

Modellizzazione dei Sistemi Logistici

Uso di Excel per la risoluzione di problemi di ottimizzazione

Corso di Studi in Ingegneria Gestionale

a.a. 2020-2021

giuseppe.bruno@unina.it

Docente: Prof. Giuseppe Bruno

Il componente aggiuntivo Risolutore

Microsoft Excel dispone di una funzione tra i *Componenti aggiuntivi*, chiamata **Risolutore** che consente di determinare la soluzione ottima di problemi di Programmazione matematica (Programmazione Lineare PL, Programmazione Lineare Intera PLI, e alcuni classi particolari di Problemi di Programmazione Non Lineare PNL).

Installazione

I componenti aggiuntivi di Excel sono disponibili con l'installazione di Microsoft Office o Excel.

Per l'installazione, seguire i passi seguenti:

File

Opzioni

Componenti Aggiuntivi

Gestisci → Componenti Aggiuntivi di Excel → Vai

Spuntare la casella accanto alla voce **Componente Aggiuntivo Risolutore**, quindi scegliere **OK**.

Il componente aggiuntivo Risolutore

Installazione

The image illustrates the steps to install the Solver add-in in Microsoft Excel. It shows the 'Opzioni di Excel' (Excel Options) dialog box with the 'Componenti aggiuntivi' (Add-Ins) tab selected. The 'Componente aggiuntivo Risolutore' (Solver Add-in) is listed under 'Componenti aggiuntivi di applicazioni inattivi'. The 'Gestisci:' dropdown is set to 'Componenti aggiuntivi di Excel', and the 'Vai...' button is highlighted. A red arrow points from this area to a smaller dialog box titled 'Componenti aggiuntivi' where the 'Componente aggiuntivo Risolutore' is checked, and the 'OK' button is highlighted.

Opzioni di Excel - Componenti aggiuntivi

Nome	Percorso	Tipo
Componenti aggiuntivi di applicazioni attive		
Componente aggiuntivo Risolutore	C:\...\XLAM	Componente aggiuntivo
Componenti aggiuntivi di applicazioni inattive		
Analysis ToolPak	C:\...\32.XLL	Componente aggiuntivo
Analysis ToolPak - VBA	C:\...\XLAM	Componente aggiuntivo
Contenuto invisibile	C:\...\D.DLL	Controllo documento
Data (XML)	C:\...\FL.DLL	Azione
Dati XML personalizzati	C:\...\D.DLL	Controllo documento

Componente aggiuntivo: Componente aggiuntivo Risolutore
Autore:
Compatibilità: Informazioni sulla compatibilità non disponibili
Percorso: C:\Program Files\Microsoft Office\Office14\Library\SOLVER\SOLVER.XLAM
Descrizione: Strumento per l'ottimizzazione delle formule e la risoluzione delle equazioni

Gestisci: Componenti aggiuntivi di Excel [Vai...]

Componenti aggiuntivi

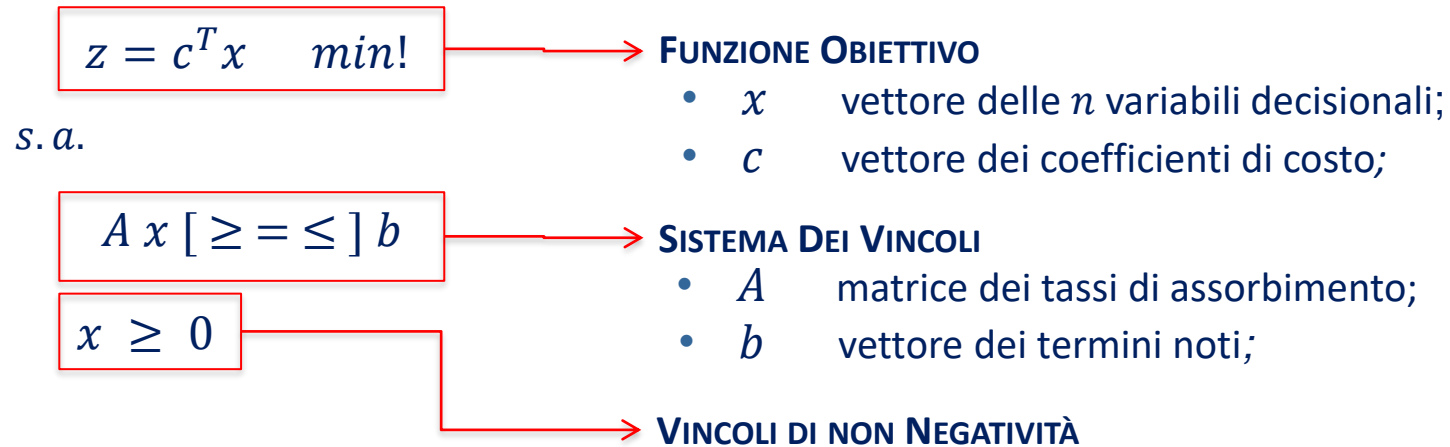
Componenti aggiuntivi disponibili:

- Analysis ToolPak
- Analysis ToolPak - VBA
- Componente aggiuntivo Risolutore
- Euro Currency Tools

OK
Annulla
Sfogliare...
Automazione...

Impostazione foglio elettronico

Excel può essere utilizzato per **analizzare** e **risolvere** problemi di programmazione lineare. Chiaramente il problema dovrà essere formulato in una forma diversa da quella comunemente utilizzata.



Come inserire le componenti principali
di un modello di programmazione lineare in un foglio elettronico?

Impostazione foglio elettronico

Con riferimento al problema introdotto, si illustrerà come impostare il Foglio di calcolo per l'analisi e la risoluzione del problema.

Problema

Una pasticceria produce due tipi di crèmes brûlées ai frutti di bosco ed alla cannella. Per Kg di prodotto sono utilizzate le quantità di ingredienti riportate nella tabella seguente:

	<i>Crèmes brûlées Frutti di bosco</i>	<i>Crèmes brûlées Cannella</i>
<i>Panna (l)</i>	0	1
<i>Latte (l)</i>	10	40
<i>Uova (pz)</i>	10	10
<i>Zucchero (g)</i>	300	100

La disponibilità giornaliera degli ingredienti è di: 230 l di latte, 5 l di panna, 110 uova e 2700 g di zucchero. I dolci sono venduti rispettivamente ai prezzi di 20 euro al chilo e 15 euro al chilo. Determinare il tasso di produzione dei due prodotti in modo da massimizzare il profitto totale.

Impostazione foglio elettronico

Le celle ombreggiate sono quelle che mostrano i dati del problema (**celle dati**).

Le **celle variabili** rappresentano delle **celle di input** in cui andranno inseriti i valori da assegnare alle variabili decisionali (celle modificabili). Normalmente tali valori sono inizializzati a zero.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2				Prodotti							
3				C.B. Frutti di bosco	C.B. Cannella						
4		Ingredienti	Panna	0	1						
5			Latte	10	40						
6			Uova	10	10						
7			Zucchero	300	100						
8											
9		Profitti per kg di prodotto venduto		20	15						
10											
11		Variabili Decisionali									
12											
13		Funzione Obiettivo		0							
14											
15		Vincoli									
16				Quantità Impiegate							
17			Panna	0	<=						
18			Latte	0	<=						
19			Uova	0	<=						
20			Zucchero	0	<=						
21											

Matrice A

Vettore c^T

Vettore x

Vettore b

Impostazione foglio elettronico

La **cella obiettivo** contiene la formulazione della funzione obiettivo, ossia il prodotto tra ciascuna cella variabile ed il relativo coefficiente di profitto.

Le **celle vincoli** contengono le formule relative alle quantità che si intendono vincolare, in questo caso le quantità di risorse da impiegare per la produzione dei due prodotti.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2				Prodotti							
3				C.B. Frutti di bosco	C.B. Cannella						
4		Ingredienti	Panna	0	1						
5			Latte	10	40						
6			Uova	10	10						
7			Zucchero	300	100						
8											
9		Profitti per kg di prodotto venduto		20	15						
10											
11		Variabili Decisionali									
12		Funzione Obiettivo		0							
13											
14											
15		Vincoli									
16			Quantità Impiegate								
17			Panna	0	<=						
18			Latte	0	<=						
19			Uova	0	<=						
20			Zucchero	0	<=						
21											

Formule:

- Funzione Obiettivo: $=D11*D9+E11*E9$
 $=MATR.SOMMA.PRODOTTO(D11:E11;D9:E9)$
- Vincolo Panna: $=D4*D9+E4*E9$
 $=MATR.SOMMA.PRODOTTO(D4:E4;D11:E11)$

Impostazione foglio elettronico

Poiché sia il risultato della cella obiettivo che delle celle vincoli, dipendono dai valori contenuti nelle celle modificabili, esse costituiscono delle **celle di output**.

Cambiando i valori nelle celle variabili, il Foglio Elettronico ricalcola automaticamente i valori di output.

Potrebbe risultare interessante, prima di passare alla risoluzione del problema, confrontare gli scenari prodotti da un certo numero di soluzioni differenti.

Attraverso l'utilizzo dello strumento di analisi **Scenari**, Excel consente di salvare e confrontare diverse possibili soluzioni al problema.

	A	B	C	D	E	F
1						
2				Prodotti		
3				C.B. Frutti di bosco	C.B. Cannella	
4		Ingredienti	Panna	0	1	
5			Latte	10	40	
6			Uova	10	10	
7			Zucchero	300	100	
8						
9		Profitti per kg di prodotto venduto		20	15	
10						
11		Variabili Decisionali				
12						
13		Funzione Obiettivo		0		
14						
15		Vincoli				
16				Quantità Impiegate		Quantità Disponibili
17			Panna	0	<=	5
18			Latte	0	<=	230
19			Uova	0	<=	110
20			Zucchero	0	<=	2700
21						

Impostazione Risolutore

Specificare la cella che contiene il valore della funzione obiettivo (*f.o.*)

Spuntare il comando **Max** o **Min** a seconda che il problema richieda la massimizzazione o la minimizzazione della *f.o.*

Spuntare il comando **Valore di** se si desidera che la *f.o.* assuma un determinato valore, da digitare nella casella accanto.

Specificare le celle che contengono le variabili di decisione.

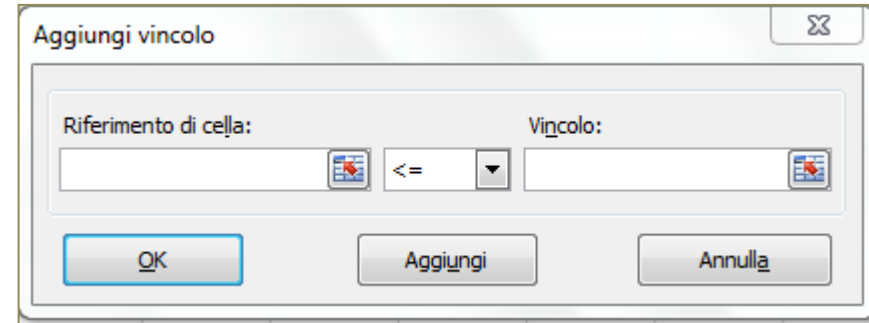
Specificare in questa sezione i vincoli che si desidera applicare. Per l'inserimento dei vincoli cliccare su **Aggiungi** e seguire la procedura illustrata di seguito nel dettaglio.

Impostazione Risolutore

Inserimento Vincoli

Per ciascun vincolo è necessario:

- Inserire il riferimento della cella che contiene la formula del primo membro (left hand side) del vincolo;
- Selezionare il tipo di vincolo che si desidera imporre;
- Inserire il valore numerico del termine noto (right hand side) del vincolo.



Oltre alle relazioni \leq , \geq , $=$, è possibile specificare anche le relazioni **int**, **bin** e **dif**.

Ma valgono solo per vincoli sulle variabili decisionali, cioè quando il l.h.s. del vincolo è una cella o un intervallo di celle contenenti variabili decisionali.

Selezionando **int**, si vincola la variabile decisionale ad assumere valori interi, e nella casella **Vincolo** verrà automaticamente visualizzato **intero**.

Selezionando **bin**, si vincola la variabile decisionale ad assumere i valori 0/1 e nella casella **Vincolo** verrà automaticamente visualizzato **binario**.

Selezionando **dif**, si vincolano tutte le variabili decisionali selezionate ad assumere valori differenti e nella casella **Vincolo** verrà automaticamente visualizzato **alldifferent**. Questo vincolo è particolarmente utile quando la soluzione del problema di programmazione lineare è una permutazione di numeri interi. (Problemi di ordinamento e/o sequenziamento).

Impostazione Risolutore

Una volta che i vincoli sono stati inseriti, è possibile, dalla finestra di dialogo **Parametri Risolutore**, selezionarne uno qualsiasi per modificarlo o eliminarlo. Scegliere **Cambia** e apportare le modifiche oppure scegliere **Elimina**.

I vincoli di non negatività delle variabili o si formulano esplicitamente, come vincoli qualsiasi, o implicitamente spuntando questa casella.

Parametri Risolutore

Imposta obiettivo:

A: Max Min Valore di:

Modificando le celle variabili:

Soggette ai vincoli:

-
-
-
-

Rendi non negative le variabili senza vincoli

Selezionare un metodo di risoluzione:

Metodo di risoluzione

Selezionare il motore GRG non lineare per i problemi lisci non lineari del Risolutore. Selezionare il motore Simplex LP per i problemi lineari e il motore evolutivo per i problemi non lisci.

Guida Risolvi Chiudi

Impostazione Risolutore

Dopo aver definito il problema, bisogna selezionare, tra quelli elencati, il metodo di risoluzione più adatto al caso in esame. I metodi disponibili sono tre. Per i modelli di programmazione lineare selezionare **Simplex LP**. Gli altri due metodi sono utilizzati per risolvere particolari problemi di programmazione Non Lineare.

Prima di avviare il processo risolutivo (comando **Risolvi**), è possibile cliccare sul comando **Opzioni** per intervenire sulla modalità di ricerca della soluzione, in particolare su alcuni parametri dell'algoritmo.

Parametri Risolutore

Imposta obiettivo:

A: Max Min Valore di:

Modificando le celle variabili:

Soggette ai vincoli:

-
-
-
-

Rendi non negative le variabili senza vincoli

Selezionare un metodo di risoluzione:

Metodo di risoluzione

Selezionare il motore GRG non lineare per i problemi lisci non lineari del Risolutore. Selezionare il motore Simplex LP per i problemi lineari e il motore evolutivo per i problemi non lisci.

Opzioni

Guida Risolvi Chiudi

Impostazione Risolutore

Approssimazione vincoli: si tratta di un valore, compreso tra 0 e 1, utilizzato dal Risolutore per determinare quando viene soddisfatto un vincolo. Chiaramente, una precisione maggiore è ottenibile specificando un maggior numero di cifre decimali.

Mostra risultati iterazione: spuntare questo comando se si desidera visualizzare i valori di ogni soluzione di prova esplorata dall'algoritmo.

Tempo massimo: rappresenta il tempo massimo concesso al Risolutore per ottenere una soluzione. Se questo tempo trascorre senza che venga trovata una soluzione, il processo viene interrotto e il Risolutore visualizza un messaggio per comunicare di non essere riuscito a trovare una soluzione nel tempo previsto ($T_{max} = 32767$ s).

Iterazioni: specifica il numero di iterazioni concesse al Risolutore per trovare una soluzione. Se viene raggiunto il numero massimo di iterazioni prima che il Risolutore trovi una soluzione, il processo viene interrotto e viene visualizzato un messaggio che dice che non è possibile trovare una soluzione all'interno del numero di iterazioni consentite ($N_{max} = 32767$).

The image shows a screenshot of the 'Opzioni' (Options) dialog box for the Solver, specifically for the 'Evolutivo' (Evolutionary) method. The dialog has three tabs: 'Tutti i metodi', 'GRG non lineare', and 'Evolutivo'. The 'Evolutivo' tab is selected. The settings are as follows:

- Approssimazione vincoli:** 0.000001
- Usa proporzioni automatiche
- Mostra risultati iterazione
- Risoluzione con vincoli sugli interi:**
 - Ignora vincoli sugli interi
 - Ottimizzazione interi (%): 1
- Risoluzione limiti:**
 - Tempo massimo (secondi): [empty]
 - Iterazioni: [empty]
- Vincoli evolutivi e sugli interi:**
 - Numero massimo problemi secondari: [empty]
 - Numero massimo soluzioni realizzabili: [empty]

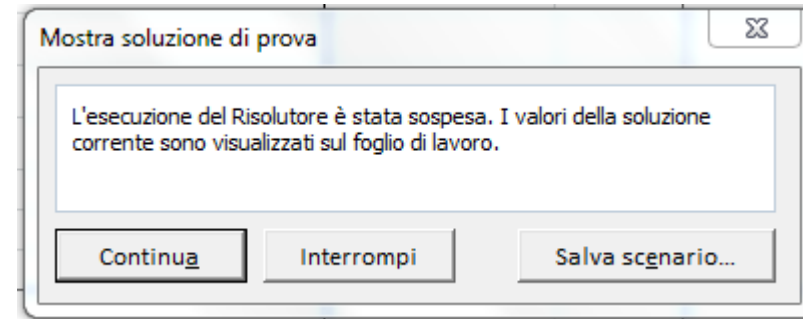
At the bottom of the dialog are the 'OK' and 'Annulla' (Cancel) buttons. Three yellow arrows point from the text on the left to the 'Approssimazione vincoli' field, the 'Mostra risultati iterazione' checkbox, and the 'Tempo massimo (secondi)' field.

Impostati i parametri, tornare nella finestra di dialogo **Parametri Risolutore** ed avviare la Risoluzione.

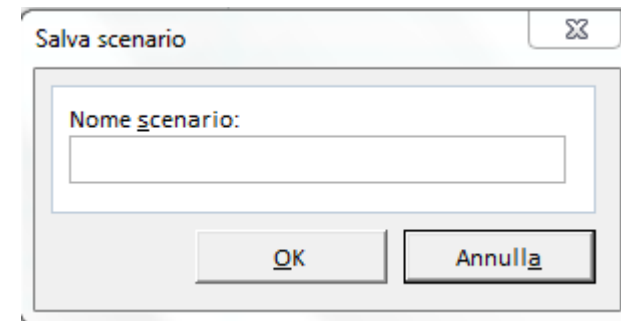
Impostazione Risolutore

E' possibile analizzare e soluzioni intermedie esplorate dall'algoritmo, ad ogni iterazione comparirà la finestra di dialogo **Mostra soluzione di prova**.

Si potrà decidere se interrompere o meno il processo di ricerca e se salvare o meno la soluzione corrente.



Per salvare lo scenario relativo alla soluzione corrente, cliccare su **Salva scenario** e quindi immettere un nome nella casella **Nome scenario**.



Può essere interessante salvare gli scenari relativi a tutte le soluzioni intermedie esplorate ed analizzarli alla fine attraverso lo strumento **Gestisci Scenari**.

Un prospetto di tali scenari può costituire una traccia del processo di ricerca effettuato dall'algoritmo.

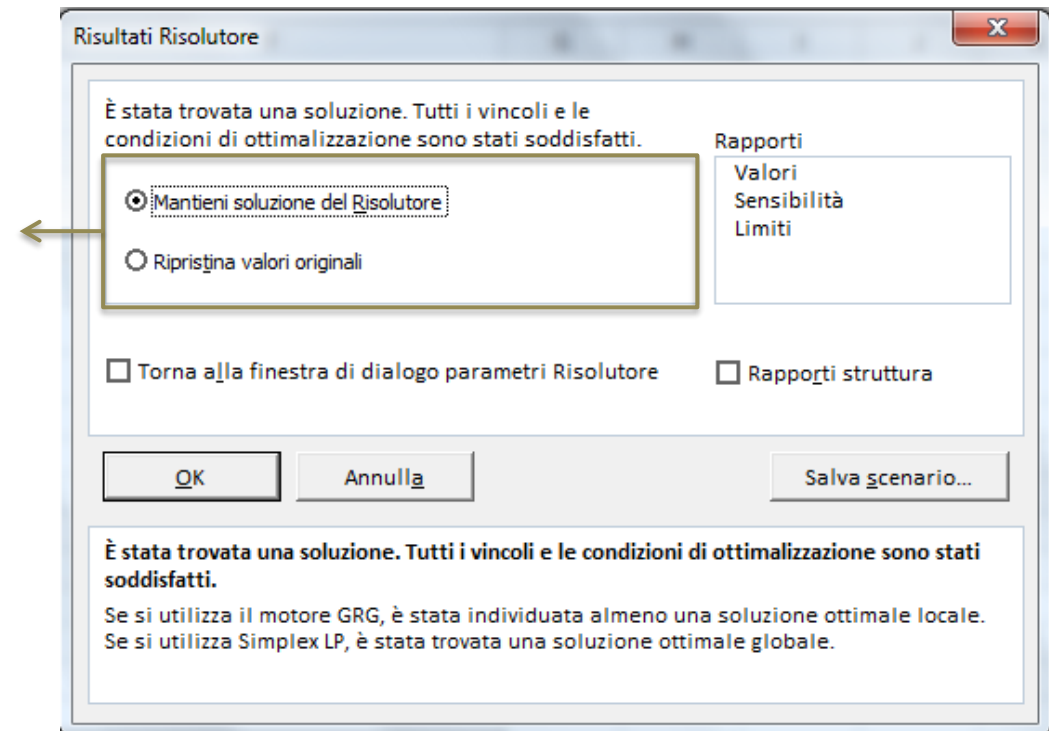
Impostazione Risolutore

Soluzione finale

Quando il Risolutore ha terminato il calcolo della soluzione ottima, compare la finestra **Risultati Risolutore**.

Per mantenere i valori della soluzione nel foglio di lavoro, spuntare la voce **Mantieni soluzione del Risolutore**. In questo caso, tornando al foglio Excel si potrà verificare che le celle di decisione contengono il valore della soluzione ottima, la cella obiettivo contiene il corrispondente valore della f.o., il valore del l.h.s dei vincoli è calcolato utilizzando il valore corrente delle variabili di decisione.

Per ripristinare i dati originali, spuntare la voce **Ripristina valori originali**.



Formulazione modelli - 1

Una piccola azienda produce due prodotti P_1, P_2 che mette sul mercato al prezzo di 30 € e 10 € rispettivamente.

L'azienda è composta da due reparti di lavorazione. Il primo reparto dispone di 4 macchine di tipo A mentre il secondo reparto dispone di 6 macchine di tipo B.

La manodopera complessivamente impiegata è di 12 unità (si ipotizzi che il tempo di lavoro settimanale per uomini e macchine sia di 40 ore).

Per produrre una unità di P_1 occorrono 1 ora di lavorazione su macchine di tipo A e $1/2$ ora di lavorazione su macchine di tipo B oltre a 4 ore di manodopera.

Per produrre una unità di P_2 occorrono 1 ora di lavorazione su macchine di tipo A e 2 ore di lavorazione su macchine di tipo B oltre a 2 ore di manodopera.

Si determini quante unità di ciascun prodotto conviene produrre per massimizzare il ricavo.

Formulazione modelli - 1

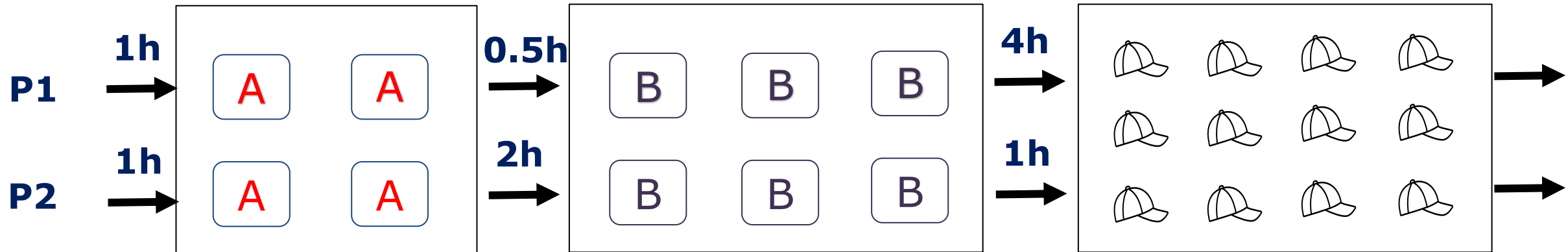
P_1, P_2 al prezzo di 30 € e 10 € rispettivamente.

Reparto 1: 4 macchine di tipo A Reparto 2: 6 macchine di tipo B 12 unità manodopera

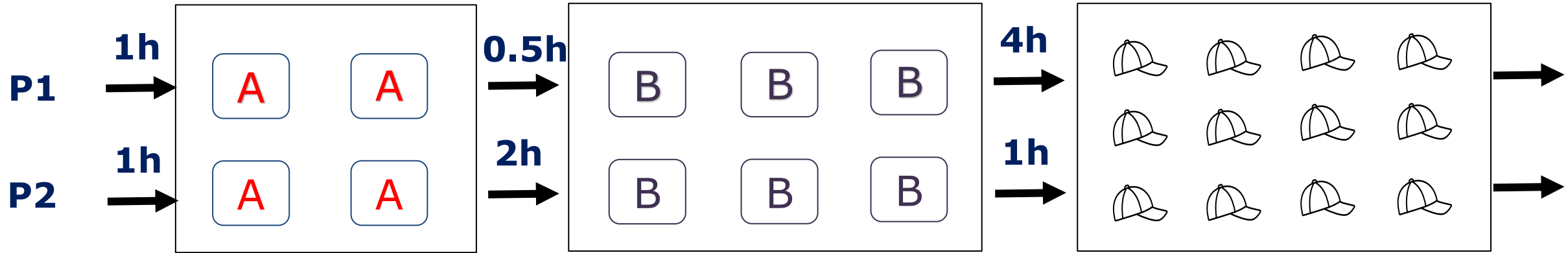
una unità di P_1 : 1h macchine di tipo A; 1/2 h macchine di tipo B; 4 h manodopera.

una unità di P_2 : 1h macchine di tipo A; 2 h macchine di tipo B; 2 h manodopera.

40 ore lavoro settimanale (macchine e manodopera)



Formulazione modelli - 1



Variabili decisionali:

x_1 : quantità P1

x_2 : quantità P2

$$\max z = 30x_1 + 10x_2$$

		PRODOTTI		Disponibilità Totale (h)
		P1	P2	
RISORSE	MACCHINE TIPO A	1	1	160
	MACCHINE TIPO B	0,5	2	240
	MANODOPERA	4	2	480
RICAVI UNITARI		30	10	

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 160 \\ 0,5x_1 + 2x_2 \leq 240 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 480 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Formulazione modelli - 5

Si consideri uno zaino di peso massimo 25 e volume massimo 40 e un insieme di oggetti per ciascuno dei quali si riporta in Tabella il valore c_i , il peso p_i , e il volume v_i . Si formuli il modello matematico per la individuazione degli oggetti di valore totale massimo da inserire nello zaino nel rispetto dei vincoli sul peso e la capacità.

Oggetto	1	2	3	4	5	6	7	8
Valore c_i	10	8	12	15	20	10	10	18
Peso p_i	8	8	6	5	7	4	5	10
Volume v_i	16	10	15	13	8	9	11	15

$$z = 10x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 15x_4 + 20x_5 + 10x_6 + 10x_7 + 18x_8$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 7x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 10x_8 \leq 25 \\ 16x_1 + 10x_2 + 15x_3 + 13x_4 + 8x_5 + 9x_6 + 11x_7 + 15x_8 \leq 40 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 = 0, 1 \end{cases}$$

max!



Formulazione modelli - 5

Formulazione generale:

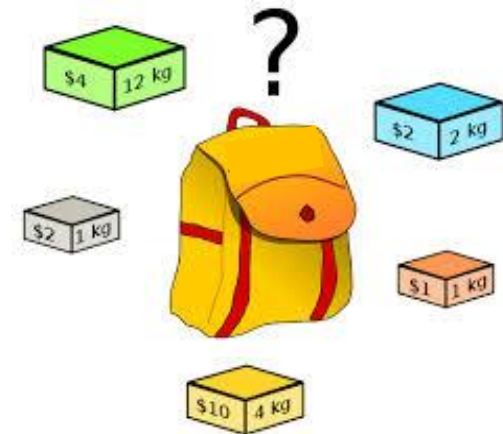
Si consideri uno zaino di peso massimo P e volume massimo V e un insieme di n oggetti per ciascuno dei quali è assegnato il valore c_i , il peso p_i , e il volume v_i .

$$z = \sum_{i=1,n} c_i x_i \quad \text{Max!}$$

$$\sum_{i=1,n} p_i x_i \leq P$$

$$\sum_{i=1,n} v_i x_i \leq V$$

$$x_i = 0/1 \quad i = 1, \dots, n$$



Esempio

Con riferimento al problema introdotto, si illustrerà come impostare il Foglio di calcolo per l'analisi e la risoluzione del problema.

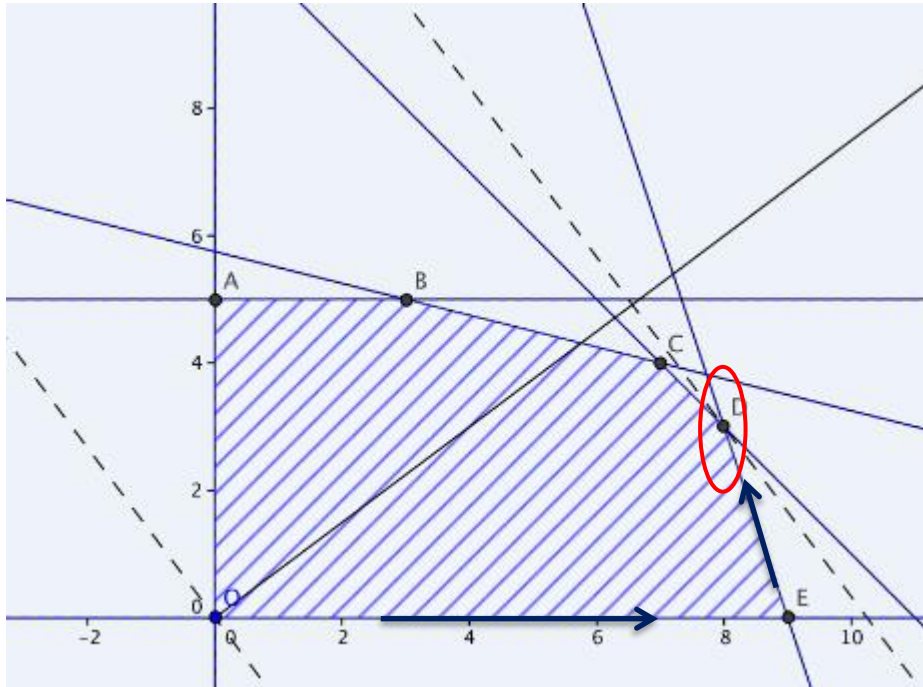
Problema

Una pasticceria produce due tipi di crèmes brûlées ai frutti di bosco ed alla cannella. Per Kg di prodotto sono utilizzate le quantità di ingredienti riportate nella tabella seguente:

	<i>Crèmes brûlées Frutti di bosco</i>	<i>Crèmes brûlées Cannella</i>
<i>Panna (l)</i>	0	1
<i>Latte (l)</i>	10	40
<i>Uova (pz)</i>	10	10
<i>Zucchero (g)</i>	300	100

La disponibilità giornaliera degli ingredienti è di: 230 l di latte, 5 l di panna, 110 uova e 2700 g di zucchero. I dolci sono venduti rispettivamente ai prezzi di 20 euro al chilo e 15 euro al chilo. Determinare il tasso di produzione dei due prodotti in modo da massimizzare il profitto totale.

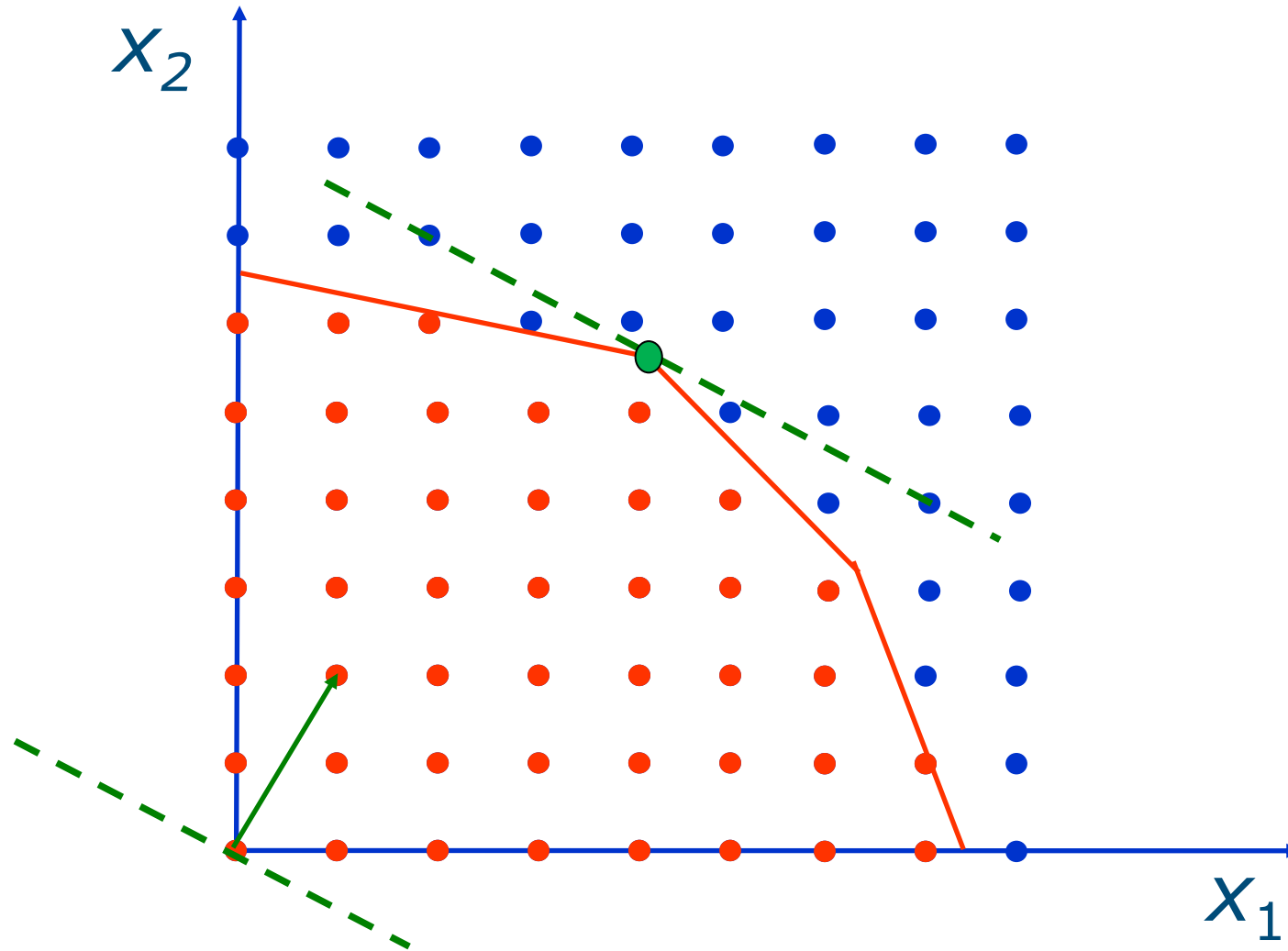
Esempio - Risultati



Nel caso del problema in esame, è possibile verificare attraverso la tabella di riepilogo, che l'algoritmo si sposta prima sul vertice E (9,0) e poi sul vertice ottimo D (8,3).

Riepilogo scenari			
	Valori correnti:	Iterazione 1	Soluzione Ottima
Celle variabili:			
kgFruttiBosco	0	9	8
kgCannella	0	0	3
Celle risultato:			
Profitto	0	180	205
PannaUtilizzata_LitriPerKg	0	0	3
LatteUtilizzato_LitriPerKg	0	90	200
UovaUtilizzate_PzPerKg	0	90	110
ZuccheroUtilizzato_KgPerKg	0	2700	2700

Classificazione modelli programmazione matematica



Esempio - Risultati

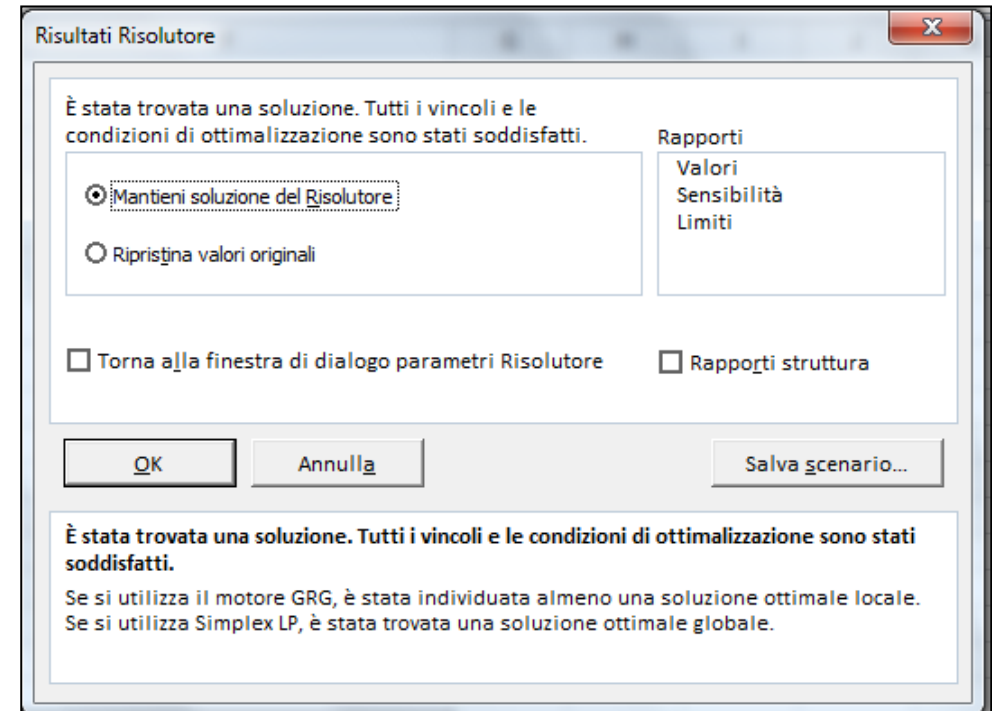
Selezionando nella casella **Rapporti** il tipo di rapporto desiderato e cliccando, quindi, su **OK**, è possibile richiedere informazioni aggiuntive sulla soluzione ottima. Ciascun rapporto selezionato verrà creato in un nuovo foglio nella cartella di lavoro in uso.

I rapporti generabili sono tre:

Rapporto Valori:

Rapporto Sensibilità:

Rapporto Limiti.



Esempio - Risultati

Il **Rapporto Valori** è diviso in tre sezioni: una relativa alla funzione obiettivo (*Cella Obiettivo*), una relativa alle variabili decisionali (*Celle Variabili*) ed un'ultima relativa ai vincoli (*Vincoli*)

- **Cella obiettivo:** riporta l'indirizzo di riferimento della cella in cui è inserita l'espressione della *f.o.*, l'etichetta, il valore iniziale ed il valore finale;

Cella	Nome	Valore originale	Valore finale
\$C\$14	Profitto	205	205

- **Celle variabili:** riporta gli indirizzi di riferimento delle celle variabili, le etichette, i valori iniziali e finali;

Cella	Nome	Valore originale	Valore finale	Intere
\$C\$12	kgFruttiBosco	8	8	Continue
\$D\$12	kgCannella	3	3	Continue

- **Vincoli:** per ciascun vincolo, riporta l'indirizzo in cui è inserita la formula del l.h.s., l'etichetta, il valore del l.h.s. all'ottimo, l'espressione del vincolo in formato Excel, lo stato del vincolo (Vincolante/Non vincolante), la tolleranza (differenza fra il valore all'ottimo del del l.h.s. ed il termine noto).

Cella	Nome	Valore della cella	Formula	Stato	Tolleranza
\$C\$17	PannaUtilizzata_LitriPerKg	3	\$C\$17<=\$E\$17	Non vincolante	2
\$C\$18	LatteUtilizzato_LitriPerKg	200	\$C\$18<=\$E\$18	Non vincolante	30
\$C\$19	UovaUtilizzate_PzPerKg	110	\$C\$19<=\$E\$19	Vincolante	0
\$C\$20	ZuccheroUtilizzato_KgPerKg	2700	\$C\$20<=\$E\$20	Vincolante	0

Esempio - Risultati

Il **Rapporto Sensibilità** è diviso in due sezioni; una relativa alle variabili decisionali (Celle Variabili), in cui sono riportate le informazioni relative alla variazione dei coefficienti di costo, ed una relativa ai vincoli (Vincoli), in cui sono riportate le informazioni relative alla variazione dei termini noti.

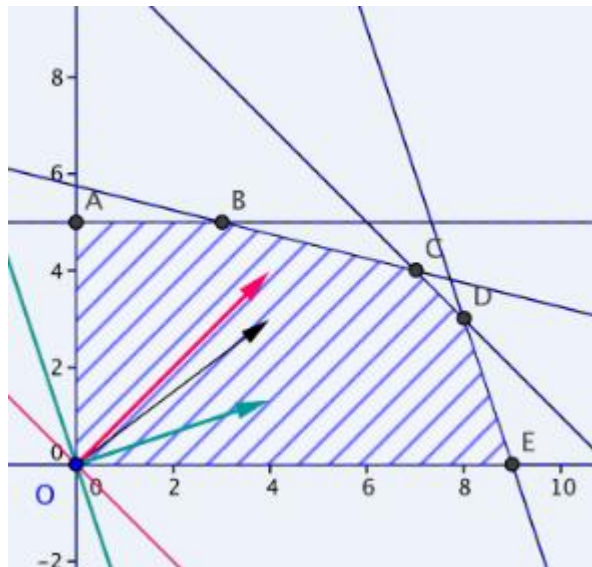
- **Celle variabili:** per ogni variabile è riportato l'indirizzo di riferimento, l'etichetta, il valore finale, il costo ridotto se il valore finale è nullo, il coefficiente della variabile nella funzione obiettivo (c_i), le quantità massime di cui può variare affinché la soluzione trovata rimanga ottima;

Celle variabili

Cella	Nome	Finale Valore	Ridotto Costo	Obiettivo Coefficiente	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$C\$12	kgFruttiBosco	8	0	20	25	5
\$D\$12	kgCannella	3	0	15	5	8.3333333333

$$\Delta c_i^+$$

$$\Delta c_i^-$$



Di quanto può essere variato il coefficiente dell' i -esima variabile nella $f.o.$, mantenendo costante tutti gli altri dati del modello, affinché la soluzione ottima rimanga invariata.

Esempio - Risultati

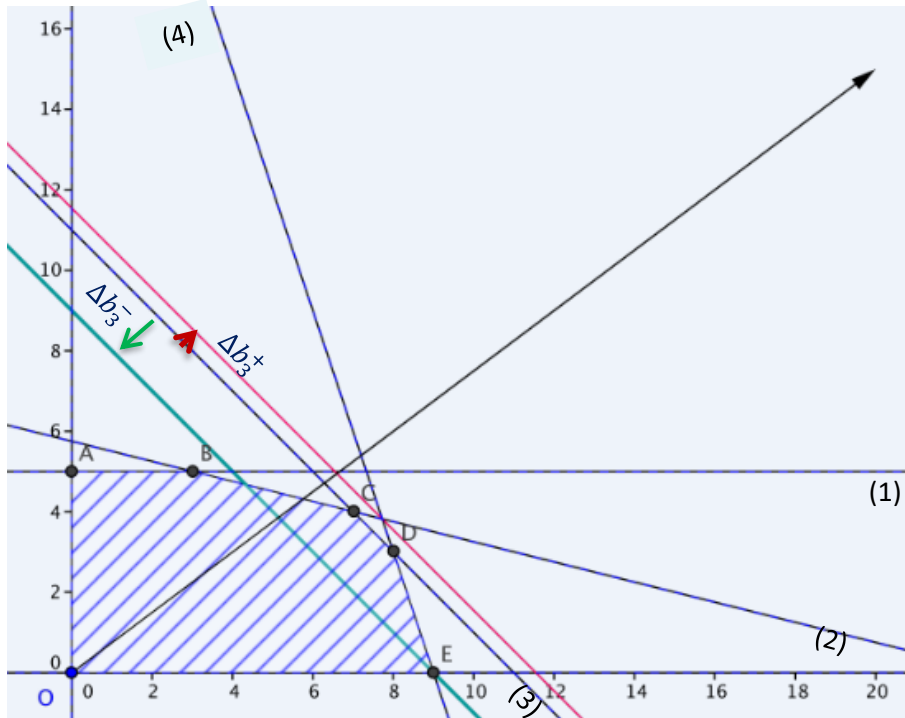
- Vincoli:** per ogni vincolo è riportato l'indirizzo in cui è inserita la formula del l.h.s., l'etichetta, il valore finale, il prezzo ombra per i vincoli saturi, il valore del termine noto, gli estremi dell'intervallo di previsione entro il quale sono validi i prezzi ombra.

Vincoli

Cella	Nome	Finale Valore	Ombreggiatura Prezzo	Vincolo a destra	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$C\$17	PannaUtilizzata_LitriPerKg	3	0	5	1E+30	2
\$C\$18	LatteUtilizzato_LitriPerKg	200	0	230	1E+30	30
\$C\$19	UovaUtilizzate_PzPerKg	110	1.25	110	5.454545455	20
\$C\$20	ZuccheroUtilizzato_KgPerKg	2700	0.025	2700	600	200

$$\Delta b_i^+$$

$$\Delta b_i^-$$



Di quanto può essere variato il coefficiente dell' i -esimo vincolo b_i nella $f.o.$, mantenendo costante tutti gli altri dati del modello, affinché la soluzione ottima rimanga invariata.