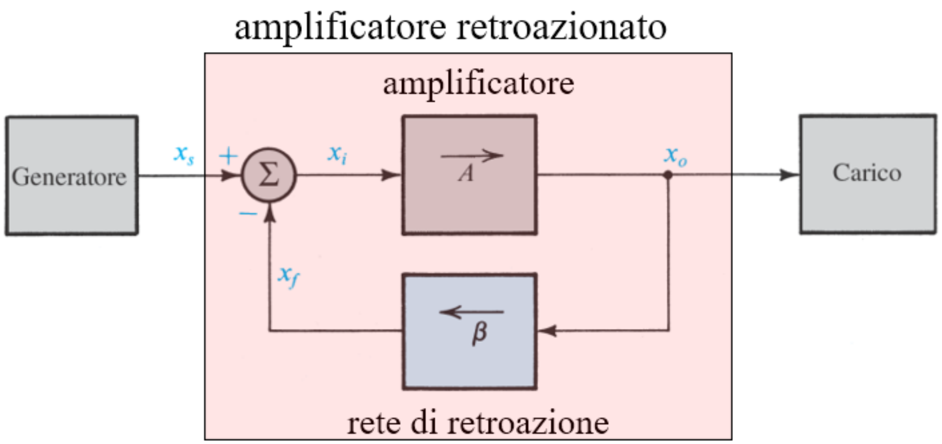
Amplificatore Operazionale non ideale

Amplificatore Operazionale non ideale

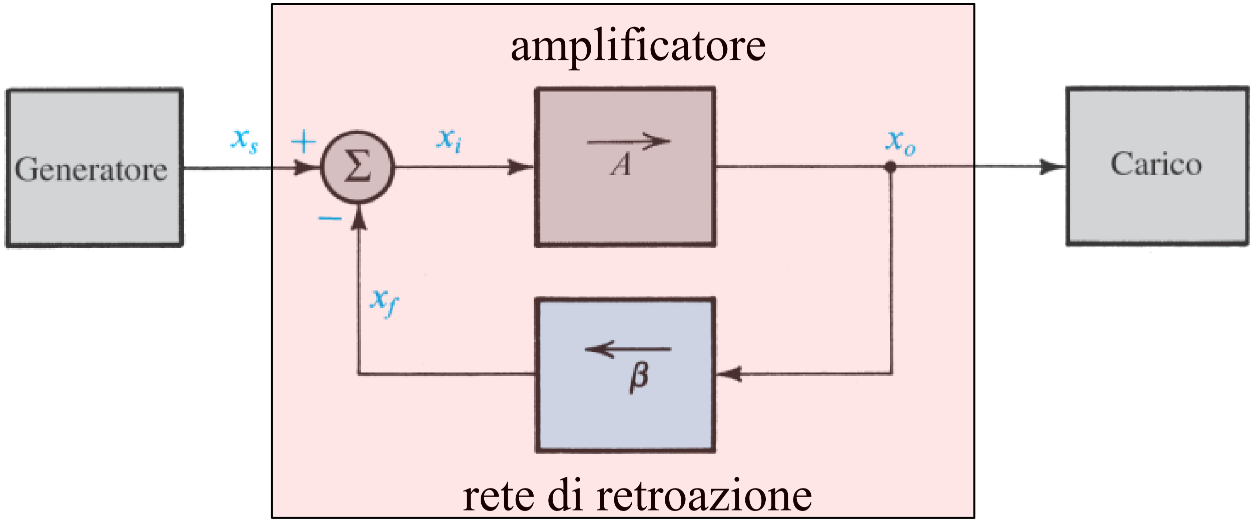
- In pratica, gli amplificatori operazionali esibiscono non-idealità quali:
  - Guadagno non infinito
  - Resistenza di uscita non nulla
  - Resistenza di ingresso non infinita
  - Banda passante non infinita
  - Limiti sulle tensioni e correnti di uscita.

Modello di amplificatore retroazionato

Lo schema seguente mostra lo schema di un amplificatore retroazionato. L'amplificatore (il blocco A) a partire dal segnale x_i fornisce l'uscita: $x_o = A\,x_i$. **Il fattore A viene chiamato guadagno a ciclo aperto**.
Parte del segnale di uscita viene prelevata dalla **rete di retroazione** (indicata con β). Il segnale prodotto dalla rete di retroazione è: $x_f = \beta\, x_o$. Da notare che *la rete di retroazione è costituita da elementi passivi* (resistenze, condensatori), per cui $|\beta| < 1$ (la rete di retroazione attenua). Il segnale x_f viene sottratto da quello fornito dal generatore di ingresso, x_s, ed è inviato all'amplificatore.



Modello di amplificatore retroazionato



$x_o = A\, x_i$

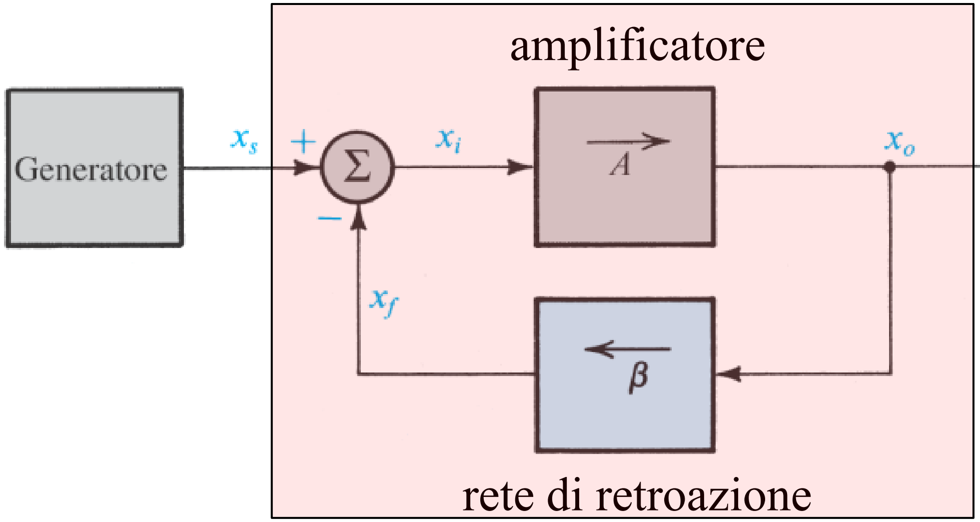
$x_f = \beta\, x_o = \beta A\, x_i$

$x_i = x_s - x_f = x_s - \beta A\, x_i \quad \Rightarrow \quad x_i = x_s / (1 + \beta A)$

$$x_o = \frac{A}{1 + \beta A} x_s$$

Il fattore: βA viene chiamato **guadagno di anello**

Modello di amplificatore retroazionato



$$x_o = \frac{A}{1+\beta A} x_s$$

Il guadagno complessivo dell'amplificatore retroazionato, o **guadagno a ciclo chiuso**, è dunque: $A_f = \dfrac{A}{1+\beta A}$

Se: $\beta A \gg 1$ abbiamo: $A_f \simeq \dfrac{A}{\beta A} = \dfrac{1}{\beta}$

Modello di amplificatore retroazionato

Se il guadagno di anello è molto maggiore di 1 (ovvero: $\beta A >> 1$) allora il guadagno a ciclo chiuso dell'amplificatore retroazionato è: $A_f \approx 1/\beta$.

Il guadagno a ciclo chiuso dipende quindi essenzialmente dai parametri della rete di retroazione.

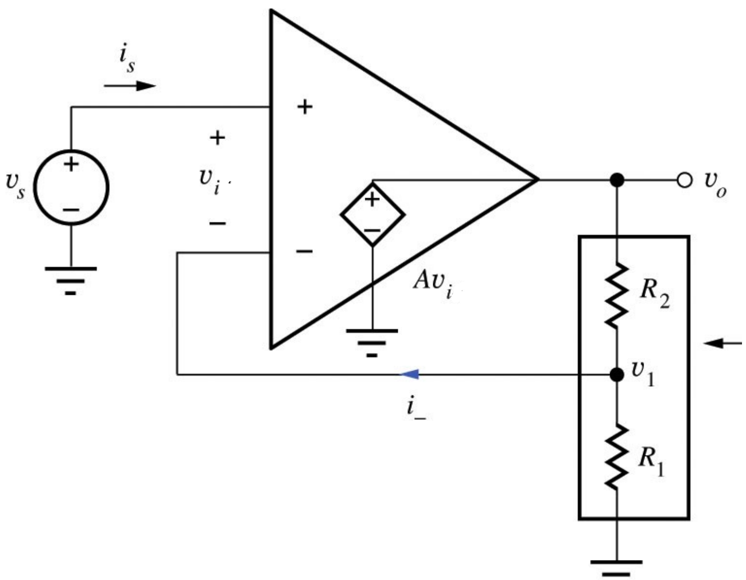
Poiché la rete di retroazione è costituita da elementi passivi, è possibile controllarne con precisione le caratteristiche.

Eventuali variazioni o tolleranze del guadagno a ciclo aperto, A, hanno poca influenza sulle caratteristiche dell'amplificatore retroazionato.

Guadagno non-infinito

L'amplificatore non-invertente rappresenta una realizzazione dell'amplificatore retroazionato visto in precedenza. L'operazionale ha un guadagno a ciclo aperto A elevato ma non infinito.

Una frazione v_f del segnale di uscita (prelevata con le resistenze R_1 ed R_2, che rappresentano la rete di retroazione) viene sottratta alla tensione di ingresso ed amplificata dall'operazionale.

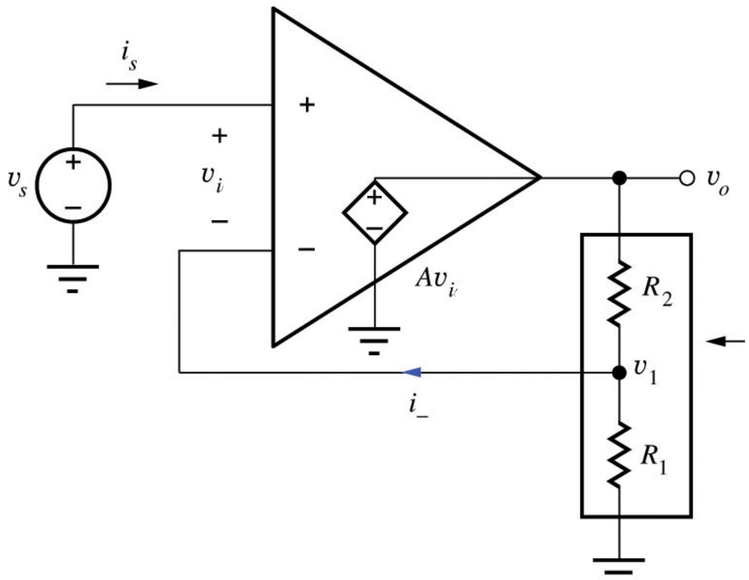


$$v_f = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O = \beta v_O \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A_f = \frac{v_O}{v_f} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$\text{per: } A\beta >> 1 \quad \Rightarrow A_f \simeq \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Cortocircuito virtuale



La differenza di potenziale fra i morsetti invertente e non-invertente dell'operazionale è:

$$v_+ - v_- = v_O \frac{1}{A} = v_s \frac{A}{1+A\beta}\frac{1}{A} = v_s \frac{1}{1+A\beta}$$

per: $A\beta >> 1 \quad \Rightarrow \quad v_+ - v_- << v_s \qquad v_+ - v_-$ tende a 0 per $A \to \infty$

Errore dovuto al guadagno non infinito

- **Problema**: Calcolare il guadagno di un amplificatore operazionale in configurazione non-invertente mediante (a) l'ipotesi di cortocircuito virtuale e (b) le relazioni esatte dell'amplificatore retroazionato. Valutare anche la differenza percentuale fra i guadagni ottenuti con i metodi (a) e (b)
- **Dati**: R_2=199k, R_1=1k, guadagno a ciclo aperto dell'operazionale: A=10,000 (80 dB).
- **Analisi**: Nell'ipotesi di cortocircuito virtuale abbiamo:
  $A_f=1+R_2/R_1=200$
  Utilizzando le relazioni esatte dell'amplificatore operazionale: $\beta=1/200$
  $A_f=A/(1+\beta A) = 196.1$

Cosa accade utilizzando due stadi, il primo con guadagno 20 ed il secondo con guadagno 10?

A1=19.96; A2=9.99; A1×A2=199.4

Proprietà della retroazione negativa

Desensibilizzazione del guadagno:

- il guadagno a ciclo chiuso A_f è poco dipendente dal guadagno a ciclo aperto, A. Cosa accade infatti se A varia?

$$A_f = \frac{A}{1+\beta A}; \qquad \frac{dA_f}{dA} = \frac{1+\beta A - A\beta}{(1+\beta A)^2} = \frac{1}{(1+\beta A)^2}$$

moltiplico e divido per A

$$\frac{dA_f}{dA} = \frac{1}{A}\frac{A}{(1+\beta A)}\frac{1}{(1+\beta A)} = A_f \frac{1}{A}\frac{1}{(1+\beta A)}$$

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{A}\frac{1}{(1+\beta A)}$$

Proprietà della retroazione negativa

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{A}\frac{1}{(1+\beta A)}$$

dA/A è la variazione relativa del guadagno a ciclo aperto
dA_f/A_f è la variazione relativa del guadagno a ciclo chiuso

La relazione precedente mostra **che anche a fronte di variazioni elevate del guadagno a ciclo aperto, il guadagno a ciclo chiuso varia di poco.**

La variazione percentuale del guadagno si riduce del fattore:

$$1+\beta A$$

Proprietà della retroazione negativa

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{A}\frac{1}{\left(1+\beta A\right)}$$

Esempio: R_2=199k, R_1=1k, guadagno a ciclo aperto dell'operazionale: A=10,000 (80 dB).

Supponiamo che A vari del 30%. Di quanto varia A_f?

Risulta: $\beta=1/200$; $1+\beta A=51$

$dA_f/A_f = 0.3 / 51 = 0.0059$

Il guadagno a ciclo aperto varia dello 0.6%

Proprietà della retroazione negativa

Aumento della banda passante:

- Gli amplificatori operazionali reali, oltre ad avere un guadagno A non infinito, hanno una caratteristica di tipo passa-basso.

Il guadagno a ciclo aperto può essere approssimativamente descritta da una funzione di trasferimento con una singola costante di tempo:

$$A(j\omega) = \frac{A_M}{1 + j\omega / \omega_H}$$

$$A_f(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1 + \beta A(j\omega)} = \frac{\dfrac{A_M}{1 + j\omega / \omega_H}}{1 + \beta \dfrac{A_M}{1 + j\omega / \omega_H}} = \frac{A_M}{1 + j\omega / \omega_H + \beta A_M}$$

Divido numeratore e denominatore per: $1 + \beta A_M$

$$A_f(j\omega) = \frac{A_M / \left(1 + \beta A_M\right)}{1 + j\omega / \left[\omega_H \left(1 + \beta A_M\right)\right]}$$

Proprietà della retroazione negativa

$$A_f(j\omega) = \frac{A_M / (1+\beta A_M)}{1 + j\omega / \left[\omega_H (1+\beta A_M)\right]} = \frac{A_{Mf}}{1 + j\omega / \omega_{Hf}}$$

La retroazione riduce il guadagno del fattore $(1+\beta A_M)$:

$$A_{Mf} = \frac{A_M}{1+\beta A_M}$$

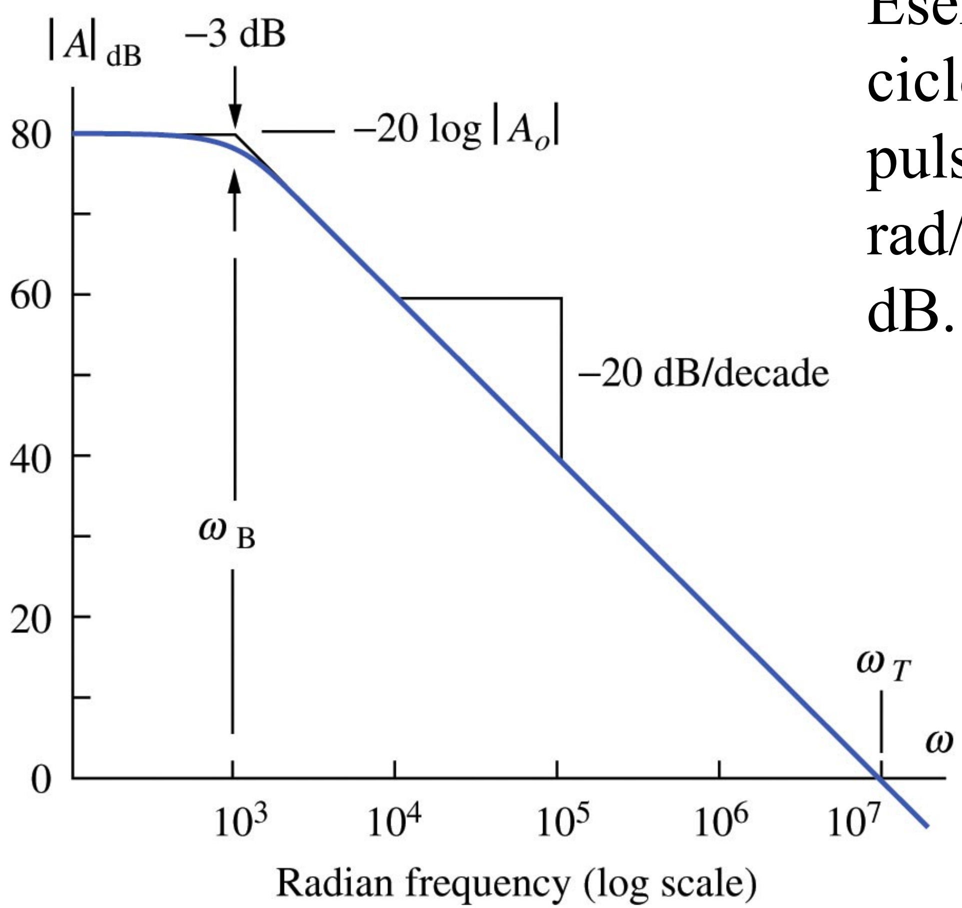
La retroazione aumenta la frequenza di taglio dello stesso fattore $(1+\beta A_M)$:

$$\omega_{Hf} = \omega_H (1+\beta A_M)$$

Il prodotto guadagno $\times$ banda resta inalterato:

$$A_{Mf}\,\omega_{Hf} = A_M\,\omega_H$$

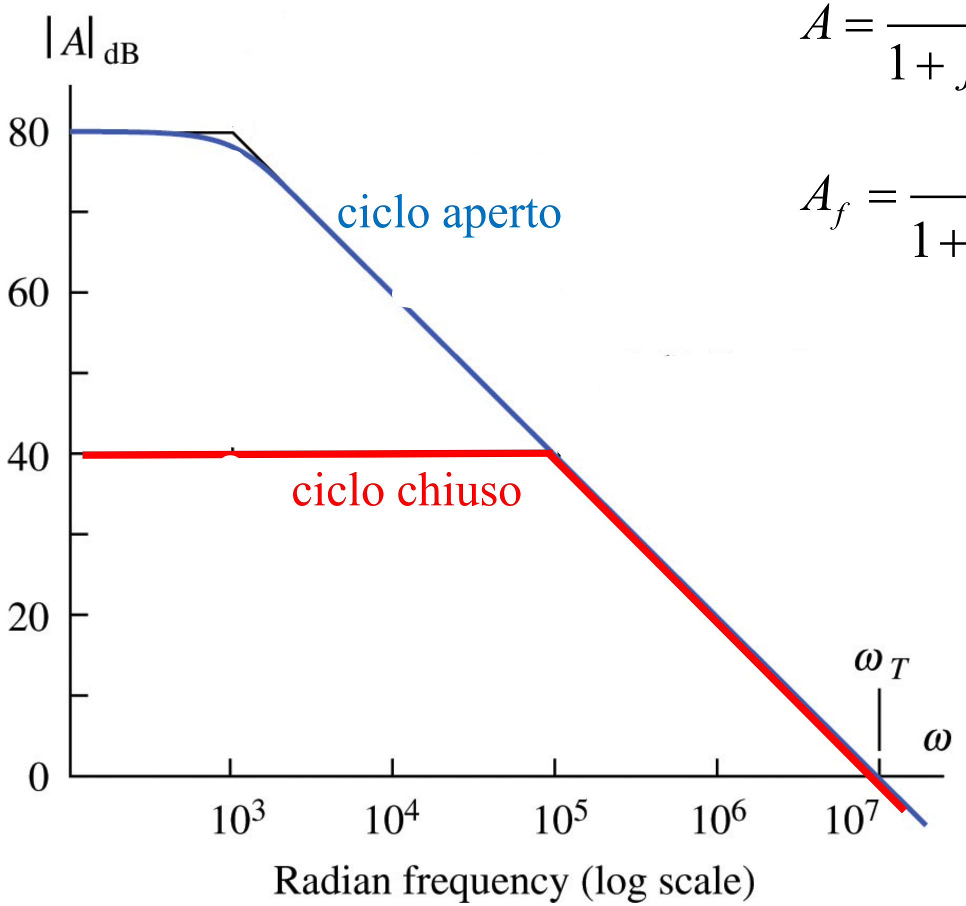
Aumento della banda passante



Esempio: l'amplificatore a ciclo aperto ha una pulsazione di taglio di 10^3 rad/s ed un guadagno di 80 dB.

Utilizziamo l'amplificatore in un sistema retroazionato con β=0.01

Aumento della banda passante

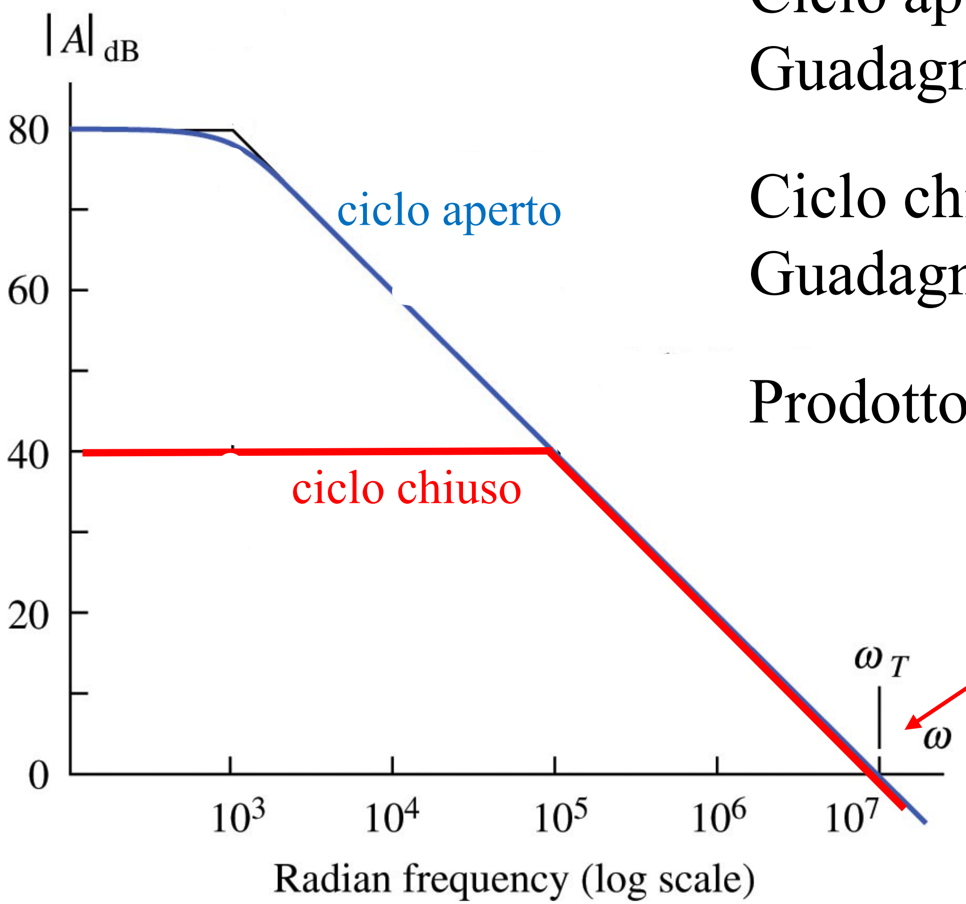


$$A = \frac{10^4}{1 + j\omega / 10^3}; \quad \beta = 0.01$$

$$A_f = \frac{10^4 / \left(1 + 0.01 \times 10^4\right)}{1 + j\omega / \left[10^3 \left(1 + 0.01 \times 10^4\right)\right]} \simeq \frac{10^2}{1 + j\omega / 10^5}$$

La banda aumenta dello stesso fattore di cui si riduce il guadagno.
Il prodotto:
guadagno x banda
è costante

Aumento della banda passante



Ciclo aperto:

Guadagno: $A = 10^4$ Banda: $\omega_H = 10^3$

Ciclo chiuso:

Guadagno: $A_f = 10^2$ Banda: $\omega_{Hf} = 10^5$

Prodotto Guadagno × Banda = 10^7

questa pulsazione ω_T corrisponde al prodotto Guadagno × Banda

Risposta in frequenza

$$A = \frac{A_M}{1 + j\omega / \omega_H}; \qquad A_f = \frac{A_M / \left(1 + \beta A_M\right)}{1 + j\omega / \left[\omega_H \left(1 + \beta A_M\right)\right]}$$

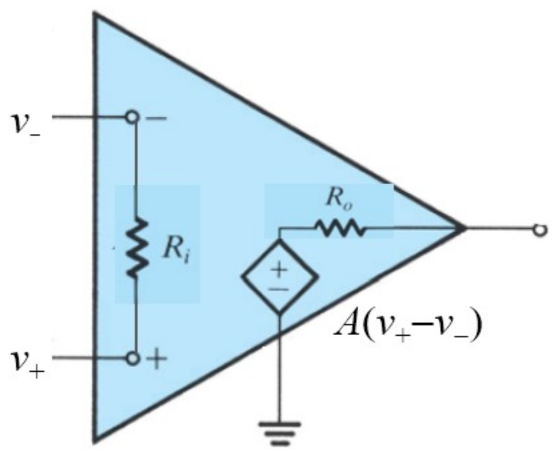
Prodotto guadagno x banda:

$$A_M \omega_H; \qquad \frac{A_M}{\left(1 + \beta A_M\right)}\left[\omega_H \left(1 + \beta A_M\right)\right] = A_M \omega_H$$

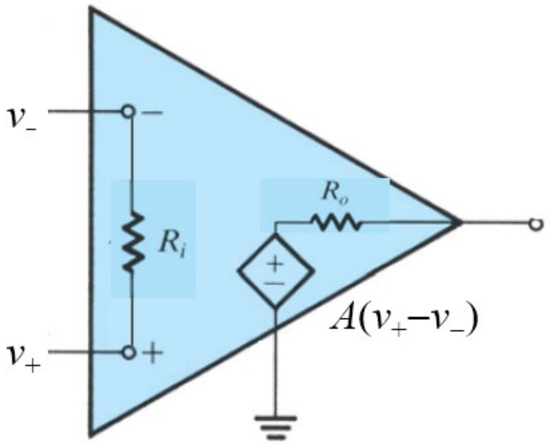
Non-idealità degli operazionali: resistenze di ingresso e di uscita

Abbiamo visto che un amplificatore operazionale esibisce, idealmente, una resistenza di ingresso infinita ed una resistenza di uscita nulla.

Nel caso reale, queste condizioni non saranno esattamente verificate. Il modello dell'operazionale è dunque il seguente:



Non-idealità degli operazionali: resistenze di ingresso e di uscita



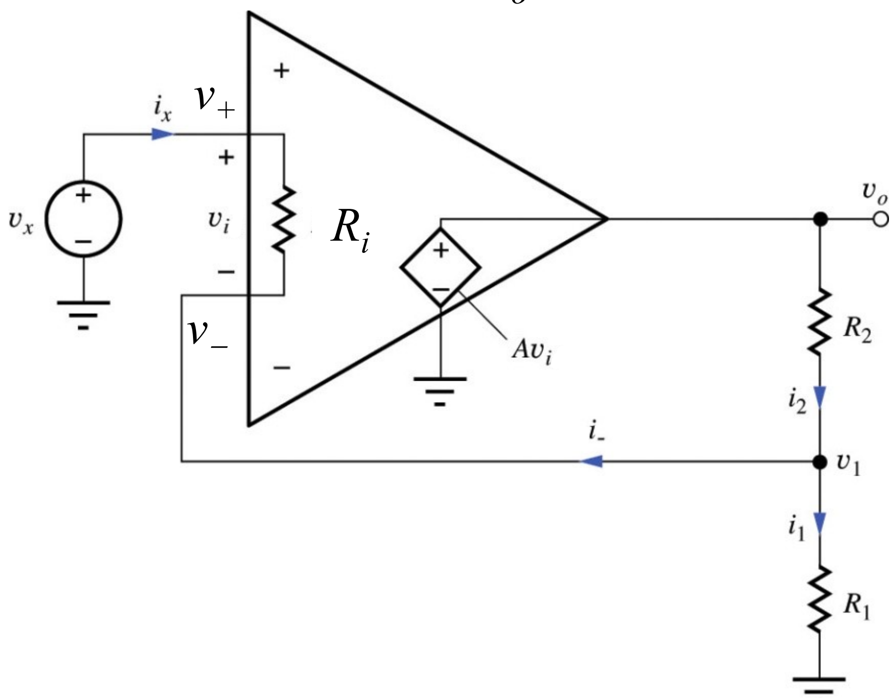
R_i : resistenza di ingresso dell'operazionale
R_o : resistenza di uscita dell'operazionale
A : guadagno a ciclo aperto dell'operazionale

Ci proponiamo ora di valutare le resistenze di ingresso e di uscita **in configurazione non-invertente,** che chiameremo R_{if} e R_{of}.

Da notare che $R_{if} \neq R_i$ e $R_{of} \neq R_o$ (coì come per il guadagno abbiamo osservato che $A_f \neq A$)

Configurazione non-invertente: resistenza di ingresso

Per semplificare i calcoli trascuriamo la resistenza di uscita dell'operazionale, che consideriamo nulla: R_o=0



Per calcolare la resistenza di ingresso, applichiamo un generatore di test v_x all'ingresso. Detta i_x la corrente erogata dal generatore di prova si ha: $R_{if}=v_x/i_x$

Posto: $v_i=v_+ - v_-$ si ha:

$i_x= v_i / R_i$

$$v_o = \frac{A}{1+\beta A} v_x = A v_i \quad \Rightarrow \quad v_i = \frac{1}{1+\beta A} v_x$$

Configurazione non-invertente: resistenza di ingresso

$$i_x = \frac{1}{R_i} v_i$$

$$v_i = \frac{1}{1+\beta A} v_x$$

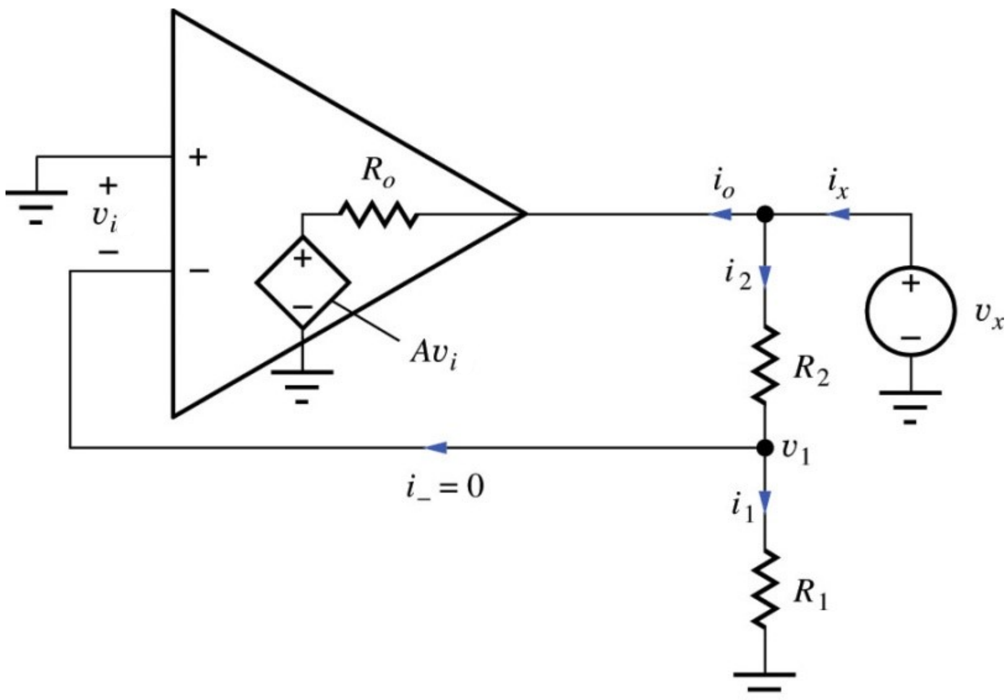
$$i_x = \frac{1}{R_i\left(1+\beta A\right)} v_i$$

$$R_{if} = R_i\left(1+\beta A\right)$$

La resistenza di ingresso della configurazione non-invertente, pur non essendo infinita, **è maggiore della resistenza di ingresso dell'operazionale del fattore 1+Aβ** ed è quindi molto elevata.

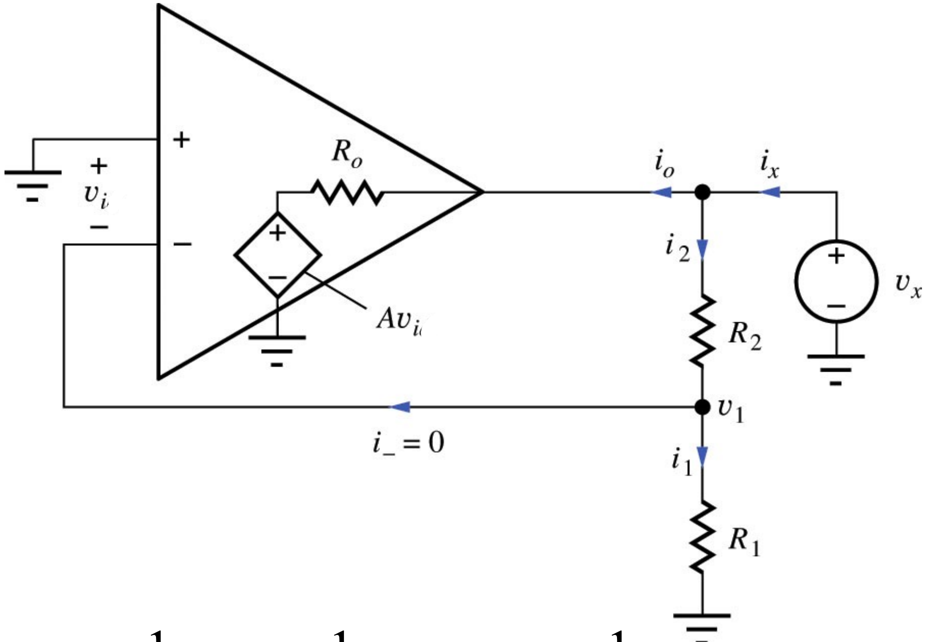
Configurazione non-invertente: resistenza di uscita

In questo caso, per semplificare i calcoli, trascuriamo la resistenza di ingresso dell'operazionale, che consideriamo infinita: $R_i=\infty$.



Per calcolare la resistenza di uscita, applichiamo un generatore di test v_x ai morsetti di uscita dell'amplificatore, dopo aver spento tutti i generatori indipendenti. Detta i_x la corrente erogata dal generatore di prova si ha: $R_{of}=v_x/i_x$

Configurazione non-invertente: resistenza di uscita



$$i_x = i_0 + i_2$$

$$i_2 = \frac{v_x}{R_1 + R_2}$$

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{v_x - Av_i}{R_o} \\ v_i &= -\beta v_x \end{aligned}\right\} \Rightarrow i_0 = v_x \frac{1 + A\beta}{R_o}$$

$$i_x = \frac{v_x}{R_1 + R_2} + v_x \frac{1 + A\beta}{R_o}$$

$$\frac{1}{R_{of}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_o / (1 + A\beta)} \quad \Rightarrow \quad R_{of} = \left(R_1 + R_2\right) \| \left[R_o / (1 + A\beta)\right]$$

$$R_{of} \simeq \frac{R_o}{1 + A\beta}$$

La resistenza di uscita della configurazione non-invertente, pur non essendo nulla, **è minore della resistenza di ingresso dell'operazionale del fattore 1+Aβ** ed è quindi molto piccola.

Slew-rate

A causa della struttura interna dell'operazionale, tensione di uscita non può variare velocità eccessivamente elevata. In termini più precisi, la derivata della tensione di uscita rispetto al tempo non può superare un valore massimo, denominato slew-rate

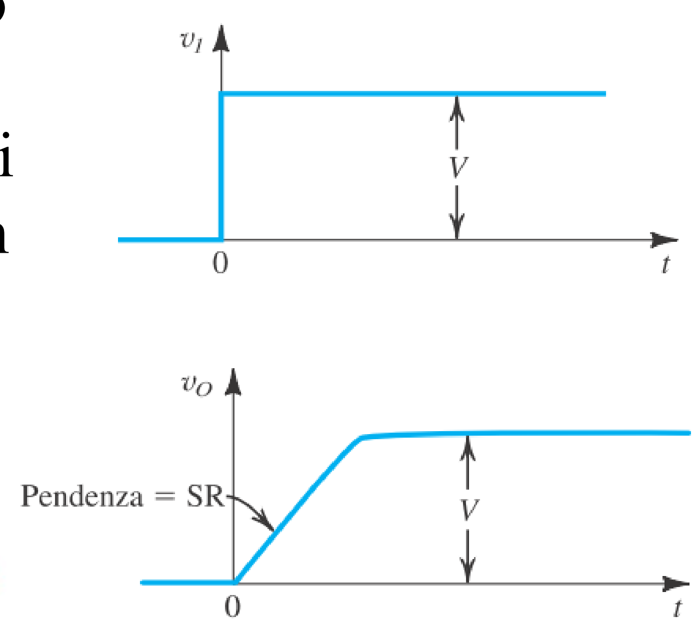
$$SR = \left.\frac{dv_O}{dt}\right|_{\max}$$

