
Introduzione all'Elettronica Digitale

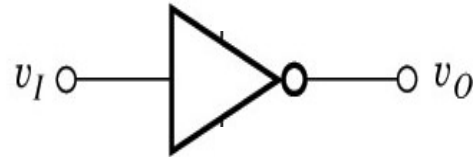
Breve Storia dell'Elettronica Digitale

- L'elettronica digitale consente la realizzazione di microprocessori, microcontrollori, PC, DSP e di innumerevoli altri sistemi.
- La progettazione dei circuiti digitali nelle scorse decadi è passata dalla logica transistor-resistore (RTL) alla logica a transistor a diodi (DTL) alla logica transistor-transistor (TTL) alla logica a emettitore-emettitore (ECL) alla logica NMOS ed infine alla logica MOS complementare (CMOS)
- Il numero di transistor nei microprocessori è aumentato da poche migliaia nel microprocessore 4004, fino a superare il miliardo di dispositivi nei sistemi attuali.

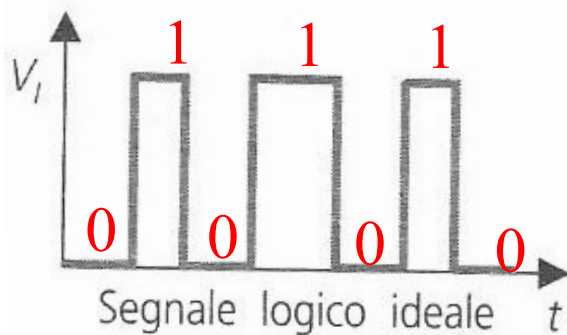
Porte Logiche Ideali

- Gli elementi fondamentali sono le porte logiche (logic gates)
- Dal un punto di vista logico, l'uscita della porta potrà essere 0 (livello basso, low) oppure 1 (livello alto, high)
- Dal punto di vista elettronico, l'uscita del circuito potrà assumere due distinti livelli di tensione:
Il livello logico “1” sarà rappresentato da una tensione maggiore rispetto al livello logico “0”
(convenzione della logica positiva)
- La porta logica più semplice è l'invertitore

Segnale logico ideale



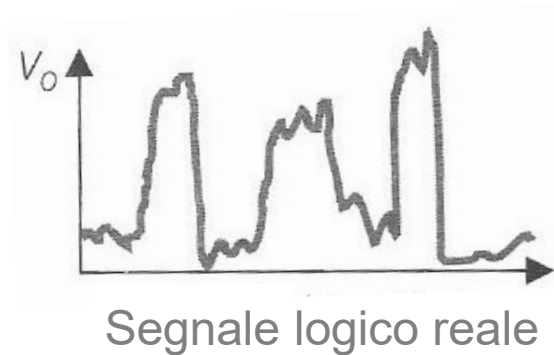
Consideriamo la più semplice porta logica, un invertitore. Il segnale d'ingresso dell'invertitore, idealmente, può assumere solo due livelli di tensione: quello corrispondente al livello logico '0' e quello corrispondente al livello logico '1'



Si assume convenzionalmente che la tensione corrispondente al livello '1' sia maggiore di quella del livello '0'

Segnale logico reale

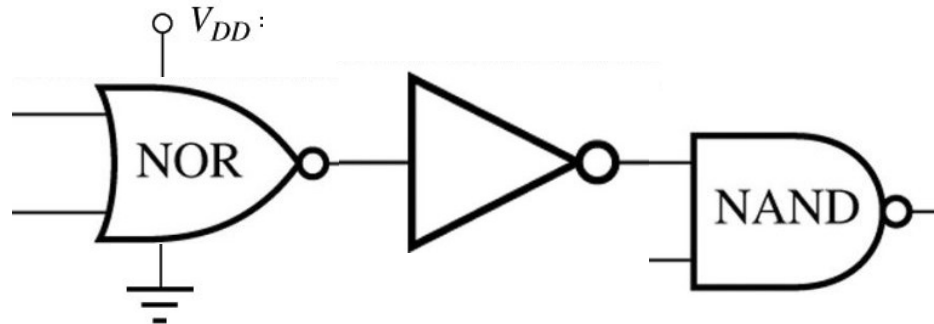
In pratica, il segnale all'ingresso di una porta logica non sarà ideale ma avrà un andamento simile a quello riportato in figura



Le non idealità sono dovute ad una molteplicità fattori che generano disturbi o rumore.

Fonti di non idealità

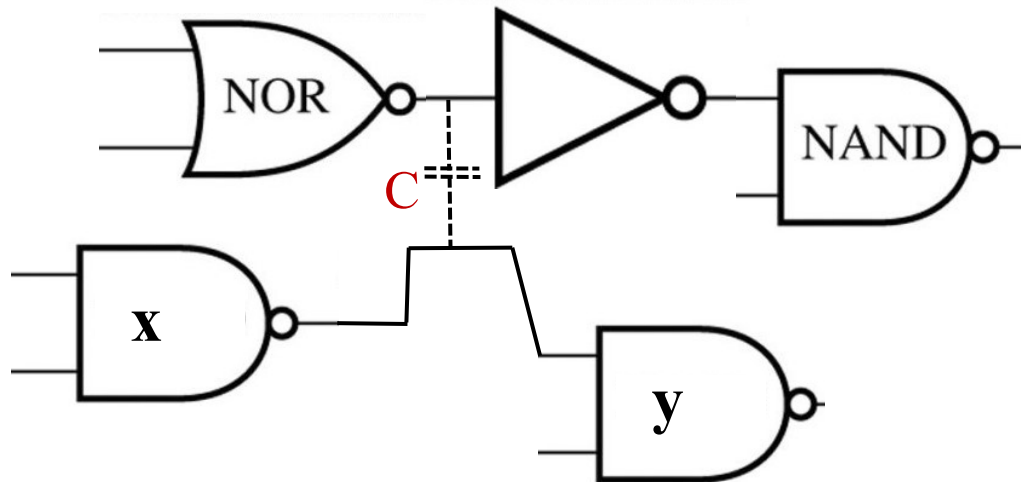
Consideriamo, ad esempio, il circuito in figura e focalizziamo l'attenzione sull'invertitore.



Il segnale all'ingresso dell'invertitore viene prodotto dalla porta NOR. La presenza di **disturbi sulle linee di alimentazione della NOR** producono disturbi (non idealità) sul segnale inviato all'invertitore.

Fonti di non idealità

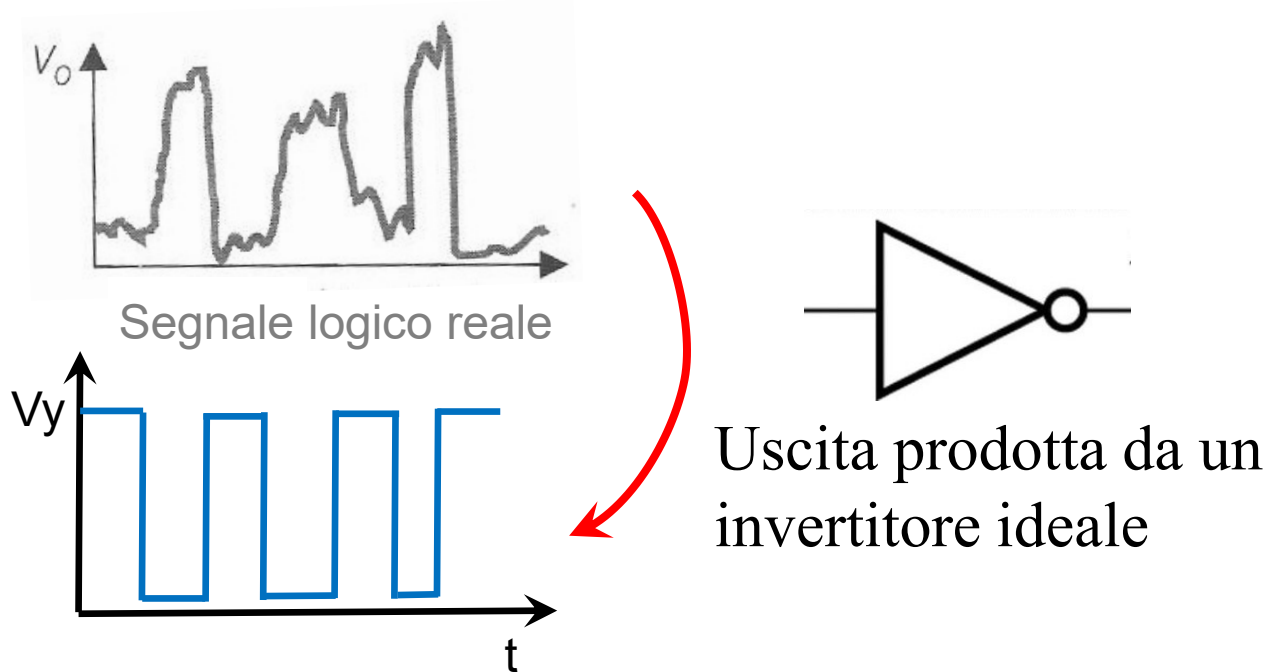
Un'ulteriore causa di disturbi è legata ad **accoppiamenti indesiderati** con altri circuiti logici.



Nell'esempio, il collegamento fra la porta **x** e la porta **y** si trova in prossimità dell'interconnessione che pilota l'invertitore. La presenza della capacità di accoppiamento **C**, indesiderata e dovuta alla vicinanza delle linee di interconnessione, comporta la presenza di disturbi all'ingresso dell'invertitore ogni volta che la porta **x** commuta.

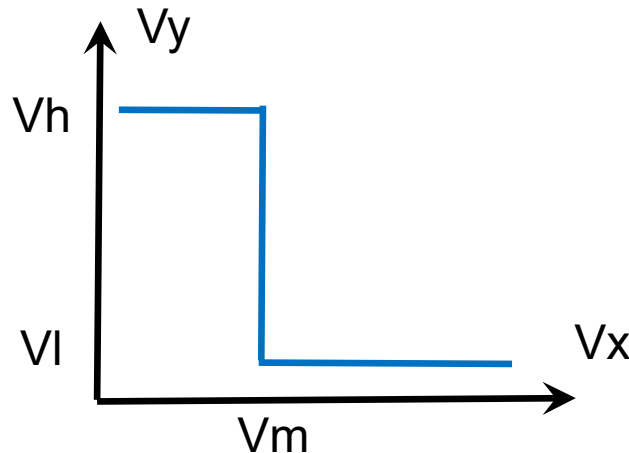
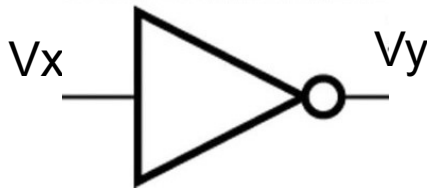
Invertitore ideale

Un invertitore ideale è in grado di *ripristinare i livelli logici*: sebbene pilotato da un segnale logico affetto da disturbi deve essere in grado di fornire in uscita un segnale logico ideale

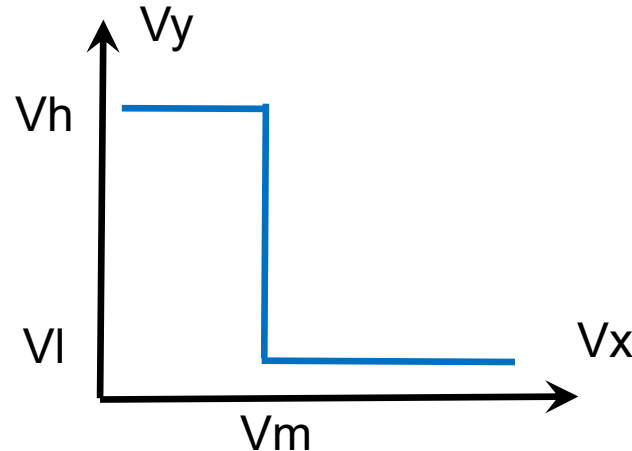
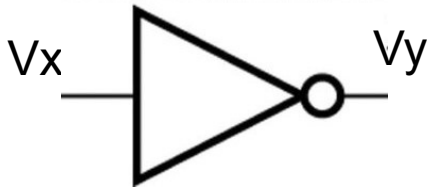


Caratteristica di trasferimento di un invertitore ideale

La caratteristica di trasferimento **riporta la tensione di uscita di un invertitore in funzione di quella d'ingresso, in condizioni stazionarie.** Quale deve essere la caratteristica di trasferimento di un invertitore ideale? La tensione di uscita può assumere *solo due valori distinti*, pertanto **la caratteristica di trasferimento deve essere una funzione a gradino:**



Livelli logici



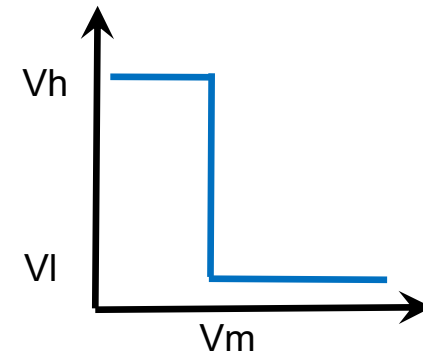
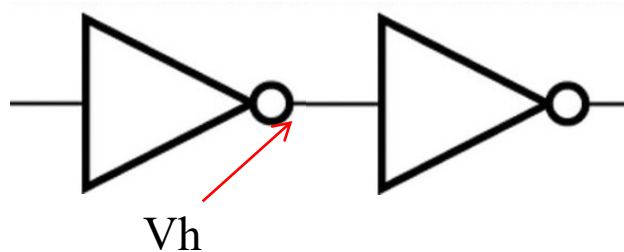
La tensione V_h corrisponde ad '1' in uscita; la tensione V_l a '0'.
 V_h e V_l vengono denominati *livelli logici*.

La differenza, $V_h - V_l$ si definisce *escursione logica*

La transizione fra i due livelli logici si ha quando l'ingresso supera la *soglia logica* V_m

Margini di rumore

Consideriamo due invertitori in cascata, e supponiamo che l'uscita del primo invertitore sia '1', ovvero V_h .



Il secondo invertitore produrrà un'uscita bassa anche se il segnale d'ingresso, a causa di un disturbo, è inferiore a V_h .

Il più basso valore di tensione d'ingresso che restituisce uno '0' in uscita è V_m .

Dunque, si può tollerare in ingresso, sovrapposto ad un livello logico alto, un disturbo di ampiezza massima pari a $V_h - V_m$.

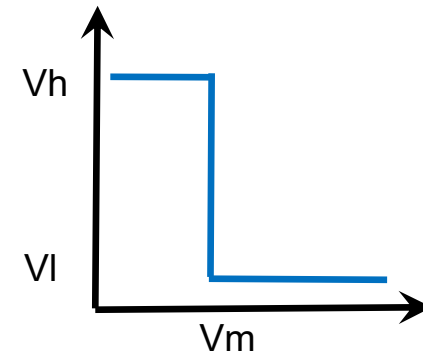
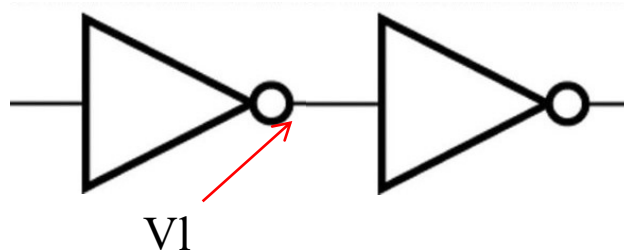
Margini di rumore

Definiamo margine di rumore per ingresso alto, NM_H , l'ampiezza massima del disturbo che si può tollerare sovrapposto al segnale d'ingresso alto.

Nel caso dell'invertitore ideale, $NM_H = V_h - V_m$

Margini di rumore

Consideriamo due invertitori in cascata, e supponiamo che l'uscita del primo invertitore sia '0', ovvero V_l .



Il secondo invertitore produrrà un'uscita alta anche se il segnale d'ingresso, a causa di un disturbo, è superiore a V_l .

Il più alto valore di tensione d'ingresso che restituisce '1' in uscita è V_m .

Dunque, si può tollerare in ingresso, sovrapposto ad un livello logico basso, un disturbo di ampiezza massima pari a $V_m - V_l$.

Margini di rumore

Definiamo margine di rumore per ingresso Basso, NM_L , l'ampiezza massima del disturbo che si può tollerare sovrapposto al segnale d'ingresso basso.

Nel caso dell'invertitore ideale, $NM_L = V_m - V_h$

Margini di rumore

Il margine di rumore di un invertitore è definito come:

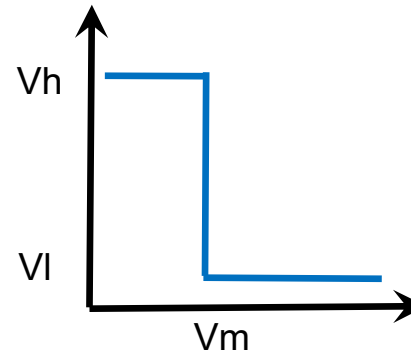
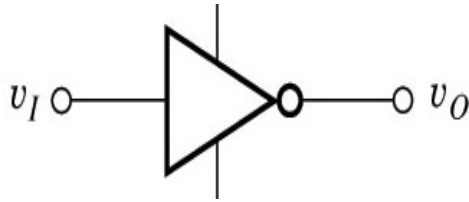
$$NM = \min(MN_H, MN_L)$$

ed è la massima ampiezza del disturbo che si può tollerare in ingresso all'invertitore.

E' importante massimizzare il valore di NM, visto che i disturbi si presentano con uguale probabilità sia per il livello alto che per il livello basso.

Margini di rumore

Nel caso dell'invertitore ideale:



$$NM_H = V_h - V_m; \quad NM_L = V_m - V_l$$

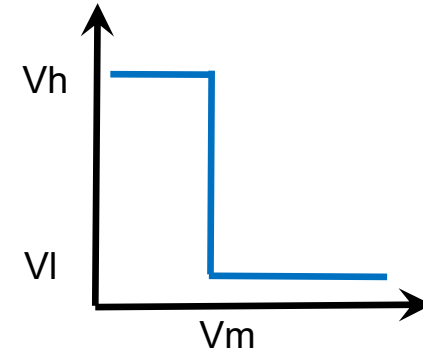
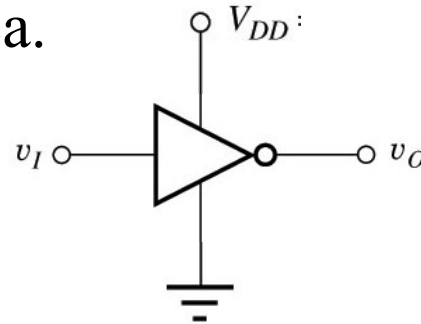
Per massimizzare $NM = \min(V_h - V_m, V_m - V_l)$ si deve scegliere: $V_m = (V_h + V_l)/2$

In questo modo si ottiene: $NM_H = NM_L = NM = (V_h - V_l)/2$

Dunque, il margine di rumore per un invertitore ideale è pari alla metà della escursione logica.

Margini di rumore

Per migliorare il margine di rumore è necessario aumentare l'escursione logica.



In pratica, le tensioni di uscita che può produrre l'invertitore sono comprese fra 0 e la tensione di alimentazione, V_{dd} .

Pertanto, conviene scegliere: $V_h = V_{dd}$; $V_l = 0$.

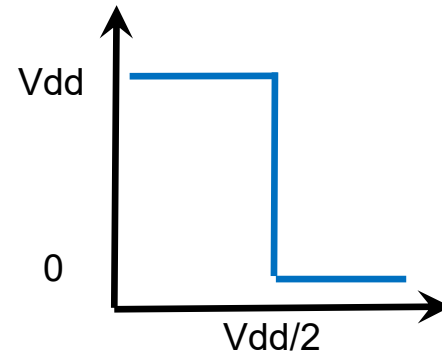
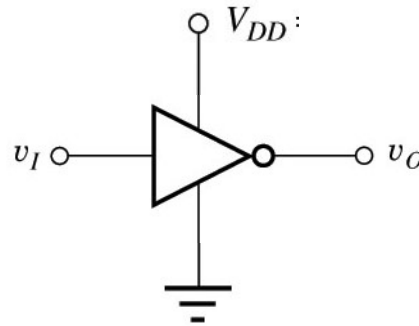
Una porta con queste caratteristiche si dice che presenta una *escursione logica completa*.

In questo modo, scegliendo $V_m = V_{dd}/2$ si ottiene:

$$NM_H = NM_L = NM = V_{dd}/2$$

Margini di rumore

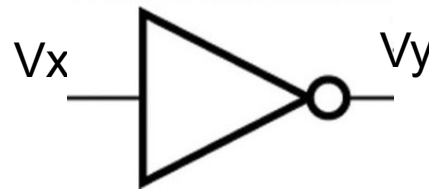
Caratteristica ideale:



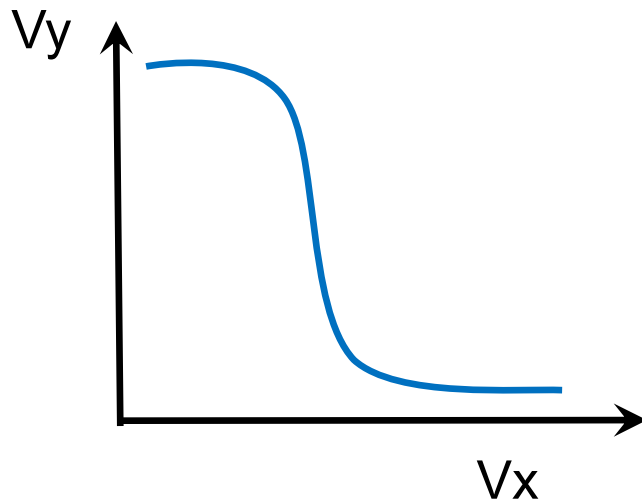
In un circuito logico reale, $NM \leq V_{DD}/2$

Il margine di rumore è inferiore o uguale alla metà della tensione di alimentazione

Porte logiche reali



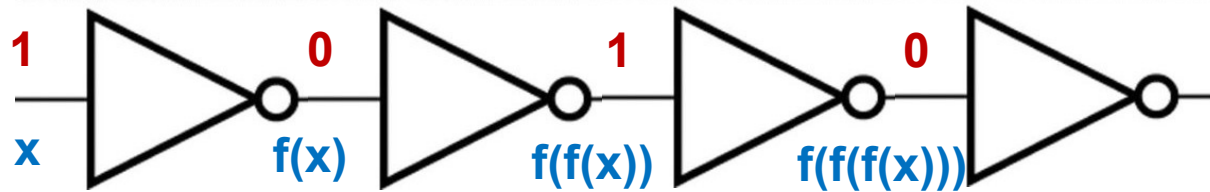
Un invertitore reale non avrà una caratteristica perfettamente a gradino; la sua caratteristica sarà del tipo mostrato in figura:



Si evidenziano due zone a ridotta pendenza, separate da una zona ad elevata pendenza negativa.

Come si definiscono livelli logici e margini di rumore in questo caso?

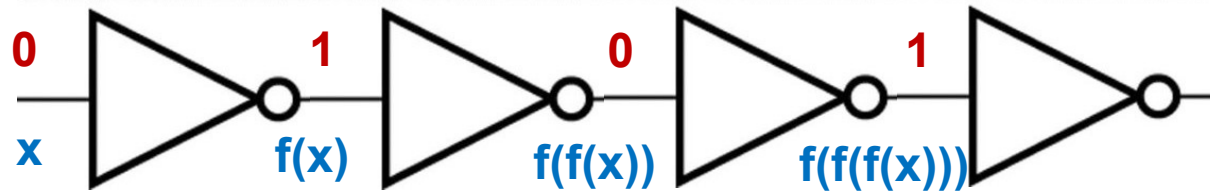
Porte logiche reali



Consideriamo un a cascata di invertitori identici. L'ingresso del primo invertitore sia '1', l'ingresso del secondo sarà '0' e così via. Consideriamo ora le tensioni di ingresso dei vari invertitori. La tensione in ingresso al primo sia x ; all'ingresso del secondo avremo $f(x)$, dove $f()$ rappresenta la caratteristica di trasferimento dell'invertitore. In ingresso del terzo invertitore si avrà $f(f(x))$ e così via.

Come si evince dalla figura, **la tensione corrispondente al livello '1' soddisfa l'equazione $x=f(f(x))$**

Porte logiche reali



Ad un risultato analogo si perviene ipotizzando che all'ingresso del primo invertitore vi sia '0'.

Come si evince dalla figura, **la tensione corrispondente al livello '0' soddisfa anch'essa l'equazione $x=f(f(x))$.**

In definitiva, le due tensioni corrispondenti ai livelli logici '1' e '0' vanno ricercate fra le soluzioni della equazione:

$$x=f(f(x))$$

Indicheremo i livelli logici di un invertitore reale con i simboli:

$$V_{OH} \text{ e } V_{OL}$$

Porte logiche reali; livelli logici

Possiamo risolvere l'equazione $x=f(f(x))$ per via grafica. A tal fine, applichiamo la funzione inversa f^{-1} a primo secondo membro.

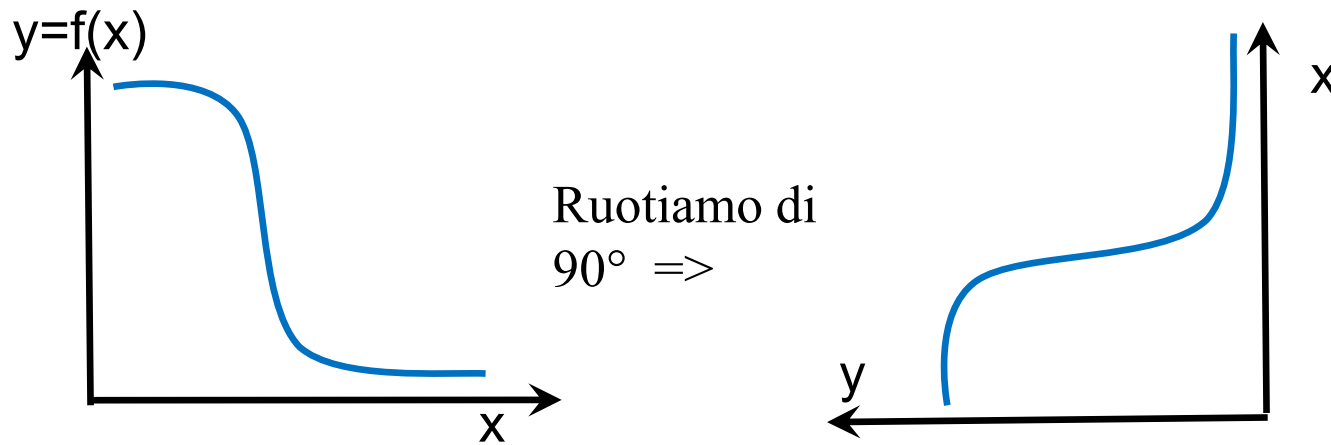
L'equazione da risolvere diviene:

$$f(x)= f^{-1}(x)$$

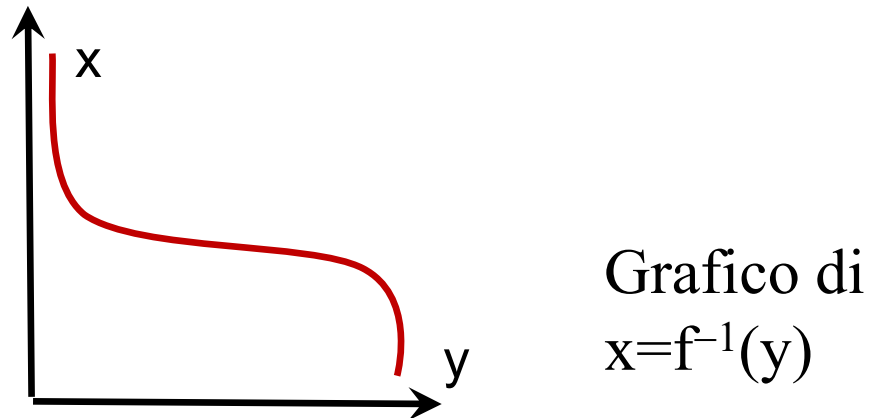
Il grafico della $f(x)$ è quello della funzione di trasferimento, che supponiamo noto.

Vediamo come ottenere il grafico della $f^{-1}(x)$

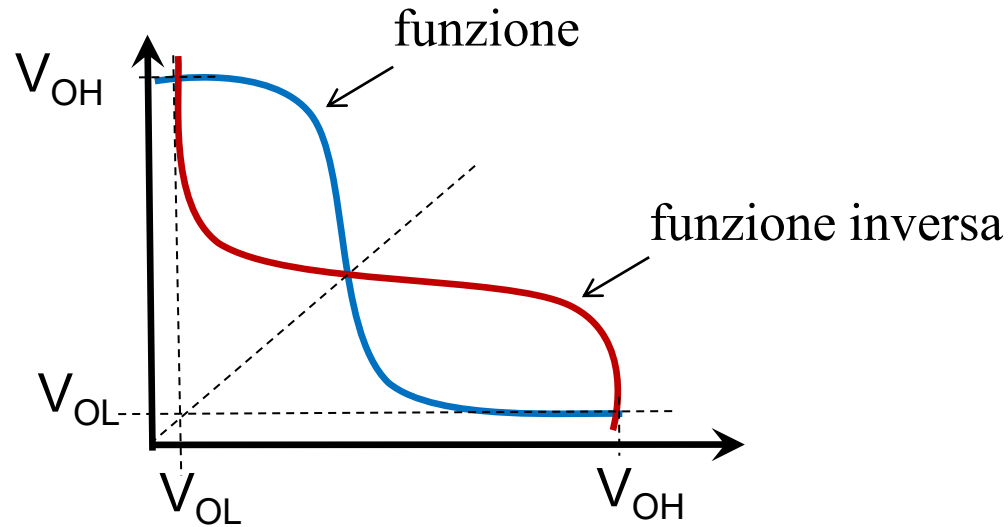
Porte logiche reali; livelli logici



Ribaltiamo ora il grafico rispetto all'asse orizzontale:

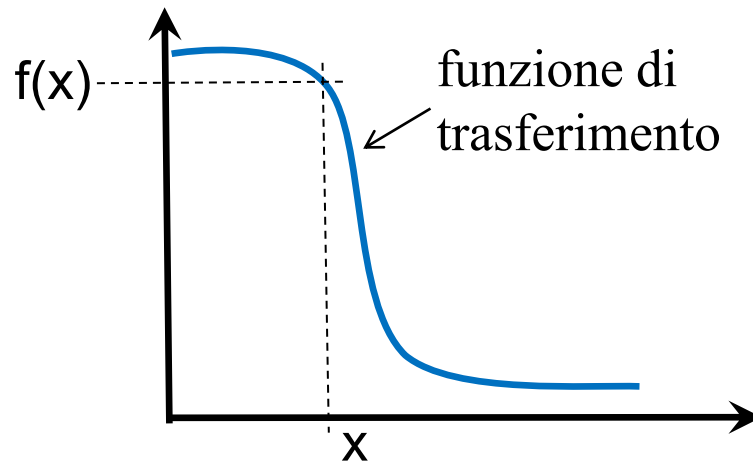


Porte logiche reali; livelli logici



Si evidenziano **tre** punti di intersezione: **i due più estremi rappresentano i livelli logici V_{OH} e V_{OL} .**

Porte logiche reali; Margini di Rumore



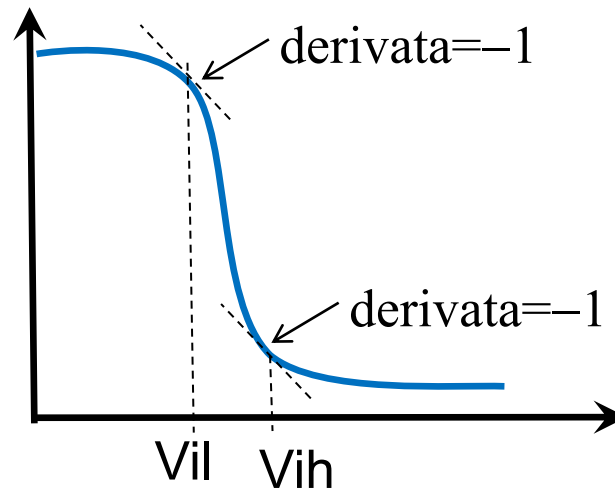
Per definire i margini di rumore, supponiamo che ingresso all'invertitore ci sia una certa tensione x^* , cui corrisponde un'uscita $f(x^*)$.

Se all'ingresso è sovrapposto un disturbo δ , l'uscita prodotta dal circuito sarà: $f(x^* + \delta) \approx f(x^*) + \delta f'(x^*)$

Dunque il disturbo un ingresso si ritrova in uscita **amplificato di un fattore pari alla derivata della funzione di trasferimento.**

Per attenuare il disturbo, è necessario che sia: $|f'(x^*)| < 1$

Porte logiche reali; Margini di Rumore

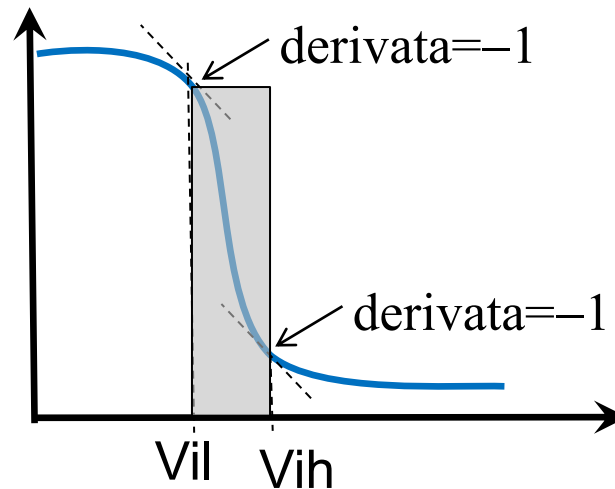


Sulla caratteristica di trasferimento si individuano due punti in cui la derivata è -1 . Indichiamo le tensioni corrispondenti con V_{il} e V_{ih} . ($V_{il} < V_{ih}$)

V_{il} è la massima tensione d'ingresso che viene ancora riconosciuta come livello logico basso.

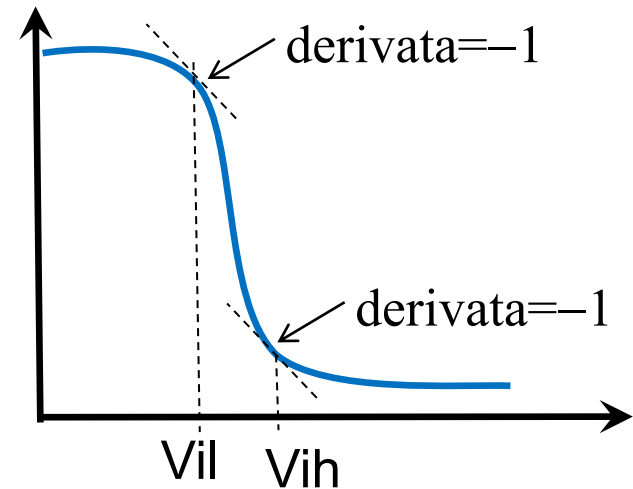
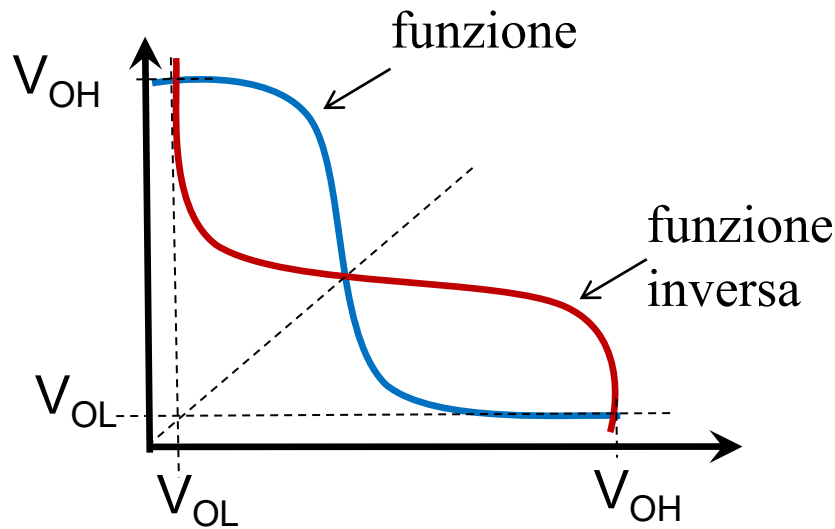
V_{ih} è la minima tensione d'ingresso che viene ancora riconosciuta come livello logico alto.

Porte logiche reali; Margini di Rumore



Si noti che le tensioni comprese fra V_{il} e V_{ih} individuano una regione “proibita”: se l’ingresso di una porta logica assume un valore in questo range, **il livello logico è indeterminato** ed il funzionamento del circuito è compromesso.

Porte logiche reali; Margini di Rumore



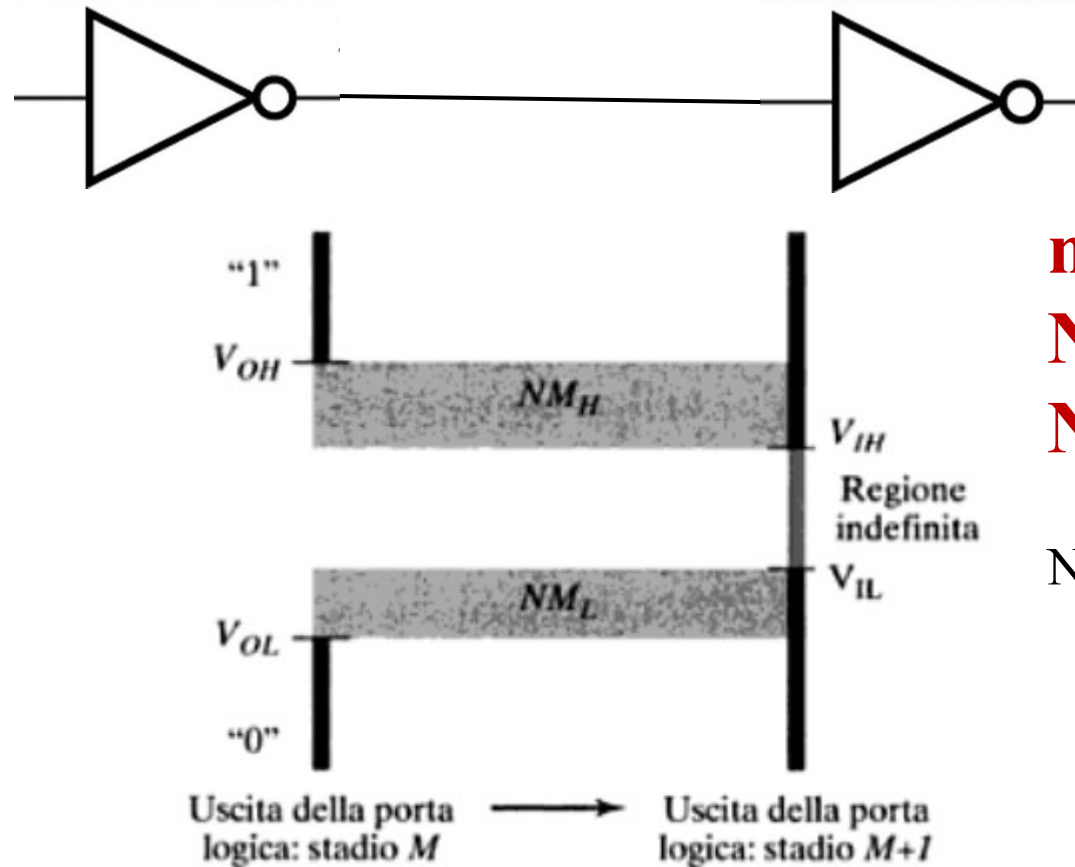
margin di rumore:

$$NML = V_{IL} - V_{OL}$$

$$NMH = V_{OH} - V_{IH}$$

$$NM = \min(NML, NMH)$$

Porte logiche reali; Margini di Rumore



margini di rumore:
 $NML = V_{IL} - V_{OL}$
 $NMH = V_{OH} - V_{IH}$

$$NM = \min(NML, NMH)$$

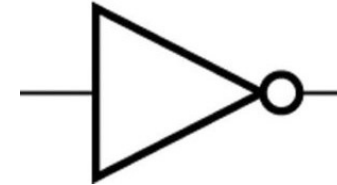
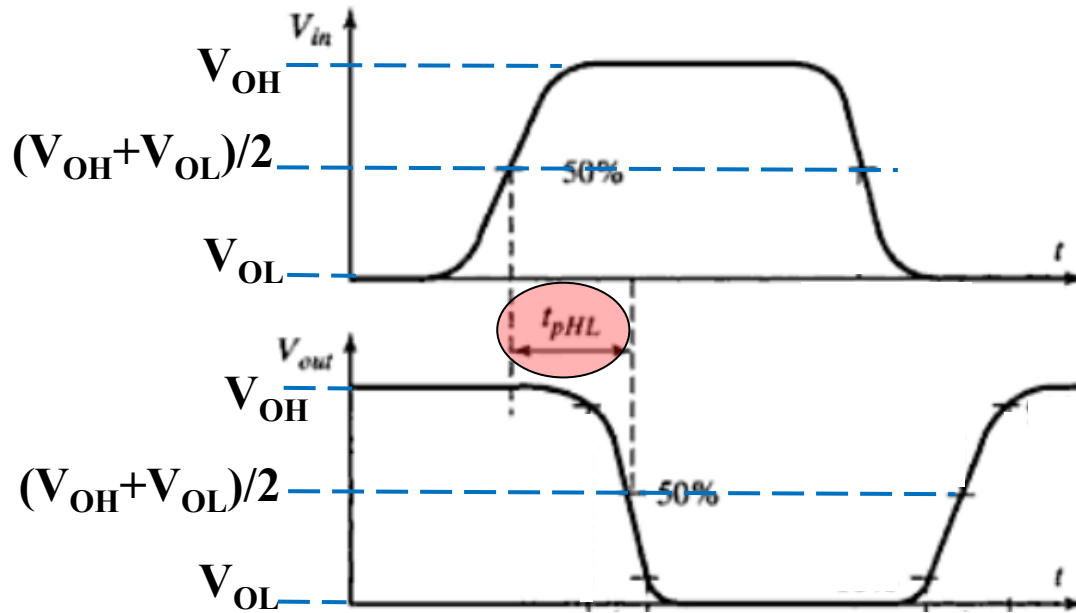
Tempi di propagazione

Risposta dinamica delle Porte Logiche

I tempi di propagazione (o ritardi di propagazione) di un invertitore sono dovuti alla presenza di capacità parassite.

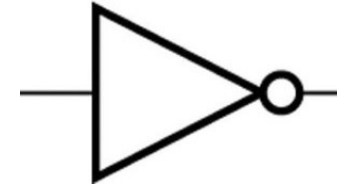
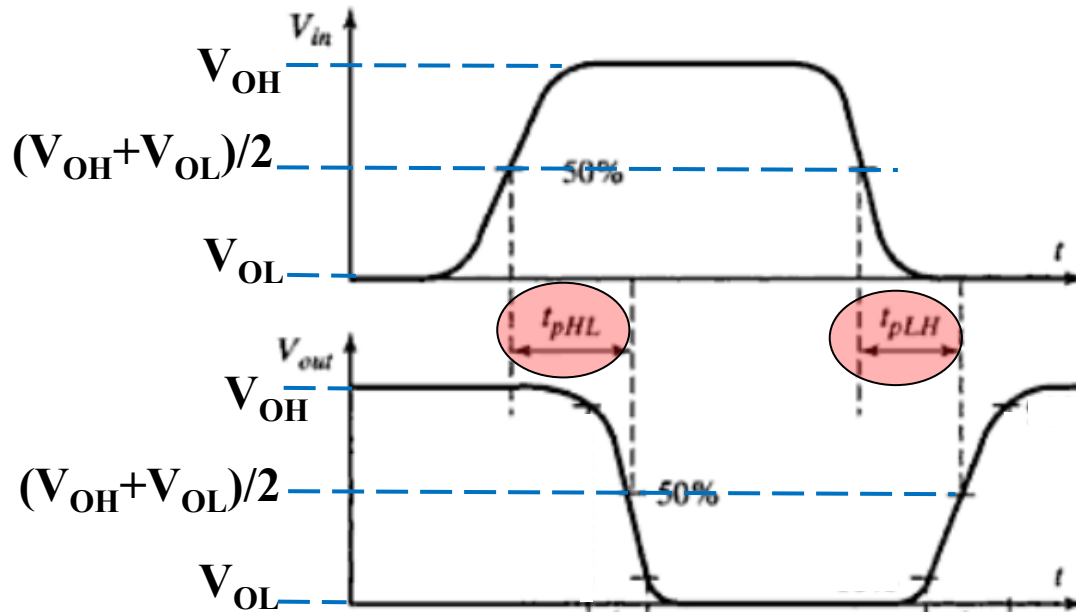
Vengono definiti a partire dal diagramma che riporta l'andamento delle tensioni d'uscita e d'ingresso in funzione del tempo

Risposta dinamica delle Porte Logiche



t_{pHL} : ritardo di propagazione alto→basso

Risposta dinamica delle Porte Logiche



t_{pHL} : ritardo di propagazione alto→basso
 t_{pLH} : ritardo di propagazione basso→alto

$$t_p = (t_{pHL} + t_{pLH})/2$$

Ritardo di Propagazione

- Il ritardo di propagazione rappresenta l'intervallo di tempo che trascorre fra il momento in cui l'ingresso raggiunge il punto al 50% e l'uscita raggiunge anch'essa il 50%. Il punto al 50% è descritto nel modo seguente:

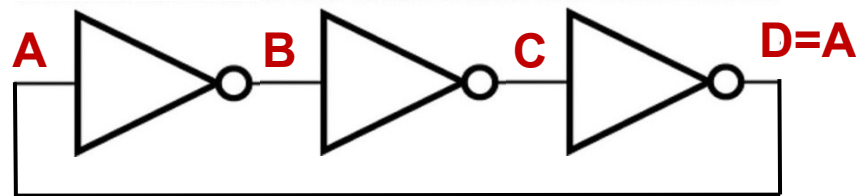
$$V_{50\%} = \frac{V_{OH} + V_{OL}}{2}$$

Il ritardo di propagazione da alto a basso, t_{PHL} e il ritardo di propagazione da basso ad alto, t_{PLH} , non sono necessariamente uguali.

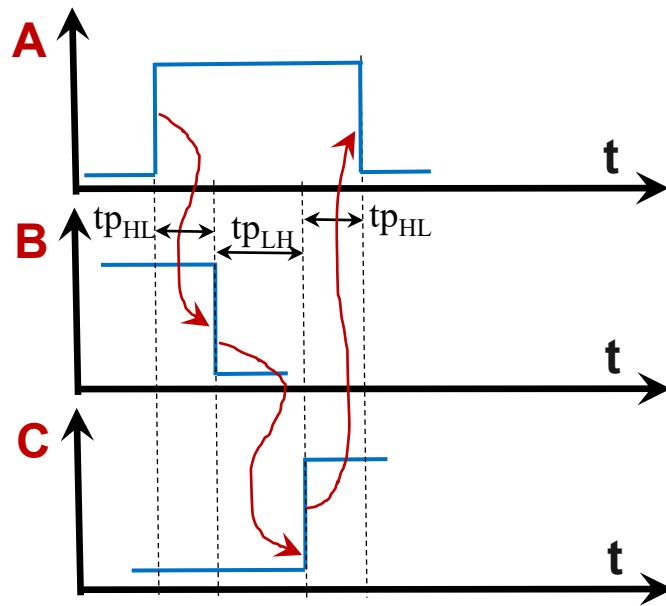
- Il ritardo di propagazione è definito da un valore medio:

$$t_P = \frac{t_{PHL} + t_{PLH}}{2}$$

Oscillatore ad Anello



Supponiamo che il segnale A abbia, in un dato istante, una commutazione $0 \rightarrow 1$. Vediamo la successione degli eventi che si generano:

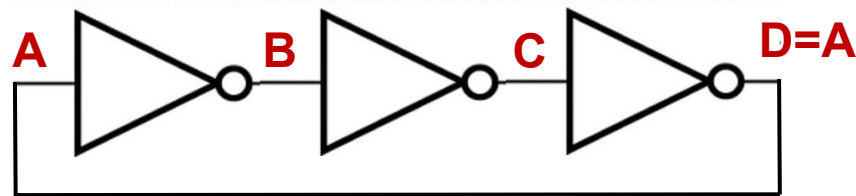


La commutazione di A provoca dopo un tempo t_{pHL} la transizione $1 \rightarrow 0$ di B

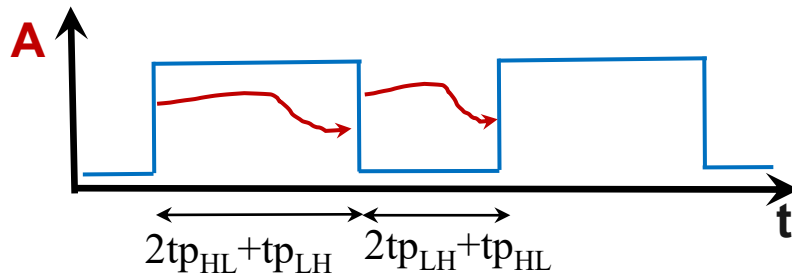
La commutazione di B provoca dopo un tempo t_{pLH} la transizione $0 \rightarrow 1$ di C

La commutazione di C provoca dopo un tempo t_{pHL} la transizione $1 \rightarrow 0$ di A

Oscillatore ad Anello



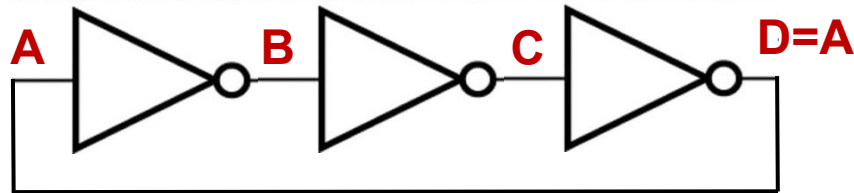
In definitiva, se il segnale A ha, in un dato istante, una commutazione $0 \rightarrow 1$ tale commutazione provoca una transizione opposta ($1 \rightarrow 0$) sullo stesso segnale, dopo un tempo: $T1 = 2 tp_{HL} + tp_{LH}$.



Analogamente, la commutazione $1 \rightarrow 0$ provocherà una transizione opposta ($0 \rightarrow 1$) dopo un tempo $T0 = 2 tp_{LH} + tp_{HL}$.

Il circuito è un oscillatore (**oscillatore ad anello**), che genera un segnale di periodo: $T = T1 + T0 = 3 tp_{HL} + 3 tp_{LH}$

Oscillatore ad Anello



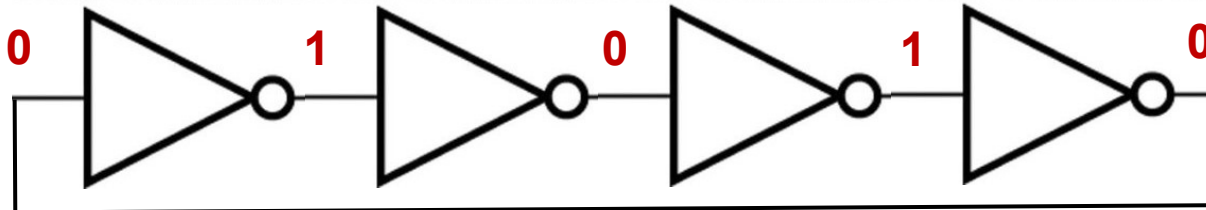
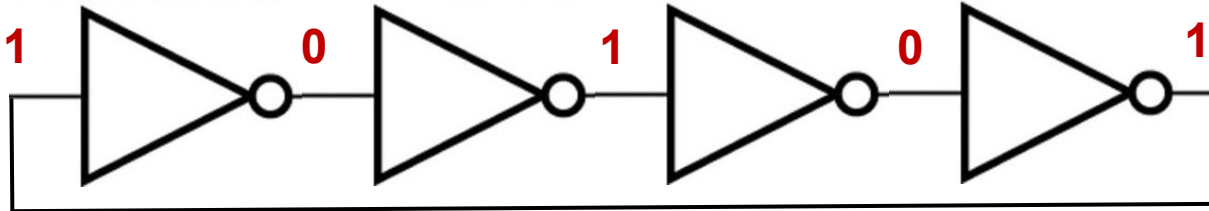
$$T = 3 t_{p_{HL}} + 3 t_{p_{LH}} = 6 (t_{p_{HL}} + t_{p_{LH}}) / 2 = 6 t_p$$

In generale, se si hanno **N** invertitori in cascata, il periodo sarà:

$$T = 2 N t_p$$

Oscillatore ad Anello

Per realizzare un oscillatore ad anello, **N deve essere dispari**. Se N è pari il circuito ha infatti due stati stabili, come mostra la figura nel caso N=4

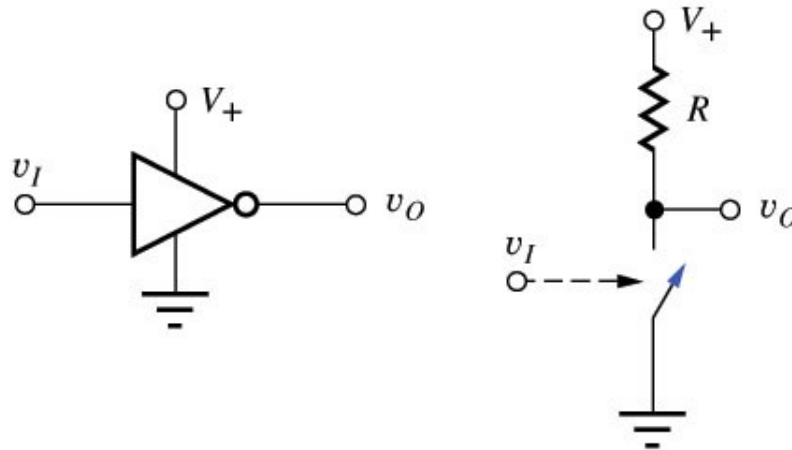


E' facile verificare che per N dispari non si hanno invece stati stabili.

Realizzazione di porte logiche con interruttori controllati

Realizzazione di un Invertitore

Un inverter può essere realizzato con un interruttore comandato dall'ingresso ed un carico resistivo.



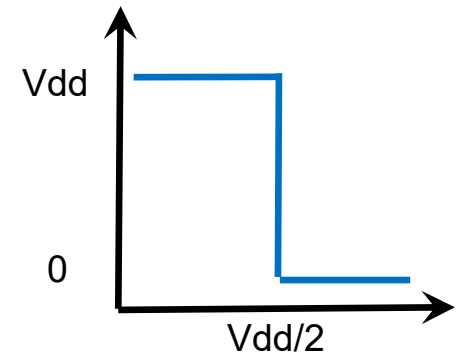
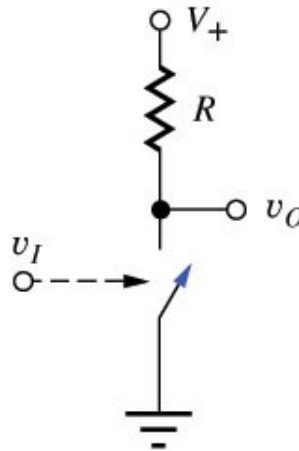
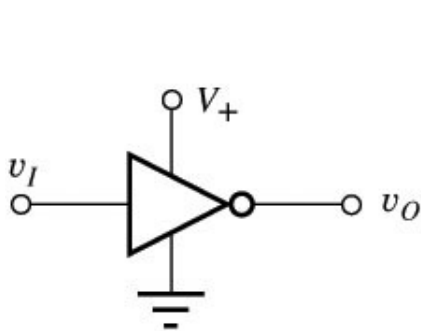
Indichiamo con V_T la tensione di ingresso necessaria a far chiudere l'interruttore.

$$\text{Per: } v_i < V_T \Rightarrow v_o = V_{DD}$$

$$\text{Per: } v_i > V_T \Rightarrow v_o = 0$$

Realizzazione di un Invertitore

Scegliendo $V_T = V_{DD} / 2$ ottengo la caratteristica dell'invertitore ideale!



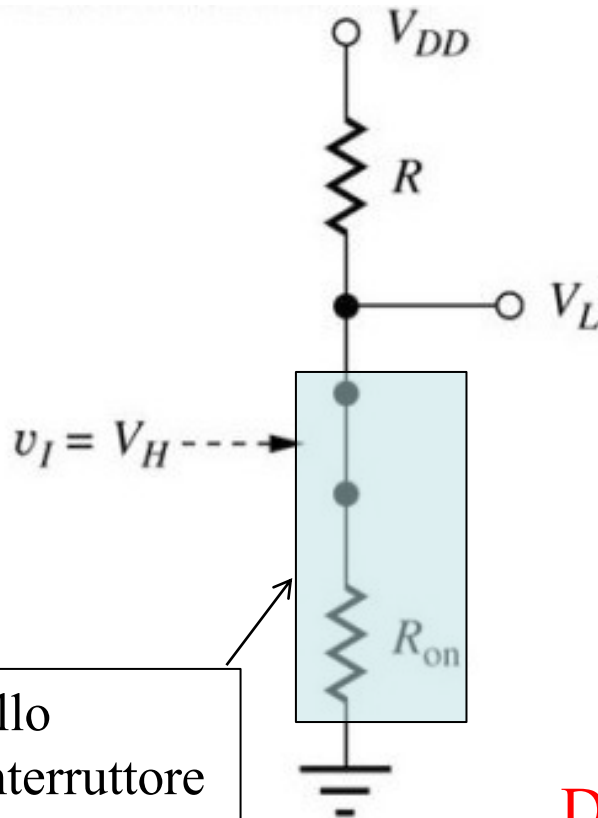
Interruttore non-ideale

In pratica, realizzeremo l'interruttore con dei MOS.

In condizioni di interdizione, la corrente che passa nel dispositivo è trascurabile => **la condizione di interruttore aperto è approssimata molto bene dal dispositivo**

Quando il dispositivo conduce, non può essere assimilato ad un cortocircuito, ma solo ad una resistenza di valore R_{ON} => **la condizione di interruttore chiuso è approssimata peggio dal dispositivo**

Resistenza ON dell'interruttore



- Quando il segnale d'ingresso è alto, l'invertitore può essere visto come un partitore di tensione

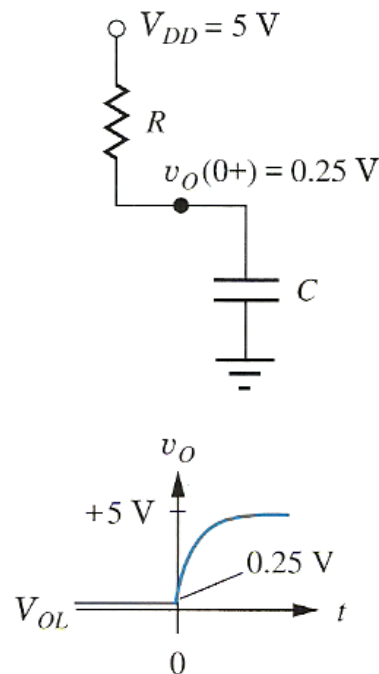
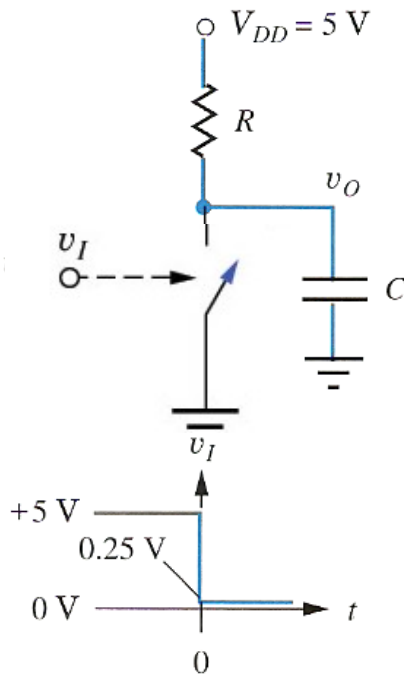
$$V_{OL} = V_{DD} \frac{R_{on}}{R_{on} + R} \approx V_{DD} \frac{R_{on}}{R}$$

Deve essere $R_{on} \ll R$ per ottenere una V_{OL} più bassa possibile

modello dell'interruttore in conduzione

Tempi di propagazione

Transizione alto \rightarrow basso dell'uscita



Il segnale d'ingresso si abbassa e l'interruttore si apre.

La capacità si carica attraverso la resistenza di carico, passando dal valore iniziale V_{OL} al valore finale $V_{OH} = V_{DD}$

$$v_O(t) = V_{DD} - (V_{DD} - V_{OL})e^{-t/RC}$$

Transizione alto \rightarrow basso dell'uscita

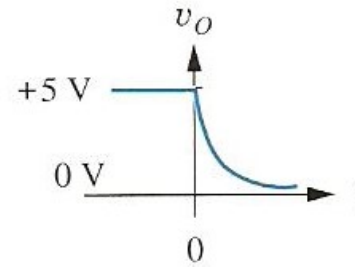
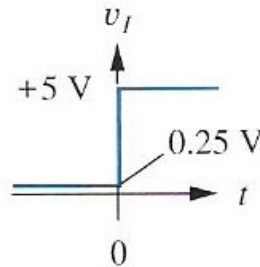
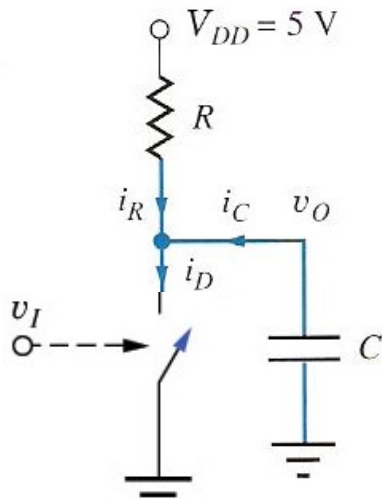
Il tempo di propagazione è quello necessario per raggiungere la tensione $(V_{DD} + V_{OL})/2$

$$v_O(tp_{LH}) = V_{DD} - (V_{DD} - V_{OL})e^{-tp_{LH}/RC} = (V_{DD} + V_{OL})/2$$

$$e^{-tp_{LH}/RC} = 1/2$$

$$tp_{LH} = RC \log(2) = 0.69RC$$

Transizione basso → alto dell'uscita



Il segnale d'ingresso si alza, l'interruttore si chiude e la capacità si scarica. La costante di tempo è data da: $\mathbf{R||Ron}$ e quindi avremo:

$$tp_{HL} = 0.69C(R || Ron)$$

Poiché, per avere una V_{OL} ridotta, $Ron \ll R$ si ha:

$$tp_{HL} \approx 0.69CRon$$

Confronto fra i tempi di propagazione

$$tp_{LH} = 0.69RC$$

$$tp_{HL} = 0.69RonC$$

$$tp_{HL} \ll tp_{LH}$$

I tempi di propagazione **devono essere asimmetrici**, al fine di garantire un ridotto valore di V_{OL}

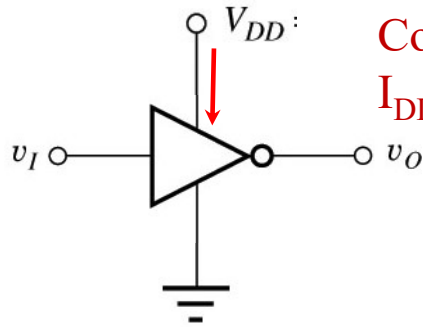
$$tp = \frac{tp_{LH} + tp_{HL}}{2} \simeq \frac{tp_{LH}}{2} \simeq 0.35RC$$

Dissipazione di potenza

Dissipazione di potenza

- E' un importante parametro di un circuito digitale. Deve essere la più bassa possibile, sia per ridurre l'innalzamento della temperatura del circuito, sia per aumentarne l'autonomia (nel caso di circuiti alimentati a batteria)
- Ogni circuito è caratterizzato da un'aliquota di dissipazione di **potenza dinamica** (legata esclusivamente alla energia necessaria per far commutare l'uscita) e da una aliquota di dissipazione di **potenza statica** (che si manifesta anche in assenza di commutazioni dei segnali di ingresso e di uscita)
- Nei circuiti in cui vi è dissipazione di potenza statica, questa è la componente prevalente della dissipazione complessiva.

Dissipazione statica



Corrente assorbita: I_{DDH} se l'uscita è alta;
 I_{DDL} se l'uscita è bassa.

$$P_H = V_{DD} \cdot I_{DDH}$$

(potenza dissipata quando l'uscita è alta)

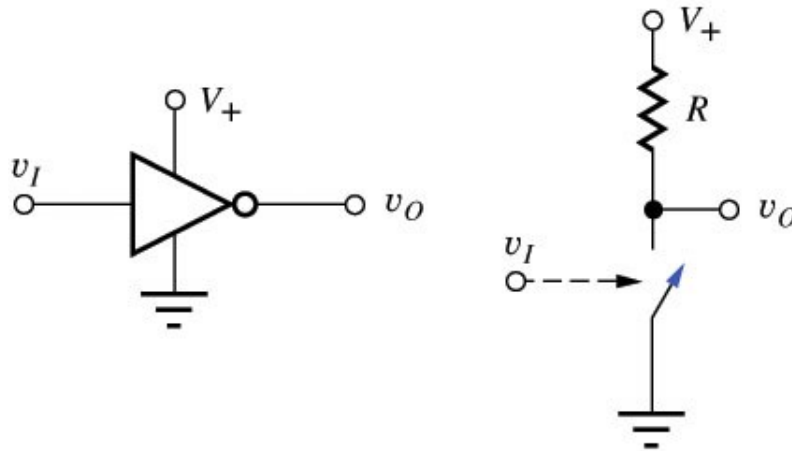
$$P_L = V_{DD} \cdot I_{DDL}$$

(potenza dissipata quando l'uscita è bassa)

$$P_{STASTCA} = \frac{(P_H + P_L)}{2}$$

(potenza statica dissipata, assumendo che le uscite 1 e 0 siano equiprobabili)

Dissipazione statica



Nel nostro caso:

$I_{DDH}=0$ (quando l'uscita è alta l'interruttore è aperto e non passa corrente)

$I_{DDL}=V_{DD}/R$ (quando l'uscita è bassa l'interruttore è chiuso)

$$P_{av} = \frac{V_{DD} I_{DDL}}{2} = \frac{V_{DD}^2}{2R}$$

Prodotto Ritardo – Potenza dissipata

- Ridurre la dissipazione di potenza ed aumentare la velocità di un circuito digitale sono due requisiti fra loro in conflitto.
- Il prodotto ritardo-potenza (power-delay product, PDP) è utilizzato come fattore di merito di un circuito logico ed è dato dalla seguente equazione in cui P è la potenza media dissipata dalla porta logica e t_p è il ritardo di propagazione:

$$PDP = P \cdot t_p$$

Prodotto Ritardo – Potenza dissipata

$$PDP = P \cdot t_p$$

$$P_{av} = \frac{V_{DD} I_{DDL}}{2} = \frac{V_{DD}^2}{2R} \quad t_p = \frac{tp_{LH} + tp_{HL}}{2} \approx \frac{tp_{LH}}{2} \approx 0.35RC$$

$$PDP \approx 0.17CV_{DD}^2$$

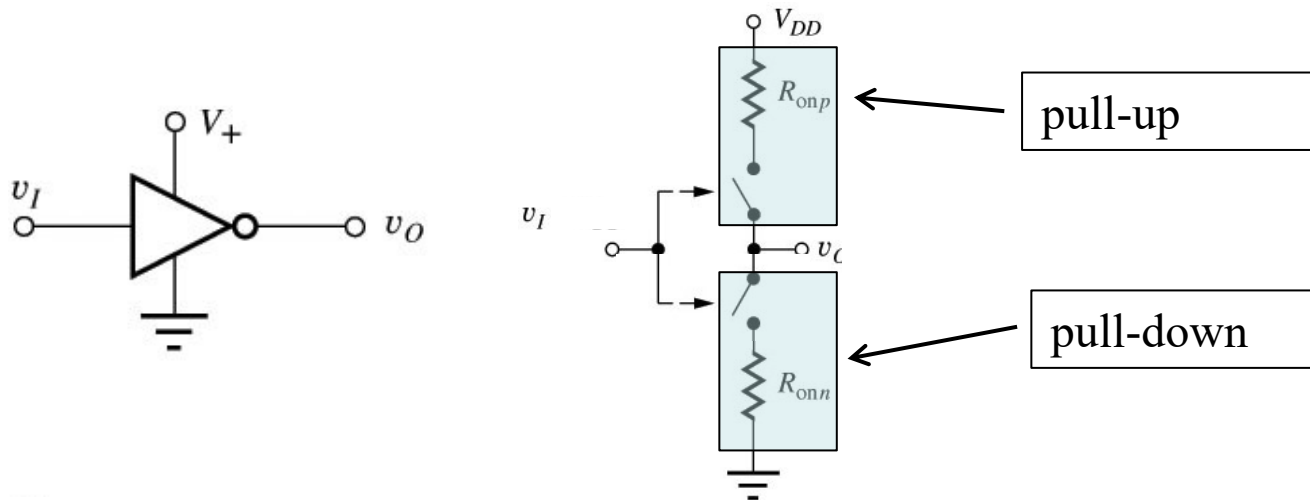
il PDP non dipende dalla R:

Aumentando la R riduco la potenza ma peggioro il tempo di propagazione e viceversa

Realizzazione di porte
logiche con
interruttori controllati
(ver. 2.0)

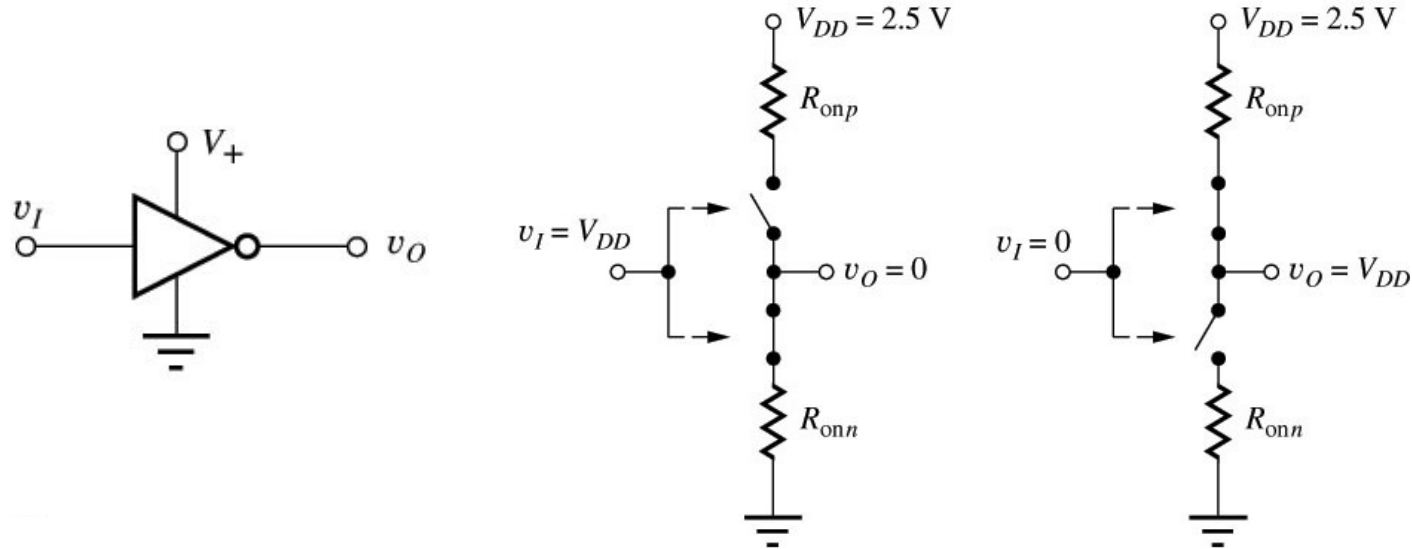
Realizzazione di un Invertitore

Un inverter può essere realizzato con **due interruttori** comandati dall'ingresso. I due interruttori **devono essere complementari**: quando uno è chiuso l'altro è aperto e viceversa



Il circuito è più complesso rispetto a quello con carico resistivo

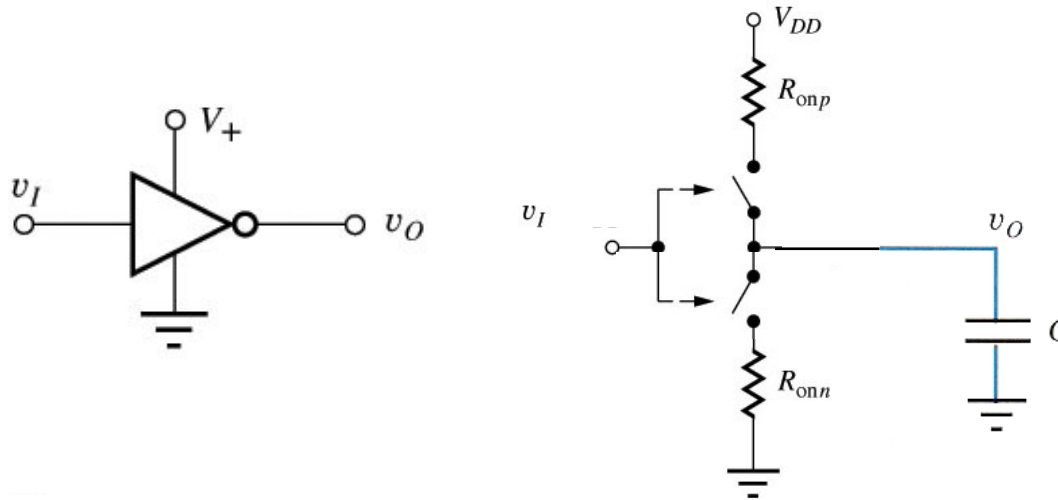
Livelli logici



Quando il segnale d'ingresso è alto, l'uscita è 0
(indipendentemente dai valori di R_{on}).

Quando l'ingresso è basso, l'uscita è V_{DD}
(indipendentemente dai valori di R_{on}).

Tempi di propagazione



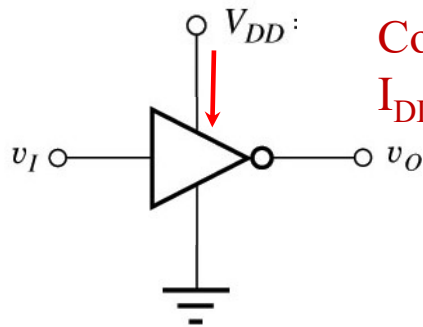
La carica avviene attraverso $R_{on,p}$; la scarica attraverso $R_{on,n}$

$$tp_{LH} = 0.69R_{on,p}C$$

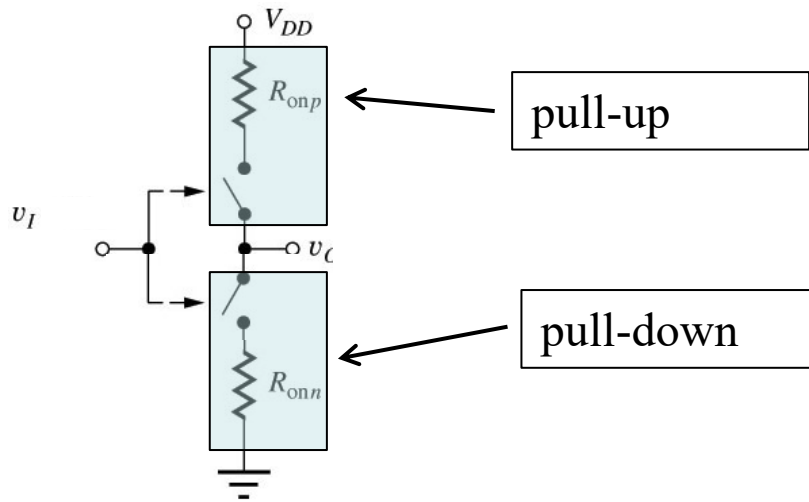
$$tp_{HL} = 0.69R_{on,n}C$$

I tempi di propagazione possono essere resi simmetrici, senza interferire con i livelli logici

Dissipazione statica



Corrente assorbita: I_{DDH} se l'uscita è alta;
 I_{DDL} se l'uscita è bassa.



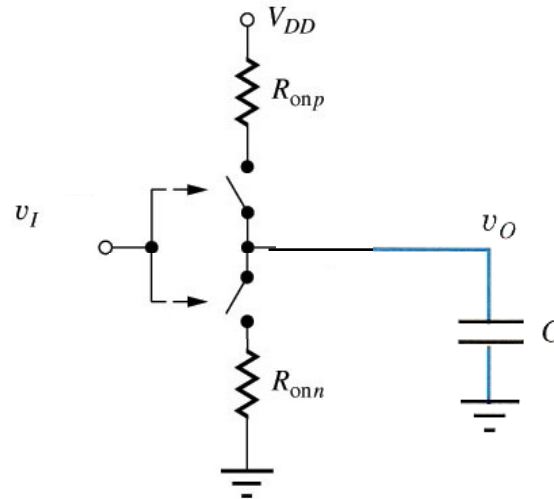
Poichè c'è sempre un interruttore aperto:

$$I_{DDH} = I_{DDL} = 0$$

La dissipazione di potenza statica è nulla

Dissipazione dinamica

- È legata alla energia necessaria per far commutare l'uscita.



Dimostreremo in seguito che: $P = f C V_{DD}^2$

f è la frequenza di commutazione dell'uscita

C è la capacità di carico

V_{DD} è la tensione di alimentazione