

34. Regole di calcolo delle derivate (somma, prodotto, rapporto).

Derivate delle funzioni elementari

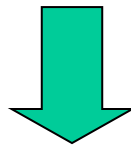
Funzione $f(x)$	Derivata $f'(x)$
k	0
x^n	nx^{n-1}
$\log_a x$	$\frac{1}{x} \cdot \log_a e$
$\log_e x$	$\frac{1}{x} \cdot \log_e e = \frac{1}{x}$
a^x	$a^x \log_e a$
e^x	$e^x \log_e e = e^x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$

Regole di calcolo delle derivate

Vediamo ora come si comporta l'operazione di derivazione rispetto alle operazioni algebriche (somma, differenza, prodotto, quoziente) e alle operazioni di composizione e di inversione

Teorema

Se $f : (a,b) \rightarrow R$, $g : (a,b) \rightarrow R$ sono due funzioni derivabili in (a,b)



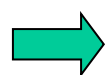
$$f \pm g, f \cdot g, \frac{f}{g} \quad (\text{con } g \neq 0)$$

sono derivabili in (a,b) e valgono le seguenti formule:

Regole di calcolo delle derivate

- $(f \pm g)' = f' \pm g'$

- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$



- $(k \cdot f)' = k \cdot f'$

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$



- $\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = 4x^2 + 4$$

$$f(x) = -x^{-2} + 3x^3$$

$$f(x) = \sqrt{x} + x^{2/3}$$

$$f(x) = \log x - e^x$$

$$f(x) = x \cdot e^x$$

$$f(x) = x^2 \cdot (x + 1)$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = 4x^2 + 4$$

$$f'(x) = 4 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 8x$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = -x^{-2} + 3x^3$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= - - 2x^{-2-1} + 3 \cdot 3x^{3-2} = \\ &= 2x^{-3} + 9x^2 \end{aligned}$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \sqrt{x} + x^{2/3}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} \cdot x^{(1/2-1)} + \frac{2}{3} x^{(2/3-1)} = \\ &= \frac{1}{2} x^{-1/2} + \frac{2}{3} x^{-1/3} \end{aligned}$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \log x - e^x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - e^x$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = x \cdot e^x$$

$$f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = x^2 \cdot (x + 1)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \cdot (x + 1) + x^2 \cdot (1) = \\ &= 2x^2 + 2x + x^2 \end{aligned}$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot x - (x-1) \cdot 1}{x^2} = \frac{x - x + 1}{x^2}$$

Esercizi

Calcolare la funzione derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{e^{2x}}$$