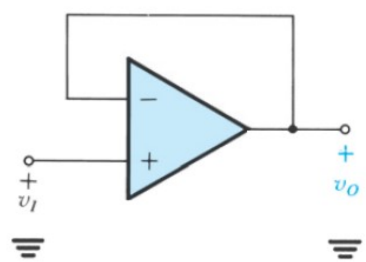
Il valore dello slew-rate dipende dalla struttura interna dell'operazionale ed è dell'ordine di diversi V/μs

Slew-rate

Lo slew-rate è un fenomeno non-lineare che può comportare una severa distorsione del segnale.

Consideriamo, ad esempio, un operazionale configurato come stadio separatore, a guadagno unitario, ed applichiamo in ingresso un gradino di tensione. L'uscita avrà l'andamento in figura con un dv_O/dt limitato dallo slew-rate





Slew-rate

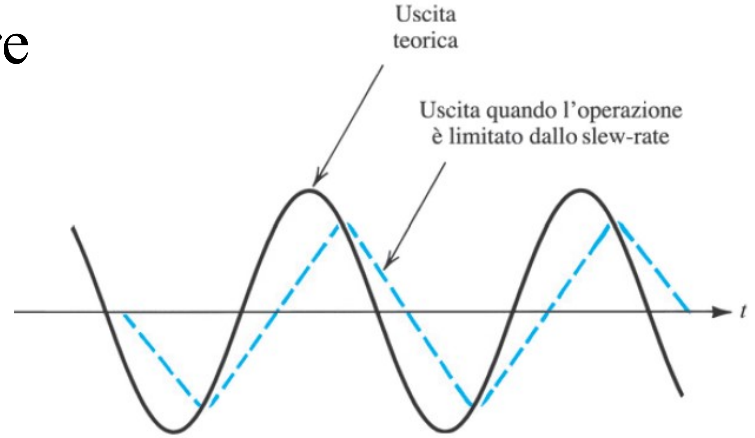
Consideriamo il caso di un segnale di uscita sinusoidale: $v_o = V_P \sin(\omega t)$.

Lo slew-rate non distorce questo segnale se è verificata la condizione:

$$\frac{dv_O}{dt} = \omega V_P \cos(\omega t) \leq SR$$

Il valore massimo della derivata viene raggiunto per t=0. Per evitare distorsione da slew-rate deve pertanto essere soddisfatta la relazione seguente:

$$\omega V_P \leq SR \quad \text{ovvero:} \quad \omega \leq SR / V_P$$



Non-idealità in continua: tensione di offset

La tensione di uscita di un operazionale è:

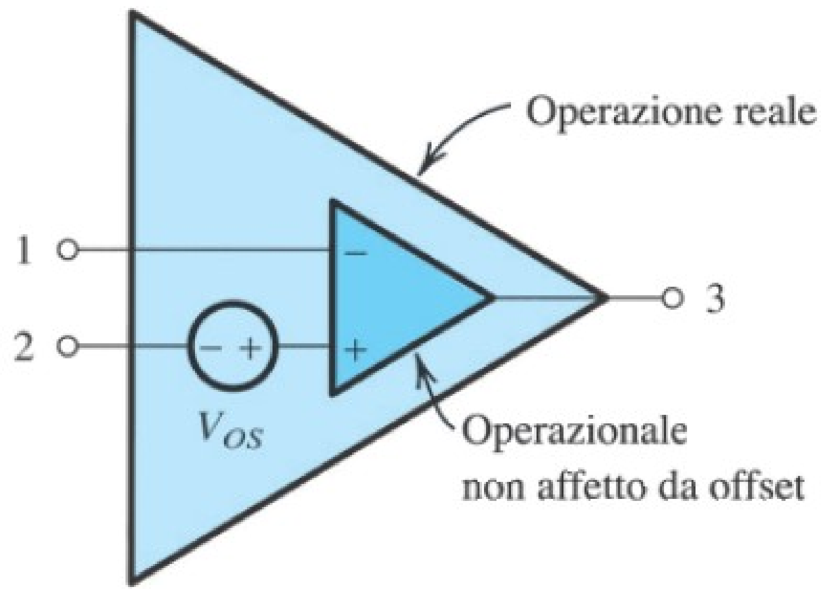
$$v_o = \mathrm{A}(v_+ - v_-)$$

e dovrebbe quindi essere perfettamente nulla se $v_+ - v_- = 0$

Questa condizione non è esattamente verificata in un operazionale reale, in cui la tensione di uscita è diversa da zero anche per $v_+ - v_- = 0$.

Non-idealità in continua: tensione di offset

Il fenomeno può essere modellato rappresentando l'operazionale con un operazionale ideale ed un generatore di tensione fittizio in ingresso (il cui valore è denominato **tensione di offset**)



Non-idealità in continua: tensione di offset

Effetto dell'offset in un amplificatore in configurazione invertente o non-invertente: