
Modelli a piccolo segnale

Introduzione agli amplificatori

- Il BJT può essere utilizzato come amplificatore quando è polarizzato in regione attiva diretta.
- Il MOS può essere utilizzato come amplificatore quando è polarizzato in regione di pinch-off.
- In queste regioni, i dispositivi possono fornire elevati guadagni di tensione e corrente
- La polarizzazione deve stabilizzare il punto Q nella desiderata regione di funzionamento. Vedremo che dal punto Q dipenderanno anche le caratteristiche dell'amplificatore (guadagno, resistenze di ingresso e di uscita ecc.)

Condensatori di accoppiamento

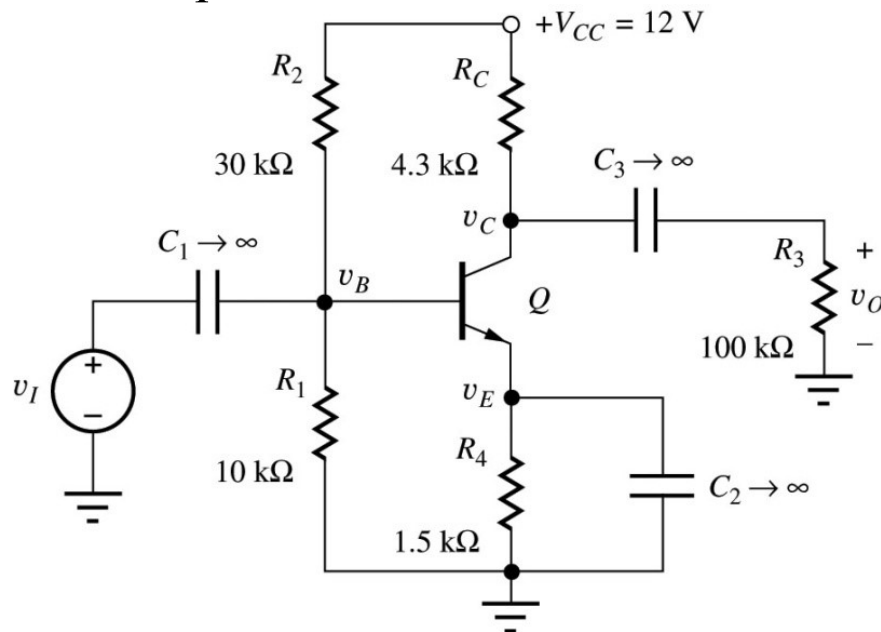
Sappiamo che la polarizzazione dei dispositivi (MOS o BJT) può essere ottenuta utilizzando reti resistive (ad, esempio, la rete con quattro resistori).

L'approccio più semplice per utilizzare tali schemi di polarizzazione come amplificatori, consiste nell'utilizzare dei **condensatori** che serviranno per applicare il segnale di ingresso e per prelevare il segnale di uscita, senza influenzare la polarizzazione.

I condensatori dovranno essere di valore sufficientemente elevato, in modo che la loro impedenza alla frequenza del segnale utile sia trascurabile.

Condensatori di accoppiamento e bypass

Partiamo dal circuito di polarizzazione a quattro resistori e trasformiamolo in un amplificatore:

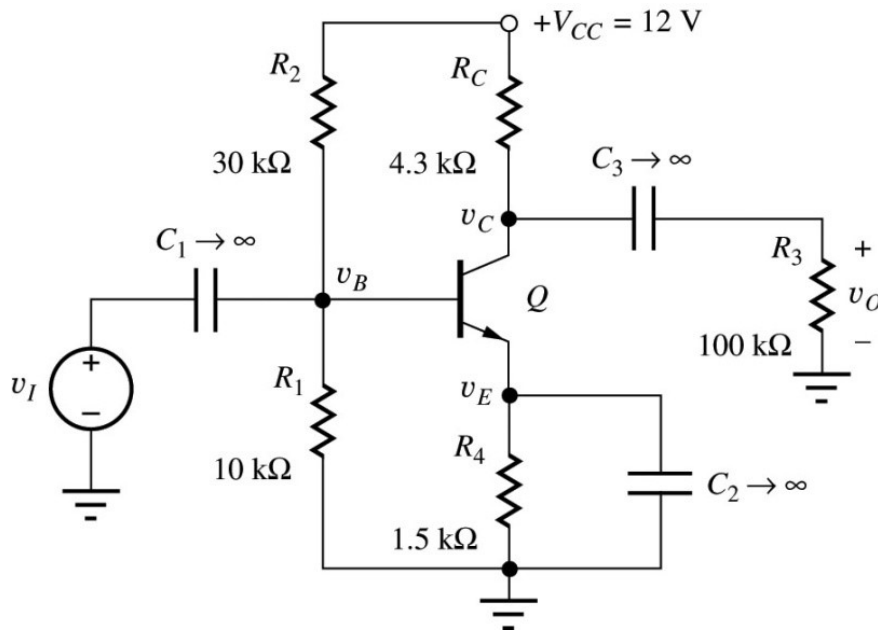


Il condensatore C_1 consente di iniettare il segnale di ingresso al circuito, senza alterare la polarizzazione.

Analogamente, C_3 ha lo scopo di prelevare il segnale di uscita e di trasferirlo al carico, senza alterare la polarizzazione. Il carico è rappresentato dalla resistenza R_3 .

C_1 e C_3 sono denominati **condensatori di accoppiamento** (o di **blocco** per la componente continua) e devono avere un valore sufficientemente elevato in modo da poterne trascurare l'effetto alla frequenza del segnale, da cui l'indicazione $C_1 \rightarrow \infty$

Condensatori di accoppiamento e bypass



Il condensatore C_2 è un **condensatore di bypass**, che fornisce un cammino a bassa impedenza per le componenti di segnale dall'emettitore del BJT a massa. In pratica, grazie alla presenza di questo condensatore, per le componenti di segnale è come se la resistenza R_4 non fosse presente nel circuito e l'emettitore fosse collegato direttamente a massa. Come vedremo, questa condizione garantisce un aumento del guadagno dell'amplificatore.

