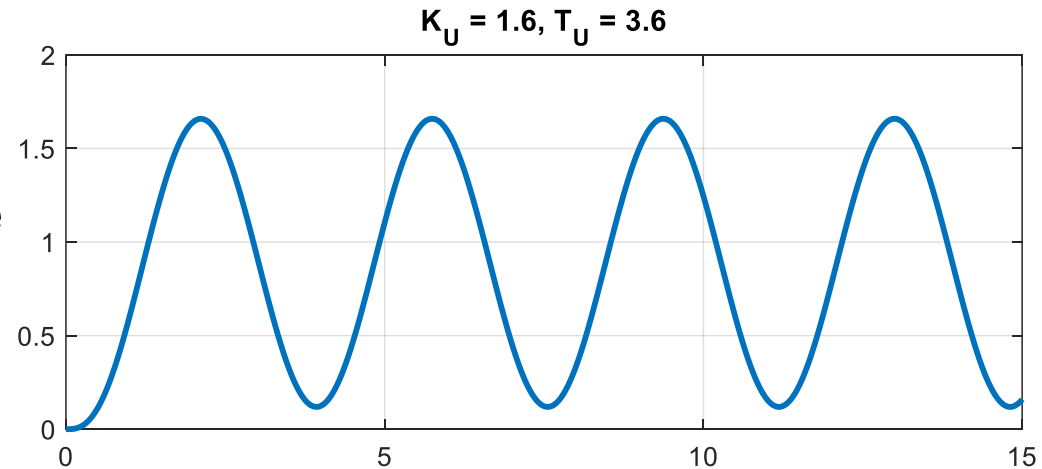
- Una volta stimati K_U e T_U è possibile calcolare i **guadagni del regolatore** secondo le **relazioni in tabella**

	K_P	T_I	T_D
Regolatore P	$0.5K_U$	-	-
Regolatore PI	$0.45K_U$	$T_U/1.2$	-
Regolatore PID	$0.6K_U$	$T_U/2$	$T_U/8$

Metodi di taratura automatica

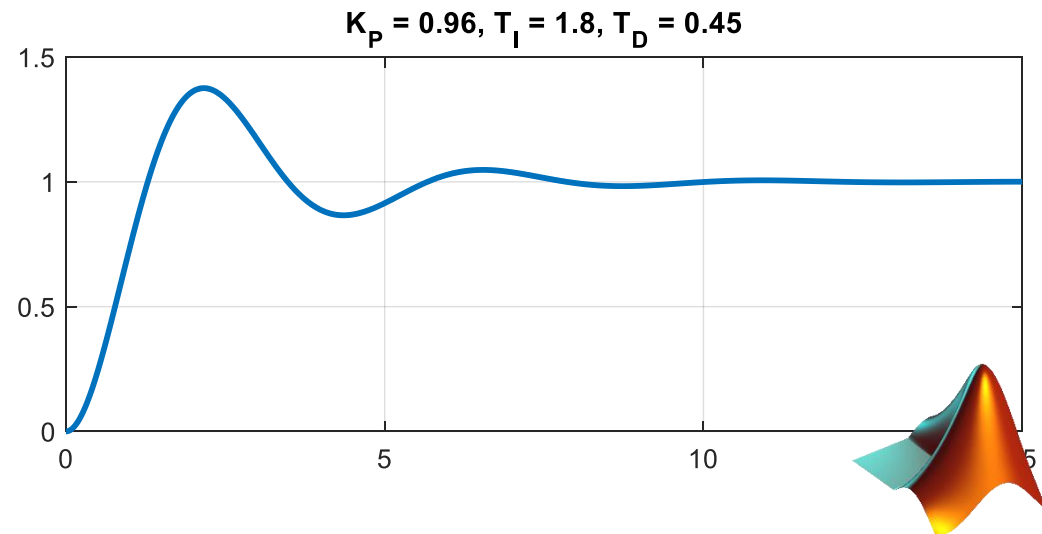
Ziegler e Nichols in anello chiuso

- **Esempio:** si supponga di aver stimato i seguenti valori per K_U e T_U
 - $K_U \approx 1.6$
 - $T_U \approx 3.6$ s



- Si ottiene

	K_P	T_I	T_D
P	0,80	-	-
PI	0,72	3,00	-
PID	0,96	1,80	0,45

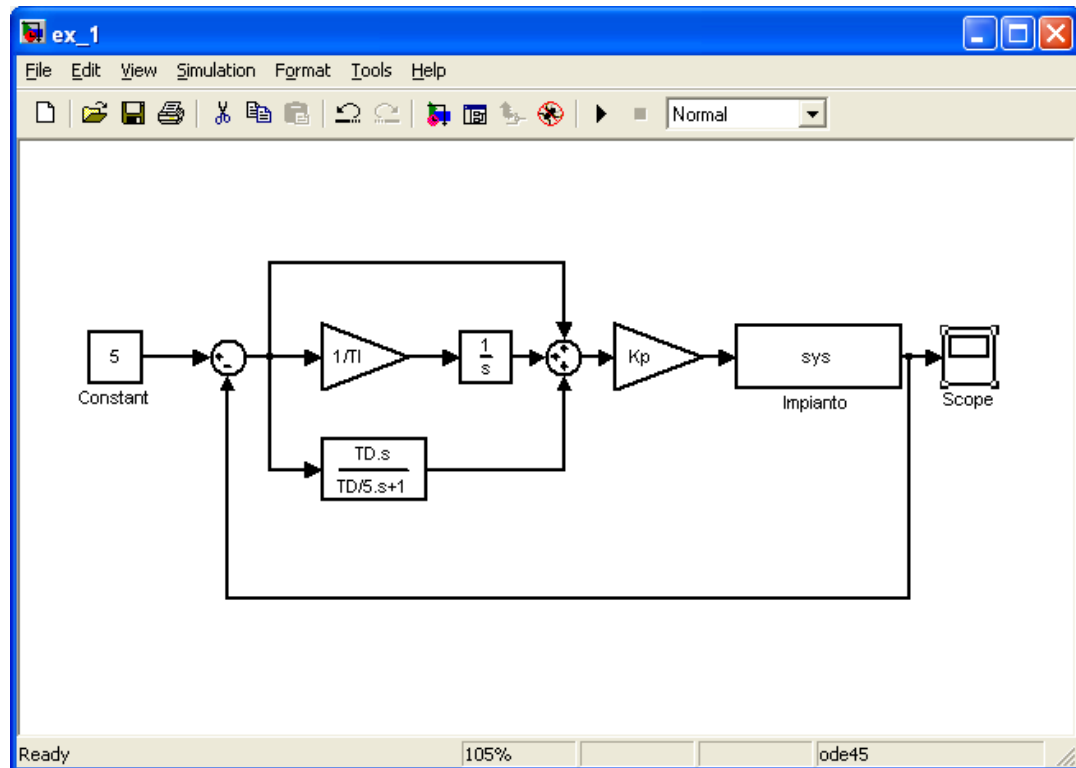


Metodi di taratura automatica


Ziegler e Nichols ad anello aperto



Provare a implementare qualcuno degli esempi visti in Matlab/Simulink



Risorse e Riferimenti

- [1] Cap. 4.3
- [2] Cap. 14.4
- [Wiki su Z&N](#)
- [Taratura con Z&N – ITIS Como](#)
- [Criterio di Nyquist](#) 



Fine Lezione #16

**Taratura automatica dei PID:
Ziegler&Nichols, Criteri integrali**