

Ponte di Wheatstone

È impiegato per convertire il valore di una resistenza in una tensione. Fondamentalmente è usato per eseguire misure di resistenza elettrica con buona precisione solitamente nell'ordine di $10^{-4} \div 10^{-2} \Omega/\Omega$.

Il ponte di Wheatstone può essere utilizzato in diversi modi:

- Per determinare il valore assoluto di una resistenza confrontandola con una resistenza nota;
- Per determinare le variazioni di resistenza relative.

Il secondo metodo viene utilizzato in relazione alle tecniche di misurazione con estensimetri.

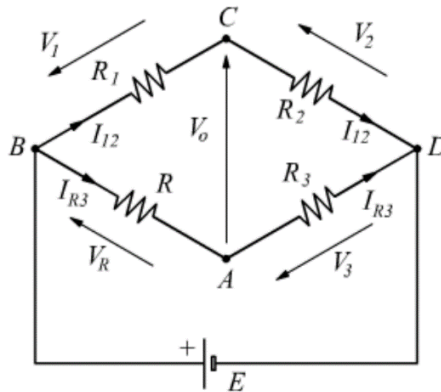


Figura 1 – Ponte di Wheatstone.

Nel circuito di Figura 1, R è la resistenza di uscita di un trasduttore.

La tensione di alimentazione E del ponte si ripartisce tra le due metà del ponte ciascuna delle quali si comporta da regolatore di tensione. Il ponte, inizialmente non equilibrato a causa delle differenze di tensione ai capi delle resistenze elettriche su R_1 , R e R_2 , R_3 . Viene portato all'equilibrio variando il valore di una o due resistenze. I valori delle resistenze all'equilibrio sono calcolati nel modo seguente:

Per circuito di Figura 1 valgono le equazioni:

$$\begin{cases} E = (R + R_3)I_{R3} \\ E = (R_1 + R_2)I_{I2} \\ V_0 = V_2 - V_3 \end{cases}$$

Da cui si ricava:

$$V_0 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R} \right) E$$

Il ponte è in equilibrio se $V_0=0$, e cioè se:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R} = 0 \Rightarrow RR_2 = R_1R_3$$

Per questo motivo, per misurare R si sceglie $R_1 = R_2$ e si varia R_3 per raggiungere la condizione di equilibrio.

In questo, per misure di resistenza, si raggiungono precisioni dell'ordine di una parte su diecimila. Queste

Tecnica della doppia pesata

La tecnica consiste nell'effettuare due misure su R scambiando di posto i due resistori del lato opposto di R e cioè scambiando R_1 con R_2 di Figura 1.

In questo caso si ha:

Se R subisce una variazione ΔR , si ha che la condizione di equilibrio non è più soddisfatta.

$$V_0 = \frac{R_2(R + \Delta R) - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R + \Delta R)} E$$

Se:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

Allora:

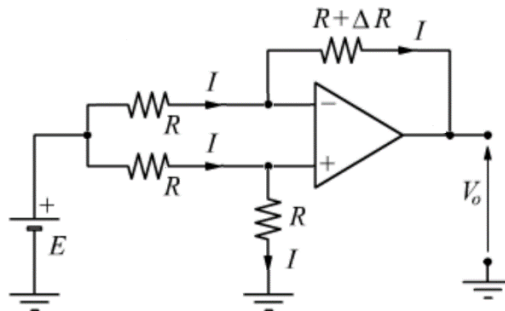
$$V_0 = \frac{R(R + \Delta R) - R^2}{2R(2R + \Delta R)} E = \frac{\Delta R}{2R + \Delta R} \frac{E}{2}$$

Se $\Delta R \ll R$, si ha:

$$V_0 \cong \frac{E}{4R} \Delta R$$

La tensione V_0 in uscita è proporzionale alla variazione ΔR .

L'uso di un amplificatore operazionale permette di realizzare un ponte di Wheatstone con caratteristiche migliorate.

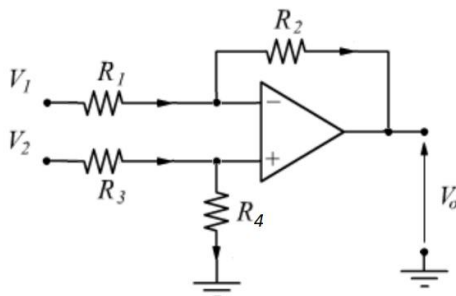


Analogamente, se $\Delta R \ll R$, si ha:

$$V_0 \cong -\frac{E}{4R} \Delta R$$

La tensione V_0 in uscita è proporzionale alla variazione ΔR .

Consideriamo il circuito:



Per tale circuito risulta:

$$V'_0 = -\frac{R_2}{R_1}V_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}V_2$$

$$V'_0 = -\frac{R_2}{R_1}V_C + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_4}{R_3 + R_4}V_A$$

Inoltre, se si considera il guadagno di modo comune A_c e il guadagno di modo differenziale A_d si ha:

$$A_c = \frac{V'_0}{E_c} \Big|_{E_d=0} = \frac{R_4 R_1 - R_3 R_2}{R_1 (R_3 + R_4)}$$

$$A_d = \frac{V'_0}{E_d} \Big|_{E_c=0} = \frac{1}{2} \left[\frac{R_2}{R_1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right]$$

Per eliminare il segnale di modo comune, considerato anche disturbo, occorre scegliere:

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} = k$$

Infatti, con tale scelta si ha:

$$A_c = 0$$

$$A_d = \frac{1}{2} \left[k + (1 + k) \frac{k}{1 + k} \right] = k$$

In questo caso l'uscita sarà: $V'_0 = -kV_0$.

Si noti che con le scelte fatte migliora anche il CMRR. Il CMRR dovuto alla rete di resistenze è, infatti, dato da:

$$CMRR_R = \frac{A_d}{A_c} = \frac{1}{2} \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2 R_2 R_4}{R_1 R_4 - R_2 R_3}$$

Nel caso di una variazione di resistenza, ad esempio di R_2 , e ponendo:

$$R_1 = R_3 = R_4 = R \text{ e } R_2 = R + \Delta R$$

Si ha:

$$A_c = \frac{\Delta R}{2R}$$

$$A_d = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\Delta R}{R} + \left(R + \frac{\Delta R}{2} \right) \right]$$

Il guadagno di modo comune e di modo differenziale peggiorano al crescere di ΔR , a meno che sia possibile operare in modo che sia soddisfatta la condizione:

$$R_3 = R_4 = R \text{ e } R_1 = R_2 = R + \Delta R$$

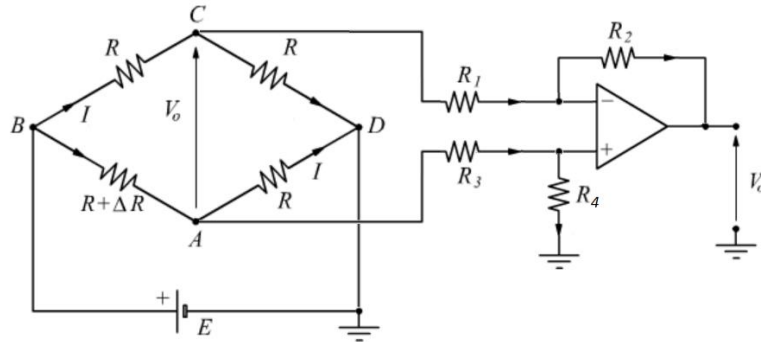
Per migliorare il guadagno di modo differenziale bisogna quindi cambiare contemporaneamente il valore di due resistenze in modo che sia soddisfatta la condizione di matching (delle resistenze).

Inoltre:

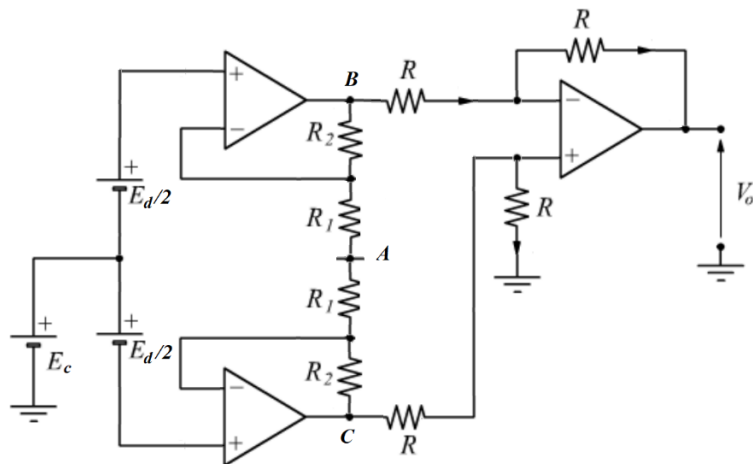
$$CMRR_R = \frac{1}{2} \frac{R^2 + 3R(R + \Delta R)}{R^2 - R(R + \Delta R)} = \frac{1}{2} \frac{1 + 3(1 + \Delta R/R)}{1 - (1 + \Delta R/R)}$$

Il CMRR dipende da $\Delta R/R$ e peggiora al crescere dello sbilanciamento del ponte e anche in questo caso, se $R_1=R_2$ allora migliora anche il CMRR_R.

La seguente soluzione circuitale porta ad analoghe conclusioni.



Per superare tali inconvenienti si usano circuiti con tre amplificatori operazionali, come mostrato nella seguente figura:



Si noti che ai fini del segnale di modo differenziale il nodo A si trova al potenziale di massa virtuale e ai fini del segnale di modo comune si noti che lo stesso nodo A non è attraversato da corrente e pertanto si comporta come un circuito aperto.

Le uscite dei due amplificatori al primo stadio sono:

al nodo B:

$$E_c + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{E_d}{2}$$

al nodo C:

$$E_c - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{E_d}{2}$$

Il secondo stadio è un amplificatore differenziale con guadagno unitario e la sua uscita vale:

$$V'_0 = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E_d$$

Il guadagno di modo comune A_c è nullo mentre il guadagno di modo differenziale è pari a:

$$A_d = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = (1 + A)$$

Il $CMRR_R$ è teoricamente infinito e dipende dalla precisione delle resistenze al secondo stadio amplificatore.

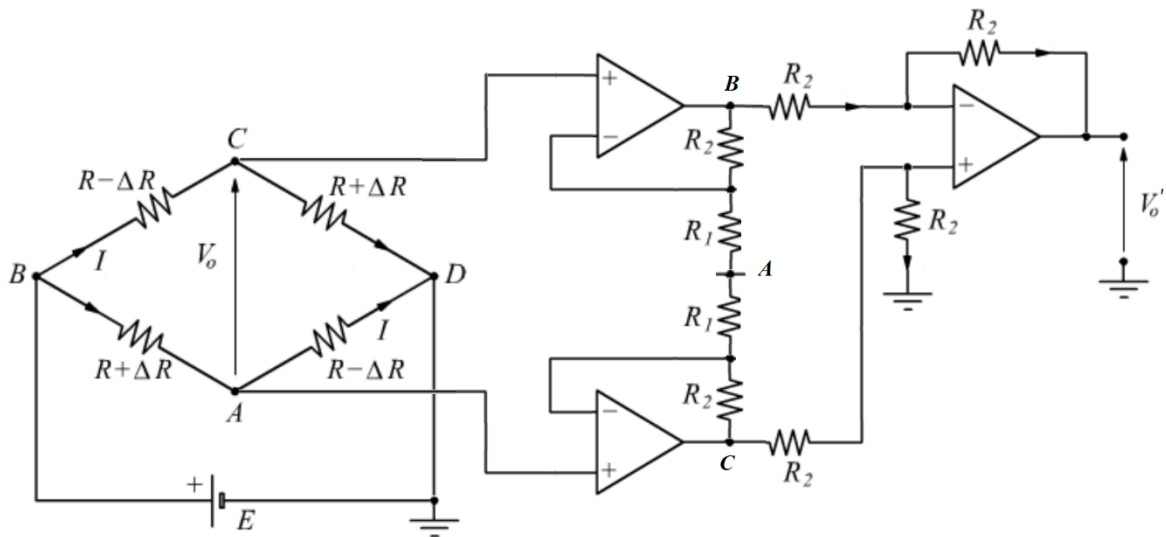
Per il $CMRR_{Totale}$ si ha:

$$\frac{1}{CMRR_T} = -\frac{1}{CMRR_{A11}} + \frac{1}{CMRR_{A12}} + \frac{1}{1+A} \left(\frac{1}{CMRR_{A21}} + \frac{1}{CMRR_R} \right)$$

Si può notare che:

- Lo sbilanciamento del ponte non degrada il CMRR;
- Il CMRR migliora se i due amplificatori (A_{11} e A_{12}) al primo stadio hanno le stesse caratteristiche;
- Il contributo delle resistenze al secondo stadio è pesato con un numero molto piccolo.

Il circuito utilizzato è rappresentato in forma semplificata in figura:



In cui si utilizzano quattro estensimetri che hanno caratteristiche identiche. In questo caso, la tensione di squilibrio del ponte vale:

$$V_0 = \frac{\Delta R}{R} E$$