Si noti che non è opportuno cortocircuitare R_4 , eliminandola fisicamente dal circuito, in quanto questo resistore, come sappiamo, gioca un ruolo importante per stabilizzare il punto di lavoro del BJT

Studio degli amplificatori

Lo studio degli amplificatori elementari a BJT e MOS deve essere condotto **in due passi**.

Dapprima è necessario studiare la polarizzazione del dispositivo (**analisi in DC**); in un secondo momento si può passare all'analisi per le componenti di segnale (**analisi AC**).

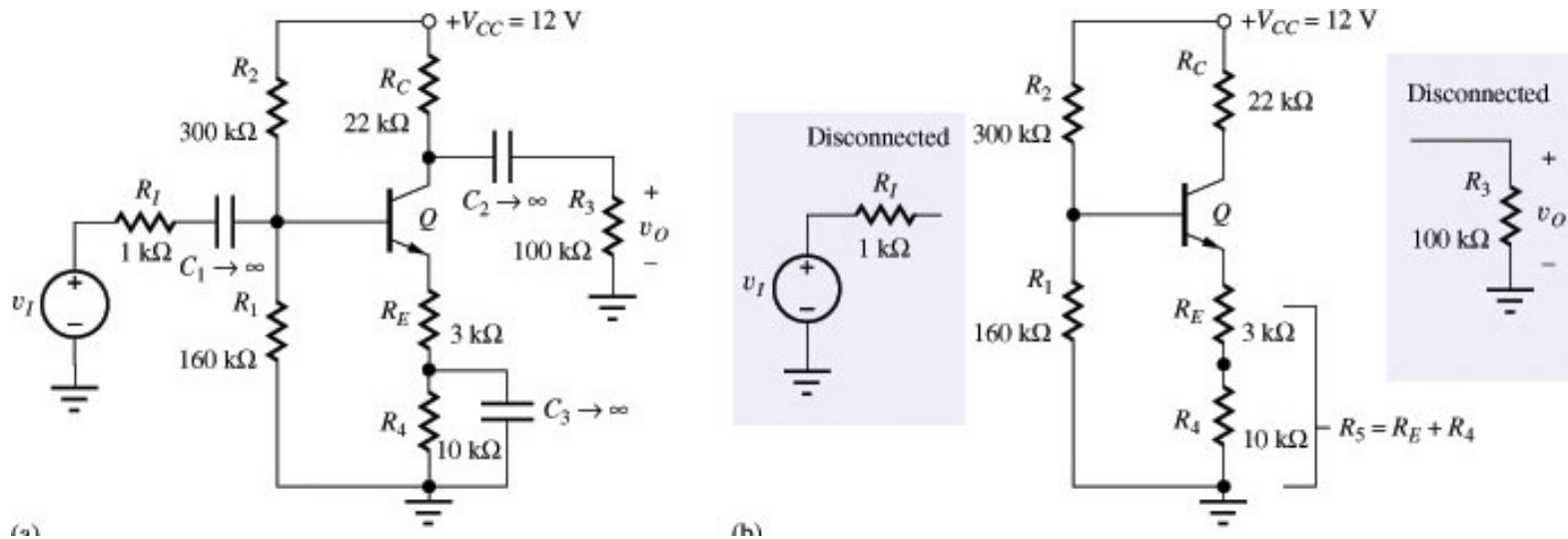
I circuiti da considerare per le analisi DC ed AC sono derivati in modo differente dal circuito di partenza e sono quindi differenti fra di loro.

Circuiti DC ed AC

Per l'analisi in DC i condensatori sono dei circuiti aperti. Per i transistori utilizzeremo i modelli semplificati che abbiamo già adottato in precedenza.

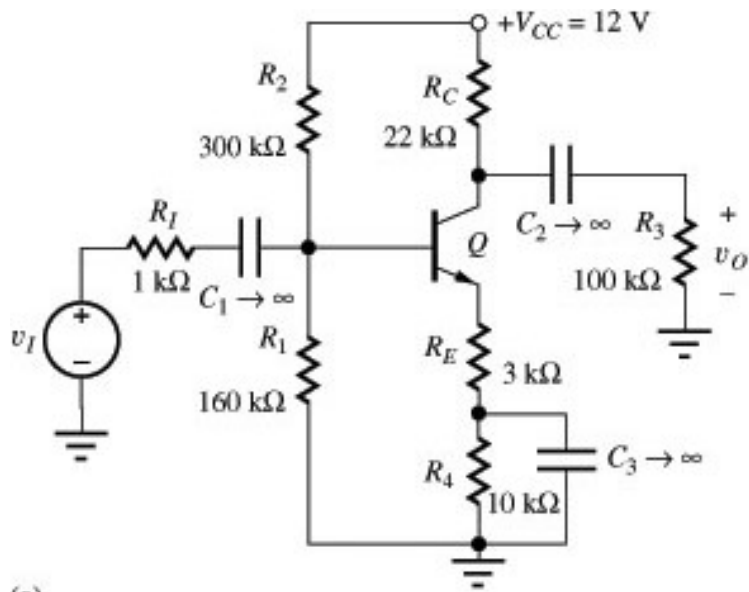
Per l'analisi AC, invece, considereremo un circuito equivalente in cui **sono presenti solo le componenti variabili di tensione e corrente**. Poiché ipotizziamo che l'impedenza dei condensatori sia trascurabile, **i condensatori nel circuito AC saranno trattati come dei cortocircuiti**. Anche i generatori costanti di tensione (ad esempio, l'alimentazione) dovranno essere cortocircuitati: la differenza di potenziale ai loro capi è infatti costante e dunque la componente variabile di tensione è nulla. Analogamente, eventuali generatori costanti di corrente dovranno essere sostituiti da circuiti aperti. Per i transistor BJT o MOS si dovranno utilizzare opportuni **modelli linearizzati in grado di descrivere il comportamento per piccoli segnali** dei dispositivi

Circuito in DC per un amplificatore a BJT



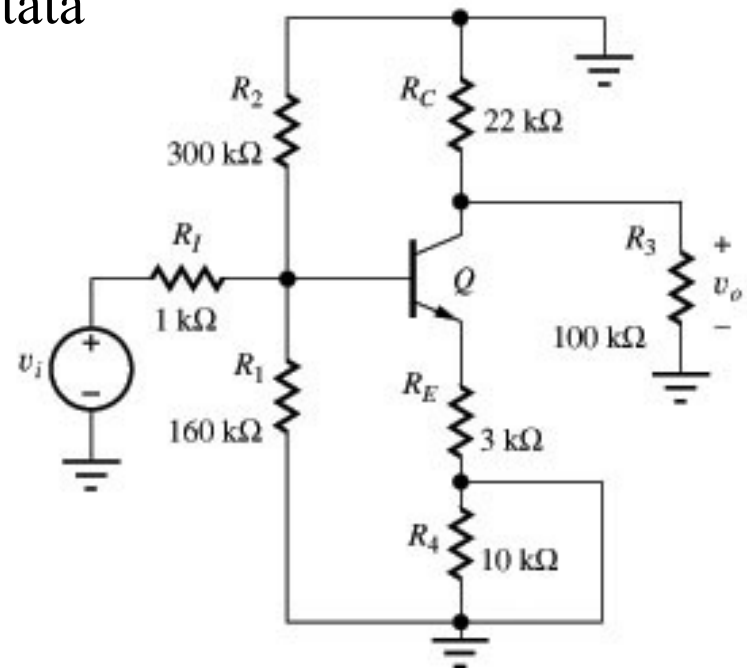
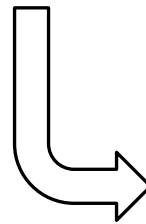
- I condensatori nel circuito originale diventano circuiti aperti, disconnettendo v_I , R_I , and R_3 dal circuito.

Circuito in AC per un amplificatore a BJT

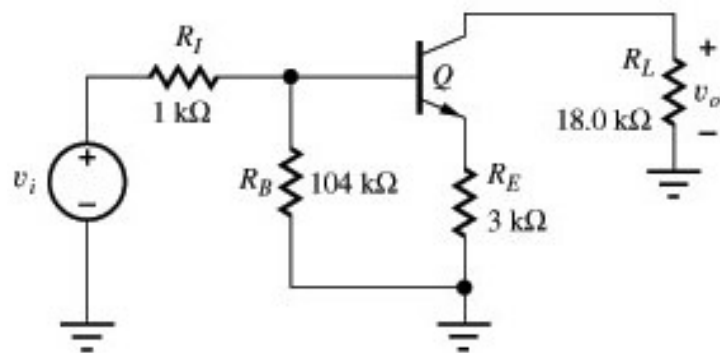
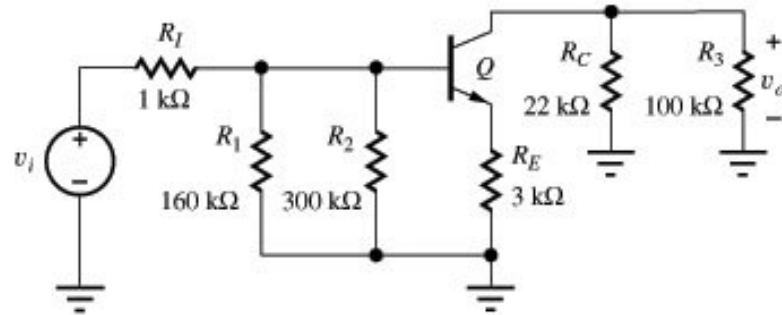
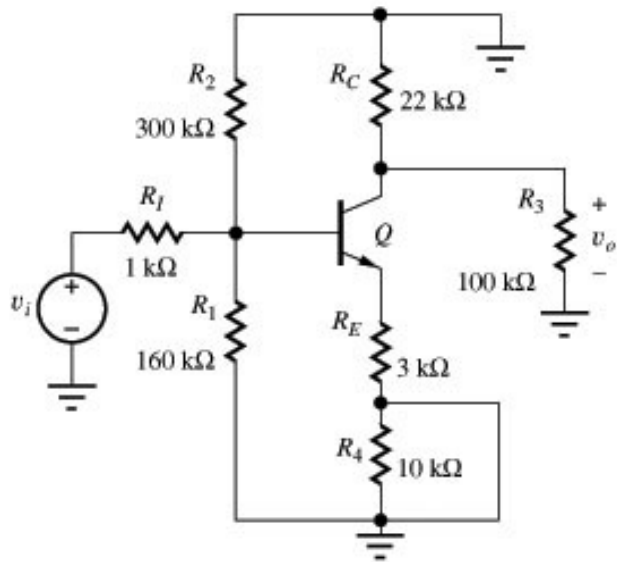


I condensatori nel circuito originario diventano cortocircuiti.

Anche l'alimentazione viene cortocircuitata



Circuito in AC per un amplificatore a BJT



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = 10\text{k}\Omega \parallel 30\text{k}\Omega$$

$$R = R_C \parallel R_3 = 4.3\text{k}\Omega \parallel 100\text{k}\Omega$$

Modello lineare del MOSFET

Svilupperemo un modello linearizzato del MOSFET, la cui validità è limitata a descrivere le relazioni fra **segnali di piccola ampiezza**.

Utilizzando questo modello, il comportamento dell'amplificatore **per piccoli segnali** si riduce a quello di un circuito lineare.

Successivamente svilupperemo un modello simile anche per il BJT.

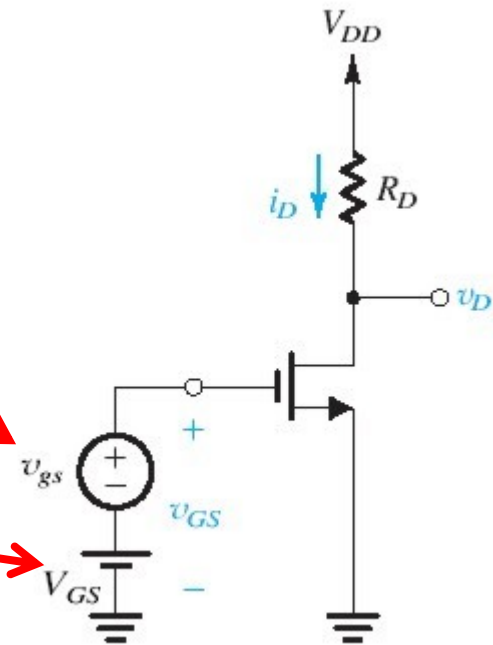
Un amplificatore a MOSFET

Al fine di ottenere il modello a piccolo segnale del MOS, consideriamo nuovamente il circuito idealizzato in cui la polarizzazione è garantita da un opportuno generatore di tensione V_{GS} cui si sovrappone il segnale di ingresso v_{gs} .

Segnale di ingresso, variabile

che si somma ad una polarizzazione

$$v_{GS} = V_{GS} + v_{gs}$$



Modello a piccoli segnali del MOS

Equazione in pinch-off: $i_D = \frac{1}{2} K (v_{GS} - V_T)^2$

Sostituisco: $v_{GS} = V_{GS} + v_{gs}$

$$\begin{aligned} i_D &= \frac{1}{2} K (V_{GS} + v_{gs} - V_T)^2 = \\ &= \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2 + \frac{1}{2} K (v_{gs})^2 + K (V_{GS} - V_T) v_{gs} \end{aligned}$$

Modello a piccoli segnali del MOS

$$i_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2 + \frac{1}{2} K v_{gs}^2 + K (V_{GS} - V_T) v_{gs}$$

se $\frac{1}{2} v_{gs} \ll V_{GS} - V_T$ il termine con v_{gs}^2 può essere trascurato

Si ottiene:

$$i_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2 + K (V_{GS} - V_T) v_{gs}$$

Componenti statica e dinamica

$$i_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2 + K (V_{GS} - V_T) v_{gs}$$

Si vede che la corrente totale è la somma di due componenti:

$$i_D = I_D + i_d$$

Statica, di polarizzazione, **DC**: $I_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2$

Dinamica o di segnale, **ac**: $i_d = K (V_{GS} - V_T) v_{gs}$

Condizione di piccolo segnale

La disequaglianza: $v_{gs} \gg 2(V_{GS} - V_T)$ che consente di trascurare il termine quadratico, non-lineare, e quindi di linearizzare l'analisi, viene detta **condizione di piccolo segnale**

Modello a piccoli segnali del MOS

Possiamo giungere allo stesso risultato con lo sviluppo di Taylor:

Equazione in zona attiva: $i_D = \frac{1}{2} K (v_{GS} - V_T)^2 = f(v_{GS})$

Sviluppo in serie di Taylor intorno al punto: $v_{GS} = V_{GS}$

$$i_D = f(v_{GS}) = f(V_{GS}) + f'(V_{GS})v_{gs} + \dots$$

$$\simeq I_D + i_d$$

$$I_D = f(V_{GS}) = \frac{1}{2} K (v_{GS} - V_T)^2$$

$$i_d = f'(V_{GS})v_{gs} = K (v_{GS} - V_T) v_{gs}$$

Legame fra le componenti AC:

$$i_d = K (V_{GS} - V_T) v_{gs}$$

Si può scrivere: $i_d = g_m v_{gs}$

Dove: $g_m \triangleq \frac{i_d}{v_{gs}} = K (V_{GS} - V_T)$

g_m è detta **transconduttanza** perché lega tensione e corrente di due diversi rami del circuito

Transconduttanza

$$g_m \triangleq \frac{i_d}{v_{gs}} = K (V_{GS} - V_T)$$

La transconduttanza g_m dipende dal punto Q (è infatti proporzionale alla V_{GS}).

La g_m può essere scritta in diversi modi equivalenti.

Utilizzando la relazione DC: $I_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2$ ricaviamo:

$V_{GS} - V_T = \sqrt{2I_D / K}$ e quindi:

$$g_m = K \sqrt{\frac{2I_D}{K}} = \sqrt{2KI_D}$$

Transconduttanza

$$g_m \triangleq \frac{i_d}{v_{gs}} = K (V_{GS} - V_T)$$

La g_m può essere scritta in diversi modi equivalenti.

Moltiplicando numeratore e denominatore per $(V_{GS} - V_T)$

$$g_m = K (V_{GS} - V_T) = \frac{\frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2}{\frac{1}{2} (V_{GS} - V_T)} = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_T}$$

Transconduttanza

$$g_m = K (V_{GS} - V_T)$$

$$g_m = \frac{2I_D}{V_{GS} - V_T}$$

$$g_m = \sqrt{2KI_D}$$

Condizione di piccolo segnale

La condizione di piccolo segnale

$$v_{gs} \ll 2(V_{GS} - V_T)$$

può essere scritta diversamente:

$$i_d = g_m v_{gs} \ll 2g_m (V_{GS} - V_T)$$

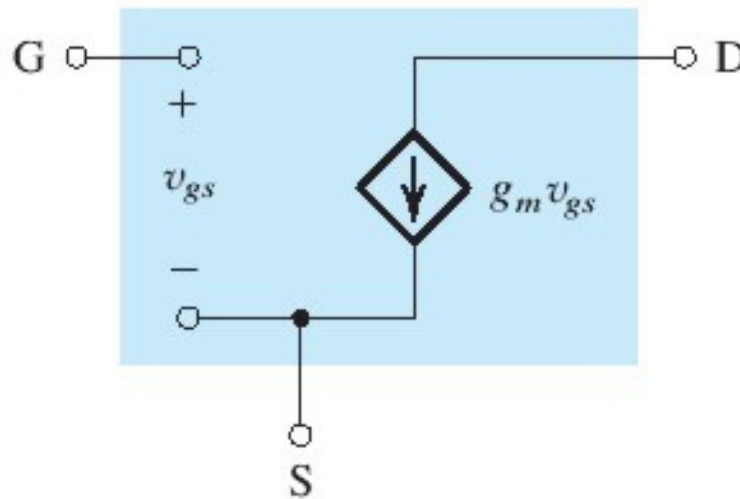
Sostituendo l'espressione di g_m :

$$i_d \ll 2K (V_{GS} - V_T)(V_{GS} - V_T) = 4I_D$$

$$i_d \ll 4I_D$$

MOSFET: Circuito equivalente

La relazione fra i segnali: $i_d = g_m v_{gs}$
rappresenta un generatore di corrente
pilotato in tensione:



Effetto di modulazione del canale

Nel modello a piccoli segnali del MOS possiamo includere facilmente l'effetto di modulazione della lunghezza del canale che, come sappiamo, comporta in regione di pinch-off una dipendenza della i_D dalla v_{DS}

$$i_D = \frac{1}{2} K (v_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda v_{DS})$$

$$\begin{aligned} i_D = f(v_{GS}, v_{DS}) &= f(V_{GS}, V_{DS}) + \frac{\partial f}{\partial v_{GS}} v_{gs} + \frac{\partial f}{\partial v_{DS}} v_{ds} + \dots \\ &\simeq I_D + g_m v_{gs} + g_O v_{ds} \end{aligned}$$

Effetto di modulazione del canale

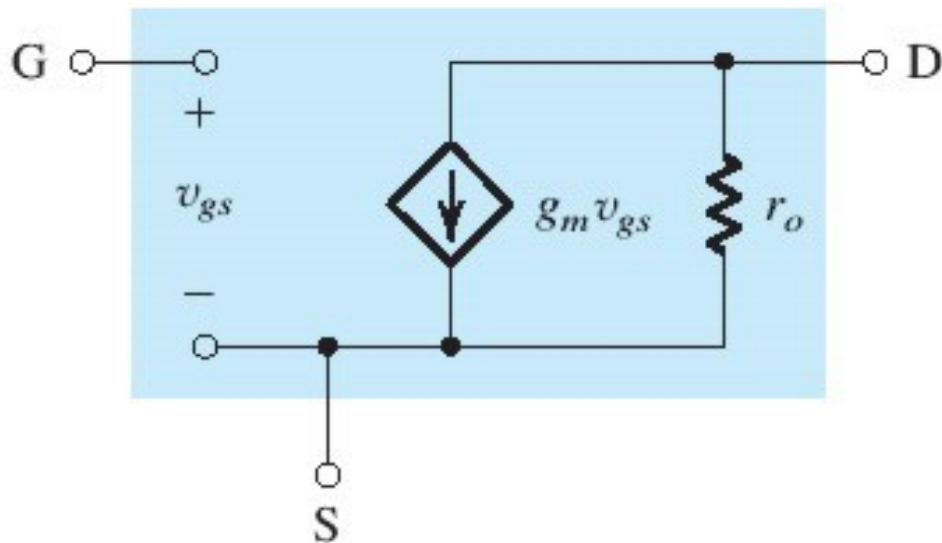
La conduttanza differenziale di uscita g_o è data da:

$$g_o = \frac{\partial f}{\partial v_{DS}} = \frac{1}{2} K (v_{GS} - V_T)^2 \lambda \simeq \lambda I_D$$

E' più comune l'uso della **resistenza differenziale di uscita**, r_o , definita come: $r_o = 1/g_o$

$$r_o = \frac{1}{g_o} \simeq \frac{1}{\lambda I_D}$$

Circuito equivalente completo

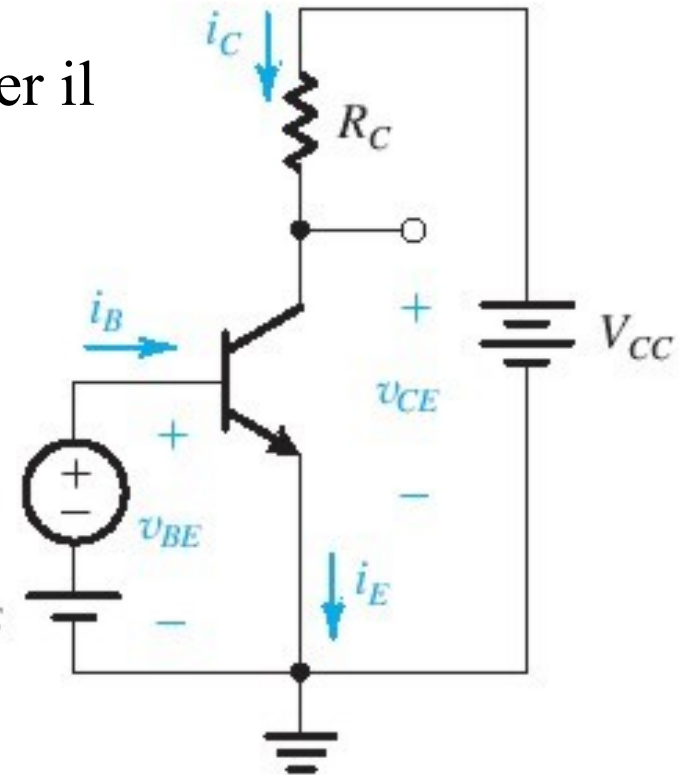


I parametri differenziali si possono calcolare solo **dopo** aver determinato il punto Q

Modello a piccoli segnali del BJT

Per ottenere il modello per piccoli segnali del BJT procediamo in maniera analoga a quanto fatto per il MOS

Segnale variabile v_{be}
che si somma ad una polarizzazione V_{BE}



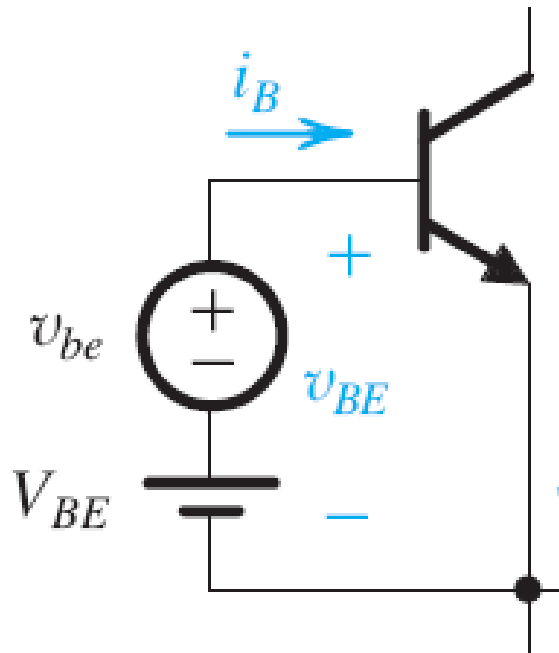
Modello a piccoli segnali del BJT

Per ottenere il modello a piccoli segnali, partiamo dal modello più accurato del BJT, in cui le correnti di Base e Collettore hanno analoga dipendenza esponenziale dalla tensione Base – Emittitore:

$$i_B = I_0 e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}} \qquad i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}}$$

Sviluppiamo in dettaglio solo la relazione relativa alla corrente di base; poi andremo a considerare anche l'altra relazione.

Corrente di base



$$i_B = I_0 e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}}$$

Evidenziamo le componenti di polarizzazione e quelle di segnale:

$$v_{BE} = V_{BE} + v_{be}$$

$$i_B = I_B + i_b$$

Corrente totale di Base:

$$i_B = I_0 e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}} = I_0 e^{\frac{V_{BE} + v_{be}}{V_{th}}} = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} e^{\frac{v_{be}}{V_{th}}}$$

Sviluppo in serie di potenze il termine: $e^{\frac{v_{be}}{V_{th}}}$

$$i_B = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} e^{\frac{v_{be}}{V_{th}}} = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \left[1 + \frac{v_{be}}{V_{th}} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{be}}{V_{th}} \right)^2 + \dots \right]$$

Osserviamo che il primo termine rappresenta la componente di polarizzazione I_B , il secondo la componente di piccolo segnale i_b , mentre gli altri termini rappresentano la distorsione non-lineare.

Corrente di base

$$i_B = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} e^{\frac{v_{be}}{V_{th}}} = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \left[1 + \frac{v_{be}}{V_{th}} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{be}}{V_{th}} \right)^2 + \dots \right]$$

$$I_B = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}}$$

$$i_b = I_0 e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \frac{v_{be}}{V_{th}} = \frac{I_B}{V_{th}} v_{be}$$

I termini successivi (a partire da quello del secondo ordine) saranno trascurabili se:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{v_{be}}{V_{th}} \right)^2 \ll \frac{v_{be}}{V_{th}} \Rightarrow v_{be} \ll 2V_{th}$$

Corrente di base

Relazione linearizzata fra v_{be} ed i_b :
$$i_b = \frac{I_B}{V_{th}} v_{be}$$

Condizione di piccolo segnale: $v_{be} \ll 2V_{th}$

La relazione che lega v_{be} ed i_b può essere rappresentata (da un punto di vista circuitale) mediante un resistore posto fra i terminali di base ed emettitore:

$$i_b = v_{be} / r_\pi \quad \text{dove si è definito: } r_\pi = \frac{V_{th}}{I_B}$$

Corrente di collettore

Procediamo in modo del tutto analogo per linearizzare la relazione che lega v_{BE} ed i_C

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_{th}}} \quad \text{Sostituisco:} \quad v_{BE} = V_{BE} + v_{be}$$
$$i_C = I_C + i_c$$

Linearizzando si trova:

$$\text{Componente DC: } I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}}$$

$$\text{Componente AC: } i_c = \frac{I_C}{V_{th}} v_{be}$$

Modello lineare

La componente (di segnale) AC:

Si può scrivere: $i_c = g_m v_{be}$ dove: $g_m = \frac{I_C}{V_{th}}$

Il parametro g_m è la *transconduttanza* del BJT

La relazione $i_c = g_m v_{be}$ può essere rappresentata da un generatore di corrente controllato in tensione.

Transconduttanza

$$g_m = \frac{I_C}{V_{th}}$$

Ricordiamo che la tensione termica è proporzionale alla temperatura assoluta. A temperatura ambiente: $V_{th}=25\text{mV}$, per cui:

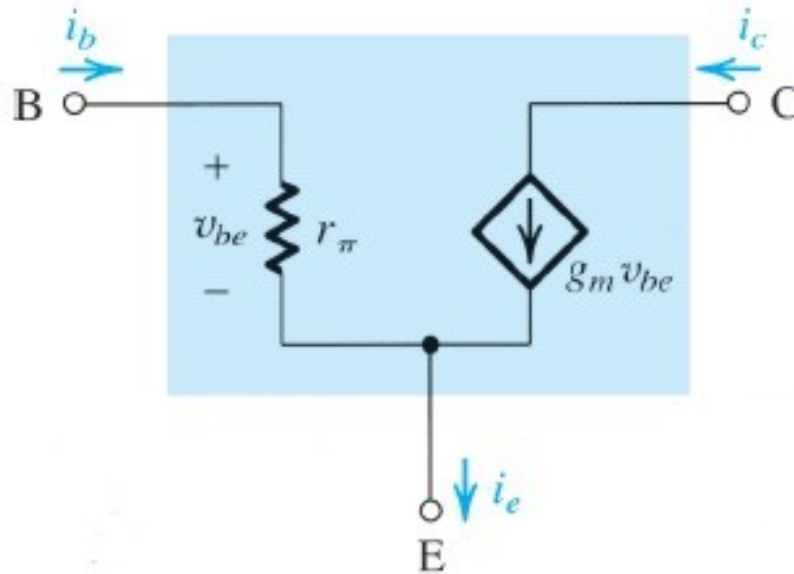
$$g_m = \frac{I_C}{0.025} = 40I_C \quad (\text{a temperatura ambiente, } I_C \text{ in ampere})$$

Si noti che i due parametri g_m e r_π sono fra loro collegati:

$$g_m r_\pi = \frac{I_C}{V_{th}} \frac{V_{th}}{I_B} = \frac{I_C}{I_B} = \beta$$

Circuito equivalente a piccoli segnali del BJT

Il modello include in uscita un generatore di corrente controllato in tensione, e in ingresso una resistenza:

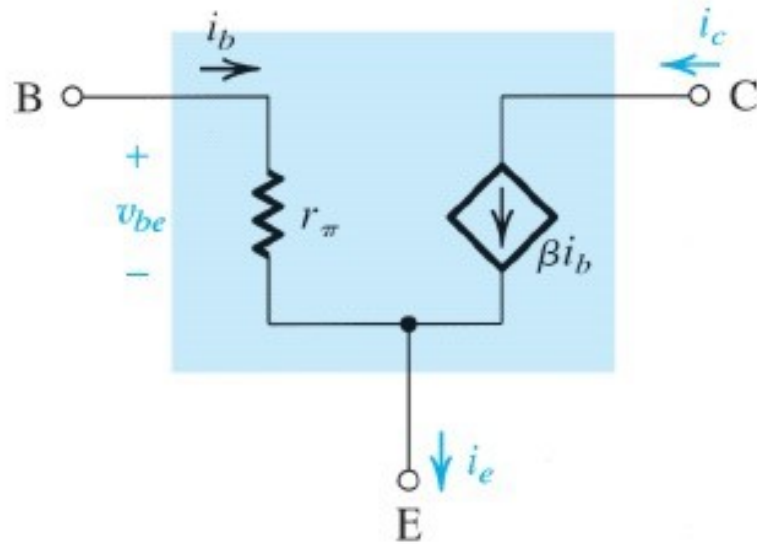


$$g_m = \frac{I_C}{V_{th}}; \quad r_\pi = \frac{V_{th}}{I_B}$$

$$g_m r_\pi = \beta$$

Circuito equivalente alternativo:

Sfruttando la condizione $g_m r_\pi = \beta$, il modello circuitale può essere descritto in una forma alternativa che fa uso, al collettore, di un generatore di corrente controllato in corrente:



Effetto Early

Come per il MOS, anche nel modello a piccoli segnali del BJT possiamo includere facilmente l'effetto Early che comporta in regione attiva una dipendenza della i_C dalla v_{CE}

$$i_C = I_S e^{v_{BE}/V_{th}} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right)$$

$$i_C = f(v_{BE}, v_{CE}) = f(V_{BE}, V_{CE}) + \frac{\partial f}{\partial v_{BE}} v_{be} + \frac{\partial f}{\partial v_{CE}} v_{ce} + \dots$$

$$\simeq I_C + g_m v_{be} + g_O v_{ce}$$

Effetto Early

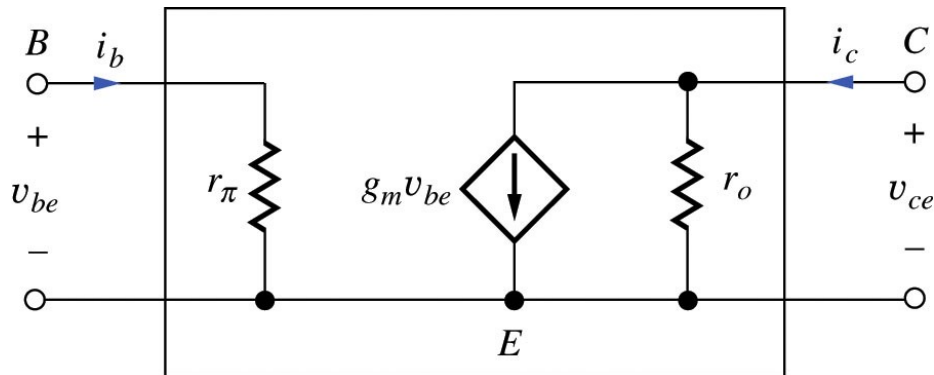
La conduttanza differenziale di uscita g_o è data da:

$$g_o = \frac{\partial f}{\partial v_{CE}} = I_S e^{v_{BE}/V_{th}} \left(\frac{1}{V_A} \right) \approx \frac{I_C}{V_A}$$

Anche per il BJT è più comune l'uso della **resistenza differenziale di uscita**, r_o , definita come: $r_o = 1/g_o$

$$r_o = \frac{1}{g_o} \approx \frac{V_A}{I_C}$$

Modello a piccoli segnali del BJT



I parametri a piccolo segnale (r_π , g_m , r_o) dipendono dalla polarizzazione del BJT

Transcoduttanza:

$$g_m = \frac{I_C}{V_{th}} \cong 40I_C \quad (\text{a temperatura ambiente})$$

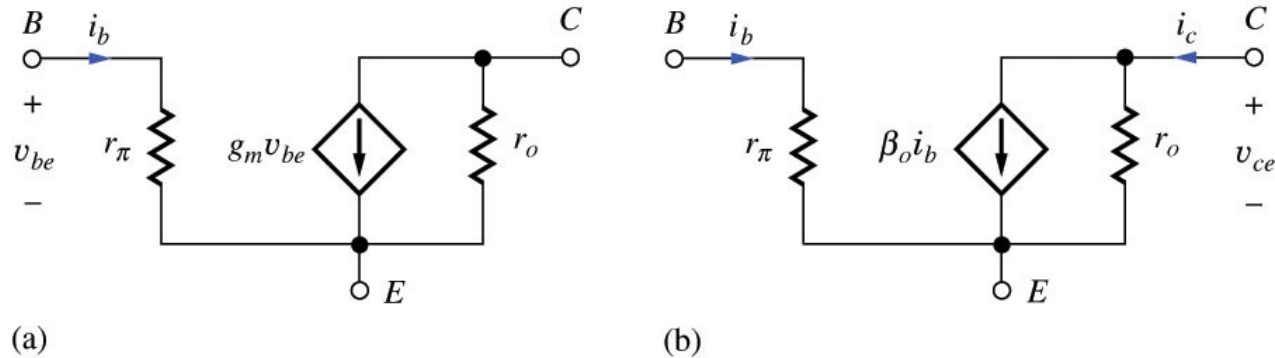
Resistenza di ingresso

$$r_\pi = \frac{V_{th}}{I_B} = \frac{\beta}{g_m}$$

Resistenza di uscita

$$r_o \cong \frac{V_A}{I_C}$$

Forme equivalenti del modello a piccolo segnale del BJT



Il generatore di corrente controllato in tensione $g_m v_{be}$ può essere trasformato in un generatore di corrente controllato in corrente $\beta_o i_b$

Analisi in DC ed in AC. Ricapitolazione

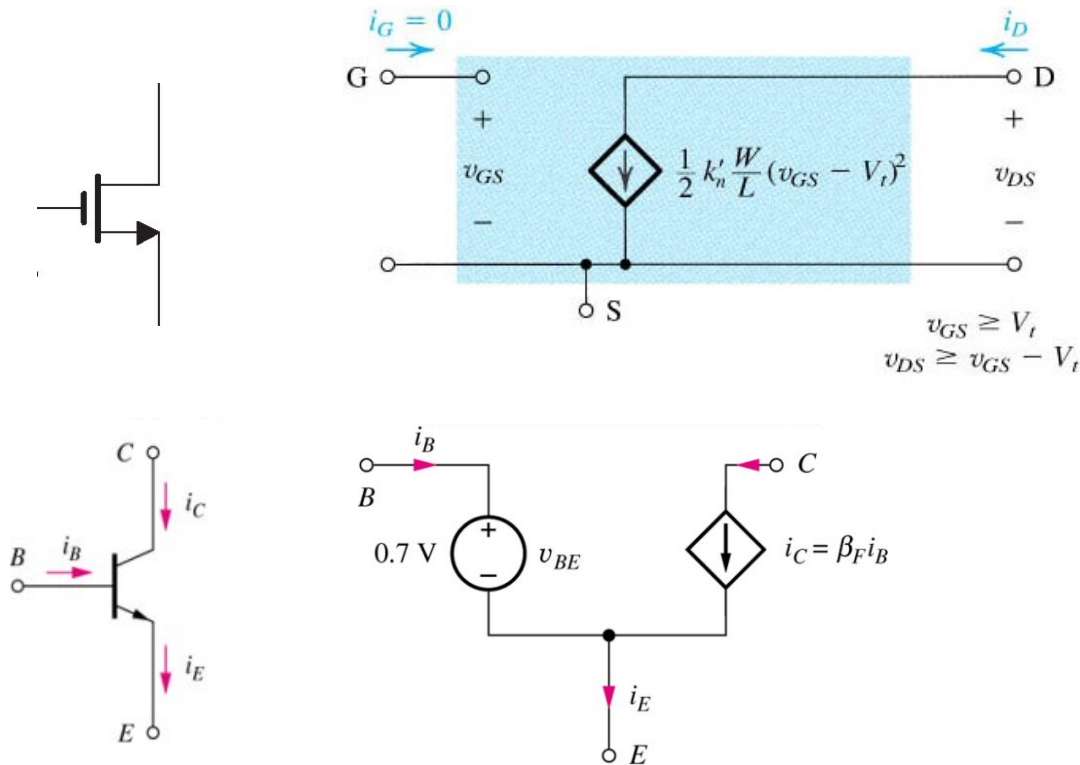
L'analisi di un amplificatore prevede due passi:

- Dapprima bisogna effettuare una analisi in DC, per valutare il punto di riposo dei dispositivi.
- Completata l'analisi DC è possibile calcolare i valori dei parametri a piccoli segnali dei dispositivi e si può passare all'analisi in AC, da cui valutare guadagno, resistenze di ingresso e di uscita ecc.

I vari elementi che compaiono nel circuito vengono trattati differentemente a seconda se si deve realizzare l'analisi DC o l'analisi AC. I circuiti da considerare per le analisi DC ed AC sono derivati in modo differente dal circuito di partenza e sono quindi differenti fra di loro.

Analisi in DC

I condensatori sono circuiti aperti. Per MOS e BJT si adottano i modelli semplificati per la polarizzazione:



Analisi in AC

Sono presenti solo le componenti variabili di tensione e corrente..

I generatori costanti di tensione (ad esempio, l'alimentazione) dovranno essere cortocircuitati: la differenza di potenziale ai loro capi è infatti costante e dunque la componente variabile di tensione è nulla.

Analogamente, eventuali generatori costanti di corrente dovranno essere sostituiti da circuiti aperti.

Modelli AC per MOS e BJT

Per i transistor BJT o MOS si utilizzano i modelli a piccolo segnale:

