

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II
SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE



A.A.2020-2021

CORSO DI LAUREA in ARCHITETTURA QUINQUENNALE, 3° ANNO
INSEGNAMENTO DI FISICA TECNICA AMBIENTALE– PROFF. L.BELLIA E B.LPAIELLA

ESERCIZI SULL'IRRAGGIAMENTO TERMICO

NAPOLI, MARZO 2021

ESERCIZIO 1

Il filamento di tungsteno di una lampada ad incandescenza è alla temperatura di 1300°C. Calcolare il potere emissivo, il potere emissivo monocromatico alla lunghezza d'onda in cui tale potere è massimo ed il potere emissivo monocromatico alla lunghezza d'onda di 0,555 μm. Si assuma per il filamento il comportamento di corpo nero.

DATI

Filamento di tungsteno
T = 1300°C

INC

M_n
 $M_{n,\lambda_{\max}}$
 $M_{n,0,555\mu\text{m}}$

SOLUZIONE

Il potere emissivo è valutabile mediante l'applicazione della legge di Stefan-Boltzmann:

$$M_n = \sigma \cdot T^4$$

Con $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$

Per la valutazione dell'emittenza radiante in corrispondenza delle lunghezze d'onda assegnate è necessaria l'applicazione della legge di Planck:

$$M_{n,\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

con $C_1 = 3,741 \cdot 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4/\text{m}^2$ e $C_2 = 1,439 \cdot 10^4 \mu\text{m}/\text{K}$.

La lunghezza d'onda in corrispondenza della quale il potere emissivo monocromatico assume il massimo è ricavabile mediante la legge di Wien:

$$\lambda_{\max} = \frac{C_3}{T}$$

con $C_3 = 2898 \mu\text{mK}$.

Si ha dunque:

$$\begin{aligned} M_n &= 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1573^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (15,73 \cdot 10^2)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 15,73^4 \cdot 10^8 = 5,67 \cdot 61223,04 = \\ &= 347,1 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 347,1 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

Come appena visto, per semplificare il calcolo del potere emissivo è possibile dividere e moltiplicare la temperatura assoluta per 100 prima di elevarla alla quarta potenza: in tal modo i fattori 10^{-8} e 10^8 si elidono a vicenda, risultando in generale:

$$M_n = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{T}{10^2} \cdot 10^2 \right)^4 = 5,67 \cdot \left(\frac{T}{10^2} \right)^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2898}{1573,15} = 1,842 \mu\text{m}$$

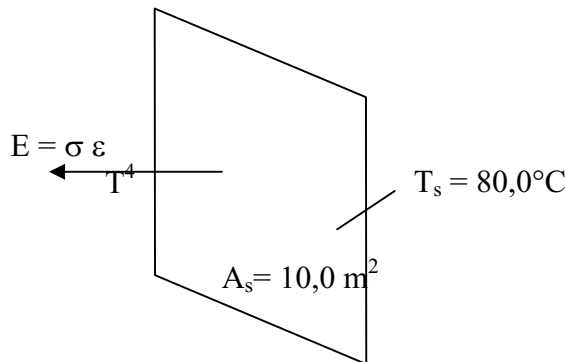
La lunghezza d'onda in corrispondenza dalla quale il potere emissivo monocromatico è massimo ricade nel campo dell'infrarosso.

$$M_{n,\lambda_{\max}} = \frac{3,741 \cdot 10^8}{1,842^5 \left(e^{\frac{1,439 \cdot 10^4}{1,842 \cdot 1573,15}} - 1 \right)} = 123851 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \mu\text{m}}$$

$$M_{n,0,555\mu\text{m}} = \frac{3,741 \cdot 10^8}{0,555^5 \left(e^{\frac{1,439 \cdot 10^4}{0,555 \cdot 1573,15}} - 1 \right)} = 493,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \mu\text{m}}$$

ESERCIZIO 2

Si calcoli la potenza termica emessa per irraggiamento da una superficie in alluminio ossidato che è alla temperatura di 80,0 °C ed ha un'area di 10,0 m².



DATI

Superficie in alluminio ossidato

$$T_s = 80^\circ\text{C}$$

$$A_s = 10,0 \text{ m}^2$$

INC

$$\dot{Q}_E$$

FORMULAZIONE

La potenza termica emessa dalla superficie per irraggiamento, espressa in watt, è pari al prodotto del potere emissivo M per l'area della superficie A_s :

$$\dot{Q}_E = M \cdot A$$

A sua volta il potere emissivo per una generica superficie è pari al prodotto del potere emissivo di una superficie nera alla stessa temperatura per l'emissività ϵ , dipendente dal materiale di cui è costituita la superficie, in questo caso alluminio ossidato:

$$M = \epsilon \cdot M_n = \epsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4,$$

in cui σ è la costante di Stefan-Boltzmann, pari a $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$.

SVOLGIMENTO

Il valore di ϵ è ricavabile dalla tab. 5.2, in cui sono riportati per alcuni materiali i valori dell'emissività in corrispondenza di due valori di temperatura $T_1 = 300\text{K}$ e $T_2 = 500\text{K}$.

Per l'alluminio ossidato il valore dell'emissività in corrispondenza di T_1 è $\epsilon_1 = 0,11$, mentre in corrispondenza di T_2 $\epsilon_2 = 0,16$.

Essendo la temperatura della superficie $T_s = 80^\circ\text{C} = (80 + 273,15) \text{ K} = 353,15 \text{ K}$, interpolando linearmente si ha:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_1 + \frac{T_s - T_1}{T_2 - T_1} \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$$

e sostituendo i valori numerici:

$$\varepsilon_s = 0,11 + \frac{353 - 300}{500 - 300} \cdot (0,16 - 0,11) = 0,11 + \frac{53}{200} \cdot 0,05 = 0,12$$

pertanto

$$M = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 = 0,12 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 353^4 = 105,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (*)$$

$$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot \text{K}^4 = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\dot{Q}_E = M \cdot A_s = 105,6 \cdot 10 = 1056 \text{ W} = 1,056 \cdot 10^3 \text{ W} = 1,06 \text{ kW}$$

$$\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^2 = \text{W}$$

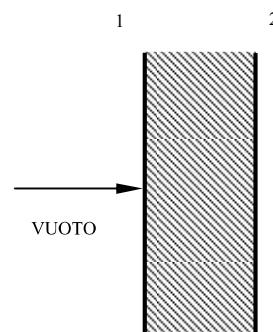
(*) Essendo $\varepsilon \cdot T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 353^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (3,53 \cdot 10^2)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,53^4 \cdot 10^8$, tale prodotto può in generale essere calcolato in modo più snello moltiplicando il fattore 5,67 per la temperatura espressa in kelvin divisa per 100:

$$\varepsilon \cdot T^4 = 5,67 \cdot (T/100)^4.$$

ESERCIZIO 3

Sulla superficie 1 di una parete piana incidono 800 W/m^2 ; la superficie 1 è immersa nel vuoto ed ha una temperatura di 27°C . Nelle ipotesi di regime stazionario e di flusso termico monodimensionale, calcolare il flusso termico trasmesso per conduzione all'interno della parete nel caso in cui:

- a) $\varepsilon_1 = a_1 = 0,800$
- b) $\varepsilon_1 = a_1 = 0,200$



DATI

$$E_1 = 800 \text{ W/m}^2$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

a) $\varepsilon_1 = a_1 = 0,800$

b) $\varepsilon_1 = a_1 = 0,200$

INC

$$\dot{q}_k$$

SOLUZIONE

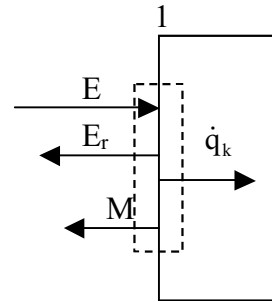
Nelle ipotesi poste, l'equazione di bilancio di energia applicata ad un volume di controllo la cui superficie racchiude la sup.1 fornisce:

$$E = E_r + M + \dot{q}_k$$

$$E = E \cdot (1 - a) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4 + \dot{q}_k$$

$$\dot{q}_k = E \cdot a - \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

e, essendo in entrambi i casi $a = \varepsilon$



$$\dot{q}_k = \varepsilon \cdot (E - \sigma \cdot T^4)$$

$$E + \sigma \cdot T^4 = 800 - 5,67 \cdot 3,00^4 = 800 - 459,27 = 340,73 \frac{W}{m^2}$$

caso a):

$$\dot{q}_k = 0,800 \cdot 340,73 = 272,6 \frac{W}{m^2}$$

caso b):

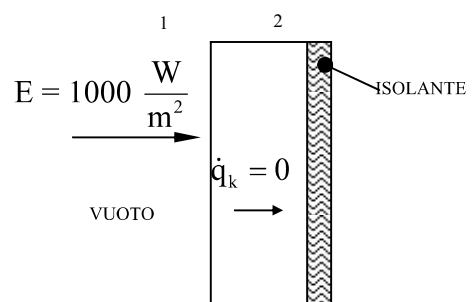
$$\dot{q}_k = 0,200 \cdot 340,73 = 68,1 \frac{W}{m^2}$$

ESERCIZIO 4

Sulla superficie di una parete indefinita in calcestruzzo, incidono 1000 W/m^2 ; la superficie 1 è immersa nel vuoto.

Nell'ipotesi che la superficie 2 della parete sia perfettamente coibentata, si calcoli la temperatura della superficie 1 nell'ipotesi che il fattore di assorbimento e l'emissività assumano i seguenti valori:

- a) $a = \varepsilon = 0,800$
- b) $a = 0,30 \quad \varepsilon = 0,80$
- c) $a = 0,80 \quad \varepsilon = 0,30$



SOLUZIONE

Il bilancio di energia relativo ad un volume di controllo la cui superficie racchiude la sup.1 fornisce:

$$E = E \cdot r + \varepsilon \cdot M_n + \dot{q}_k,$$

ed essendo $\dot{q}_k = 0$:

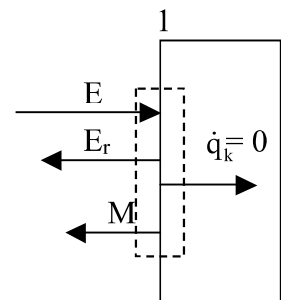
$$E \cdot (1 - r) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4 \quad \Rightarrow \quad \frac{E \cdot a}{\varepsilon \cdot \sigma} = T_1^4$$

da cui:

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{a \cdot E}{\varepsilon \cdot \sigma}}$$

caso a):

$$T_1 = 10^2 \cdot \sqrt[4]{\frac{1000}{5,67}} = 364,4K = 91,3^\circ C$$



caso b):
$$T_1 = 10^2 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,30 \cdot 1000}{0,80 \cdot 5,67}} = 285,2\text{K} = 12,0^\circ\text{C}$$

caso c):
$$T_1 = 10^2 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,80 \cdot 1000}{0,30 \cdot 5,67}} = 465,6\text{K} = 192,5^\circ\text{C}$$

ESERCIZIO 5

Una parete costituita da uno strato dello spessore di 20,0 cm di materiale caratterizzato da una conducibilità termica $\lambda = 0,30 \text{ W/mK}$, ha le due superfici limite nere ed è immersa nel vuoto. Sulla superficie 1, che è alla temperatura di 50°C , incidono 650 W/m^2 . Si calcoli, nell'ipotesi di regime stazionario:

- il flusso termico che, per conduzione, attraversa la parete;
- la temperatura della superficie 2.

SOLUZIONE

Il bilancio di energia sulla superficie 1, ipotizzando $T_1 > T_2$, ossia \dot{q}_k uscente dalla superficie di controllo, fornisce:

$$E = M_n + \dot{q}_k, \text{ da cui}$$

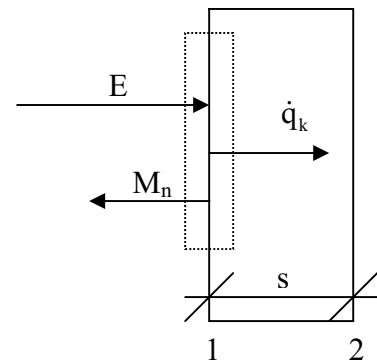
$$\dot{q}_k = E - \sigma \cdot T_1^4$$

$$\dot{q}_k = 650 - 5,67 \cdot 3,23^4 = 650 - 617,15 = 32,84 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Il fatto che \dot{q}_k sia risultato positivo conferma l'ipotesi che $T_2 < T_1$.

La temperatura T_2 si ricava per meccanismo di conduzione, nota la T_1 ed il flusso termico:

$$T_2 = T_1 - \dot{q}_k \cdot \frac{s}{\lambda} = 50 - 32,84 \cdot \frac{0,20}{0,30} = 50 - 21,9 = 28,1^\circ\text{C}$$

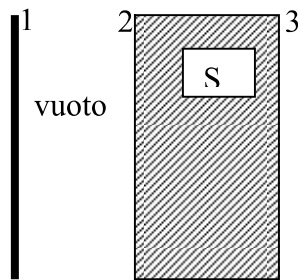


ESERCIZIO 6

Sia assegnata una parete così come riportata in figura, in cui si ipotizza che le superfici 1 e 2 siano termicamente nere, e che tra esse sia praticato il vuoto.

La temperatura della superficie 1 è di 40 °C, quella della superficie 2 è di 30 °C, ed inoltre lo strato S presente ha uno spessore di 15,0 cm ed una conducibilità termica di 0,60 W/mK.

- Si calcoli, nell'ipotesi di regime stazionario, il flusso termico che attraversa la parete e la temperatura della superficie 3.
- Si ripeta il calcolo ipotizzando che la superficie 1 sia nera e la 2 grigia, con $a_2=0,60$.
- Si ripeta il calcolo ipotizzando che entrambe le superfici siano grigie, con $a_1= 0,30$ ed $a_2 = 0,80$.



SOLUZIONE:

- a) Il flusso termico scambiato per irraggiamento tra le superfici 1 e 2 entrambe nere vale:

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = 5,67 \cdot (3,13^4 - 3,03^4) = 5,67 \cdot (95,98 - 84,29) = 66,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Nell'ipotesi di regime stazionario tale flusso uguaglia quello che, per conduzione, attraversa lo strato S:

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = \dot{q}_k = 66,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Ne consegue che:

$$T_3 = T_2 - \dot{q} \cdot \frac{s}{\lambda} = 30,0 - 66,3 \cdot \frac{0,15}{0,60} = 13,4^\circ\text{C}$$

- b) Il flusso termico netto scambiato per irraggiamento tra le superfici 1 e 2 di cui una grigia ed una nera vale:

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = 0,60 \cdot 66,3 = 39,78 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \dot{q}_k$$

In tal caso:

$$T_3 = T_2 - \dot{q} \cdot \frac{s}{\lambda} = 30,0 - 39,78 \cdot \frac{0,15}{0,60} = 20,1^\circ\text{C}$$

- c) Il flusso termico netto scambiato per irraggiamento tra due superfici entrambe grigie vale:

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$\dot{q}_{1\leftrightarrow 2} = \frac{66,3}{\frac{1}{0,30} + \frac{1}{0,80} - 1} = \frac{66,3}{3,33 + 1,25 - 1} = \frac{66,3}{3,58} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 18,52 = \dot{q}_k$$

E quindi:

$$T_3 = T_2 - \dot{q} \cdot \frac{s}{\lambda} = 30,0 - 18,52 \cdot \frac{0,15}{0,60} = 25,37^\circ\text{C}$$

ESERCIZIO 7

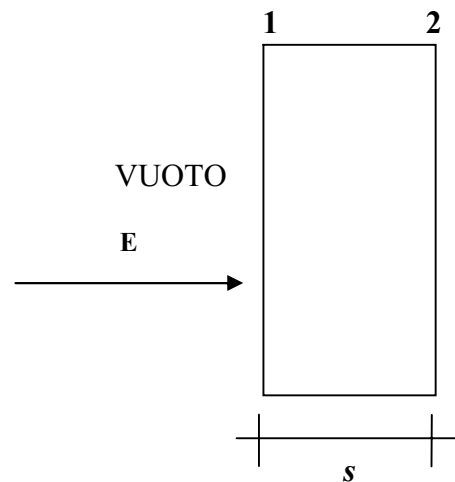
Sia assegnata la parete piana indefinita, immersa nel vuoto, riportata in figura con i seguenti dati:

$E = 1200 \text{ W/m}^2$;

Superficie 1: $a_1 = 0,40$; $\varepsilon_1 = 0,60$; $T_1 = 65^\circ\text{C}$

Strato 1-2: muratura in mattoni dallo spessore di 10,0 cm e $\lambda = 0,720 \text{ W/mK}$;

Nelle ipotesi di flusso termico monodimensionale e regime stazionario, si calcoli il flusso termico che, per conduzione, attraversa la parete e la temperatura della superficie 2.



SOLUZIONE

Il flusso termico che, per conduzione, attraversa la parete è ricavabile applicando l'equazione di bilancio dell'energia relativamente al volume di controllo VC1 che racchiude la superficie 1, riportato in figura:

$$E - E_r - M - \dot{q}_k = 0,$$

da cui:

$$\dot{q}_k = E - E_r - M = E \cdot (1 - r) - M = E \cdot a - M.$$

Essendo:

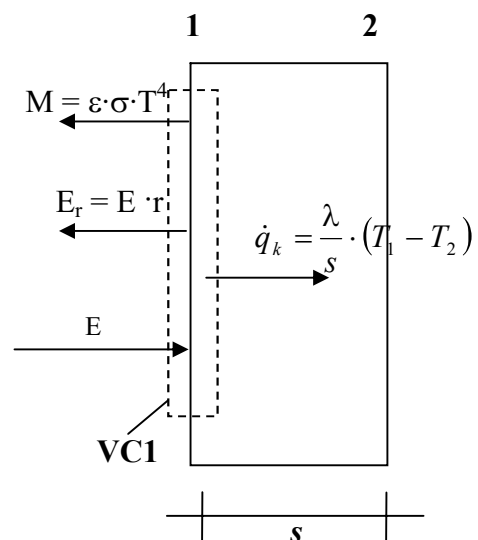
$M = \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot T_1^4$, sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$M = 0,60 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 338^4 =$$

$$= 0,60 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,38^4 \cdot (10^2)^4 =$$

$$= 0,60 \cdot 5,67 \cdot 3,38^4 = 444,0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\dot{q}_k = 1200 \cdot 0,40 - 444,0 = 360 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



Nello scrivere l'equazione di bilancio dell'energia si è ipotizzato che il verso del flusso termico sia orientato dalla superficie 1 verso la 2, ossia uscente dal volume di controllo VC1. Tale ipotesi è confermata dal segno del risultato. Se il valore ottenuto fosse risultato negativo, il flusso avrebbe avuto verso opposto.

Noto il flusso termico conduttivo, con le ipotesi poste, si ottiene:

$$\dot{q}_k = \frac{\lambda}{s} \cdot (T_1 - T_2), \text{ da cui:}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{s}{\lambda} \cdot \dot{q}_k, \text{ ossia}$$

$$T_2 = 65 - \frac{0,10}{0,720} \cdot 36,0 = 60^\circ\text{C}$$

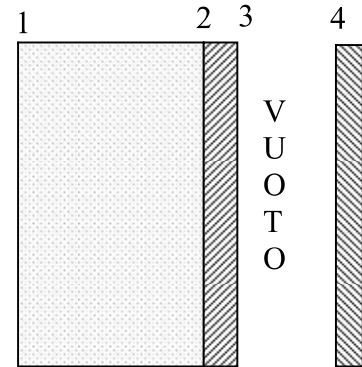
ESERCIZIO 8

Sia assegnata la parete piana indefinita riportata in figura caratterizzata da:

- superficie 1: $T_1 = 60^\circ\text{C}$
- strato 1-2: $s_{12} = 10,0 \text{ cm}$, $\lambda_{12} = 0,50 \text{ W/mK}$
- strati 2,3: $s_{23} = 2,0 \text{ cm}$, $\lambda_{23} = 0,35 \text{ W/mK}$
- superficie 3: grigia, $T_3 = 40^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0,68$
- 3-4: intercapedine in cui si ipotizza il vuoto.

Nelle ipotesi di regime stazionario e flusso termico monodimensionale, si calcoli il flusso che attraversa la parete per conduzione e la temperatura della superficie 4 nei seguenti due casi:

- a) superficie 4: nera
- b) superficie 4: grigia con $a = 0,40$.



SOLUZIONE

Il flusso termico che attraversa la parete costituita da due strati omogenei disposti in serie è:

$$\dot{q}_k = \frac{T_1 - T_3}{\frac{s_{12}}{\lambda_{12}} + \frac{s_{23}}{\lambda_{23}}}; \text{ sostituendo i valori numerici si ottiene:}$$

$$\dot{q}_k = \frac{60 - 40}{\frac{0,10}{0,50} + \frac{0,02}{0,35}} = \frac{20}{0,200 + 0,057} = 77,82 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Per l'ipotesi di regime stazionario, il flusso che per conduzione attraversa la parete uguaglia il flusso netto scambiato per irraggiamento tra le superfici 3 e 4:

$$\dot{q}_k = \dot{q}_{3-4} = \frac{\sigma \cdot (T_3^4 - T_4^4)}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_4} - 1}$$

che, nel caso in cui la superficie 4 è nera diventa:

$$\dot{q}_k = \dot{q}_{3-4} = \sigma \cdot \varepsilon_3 \cdot (T_3^4 - T_4^4).$$

da cui:

$$\text{- superficie 4 nera: } T_4 = \sqrt[4]{T_3^4 - \frac{\dot{q}_{3-4}}{\sigma \cdot \varepsilon_3}}; \quad T_4 = \sqrt[4]{3,13^4 \cdot 10^8 - \frac{77,82}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,68}} = 10^2 \cdot \sqrt[4]{95,98 - 20,18} = 295\text{K} = 22^\circ\text{C}$$

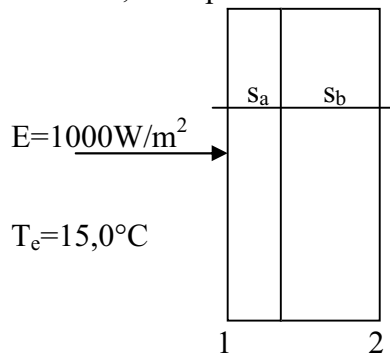
$$\text{- superficie 4 grigia: } T_4 = \sqrt[4]{T_3^4 - \frac{\dot{q}_{3-4}}{\sigma} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_4} - 1 \right)}$$

$$T_4 = \sqrt[4]{3,13^4 \cdot 10^8 - \frac{77,82}{5,67 \cdot 10^{-8}} \cdot \left(\frac{1}{0,68} + \frac{1}{0,40} - 1 \right)} =$$

$$= 10^2 \cdot \sqrt[4]{95,98 - 40,77} = 272\text{K} = -1,0^\circ\text{C}$$

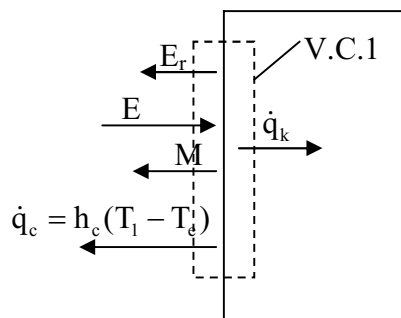
ESERCIZIO 9

Sulla superficie 1 di una parete piana indefinita con giacitura verticale, schematizzata in figura, incide una irradiazione di 1000 W/m^2 . La superficie esterna 1, grigia con $a_1 = 0,80$ si trova alla temperatura di 45°C ed è lambita da aria alla temperatura di 15°C . La parete è costituita da due strati disposti in serie, rispettivamente di spessore $s_a = 15,0 \text{ cm}$ e conduttività termica $\lambda_a = 0,750 \text{ W/mK}$ e spessore $s_b = 30,0 \text{ cm}$ e $\lambda_b = 1,20 \text{ W/mK}$. La conduttanza convettiva esterna è pari a $10,0 \text{ W/m}^2\text{K}$, mentre la conduttanza superficiale interna è di $7,7 \text{ W/m}^2\text{K}$. Calcolare la temperatura dell'ambiente interno, nell'ipotesi di flusso termico monodimensionale e regime stazionario.



SOLUZIONE

Nelle ipotesi poste, il bilancio di energia relativo al volume di controllo 1 è:



$$E - E \cdot r - M - \dot{q}_c - \dot{q}_k = 0$$

in cui \dot{q}_c = flusso termico convettivo
 \dot{q}_k = flusso termico conduttivo

$$\dot{q}_k = E \cdot (1 - r) - M - \dot{q}_c = E \cdot a - M - \dot{q}_c$$

Il potere emissivo vale:

$$M = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4 = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 3,18^4 = 463,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Il flusso termico scambiato per convezione, uscente dal volume di controllo è pari a:

$$\dot{q}_c = h_c \cdot (T_1 - T_e) = 10,0 \cdot 30 = 300 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Si ha quindi:

$$\dot{q}_k = E \cdot a - M - \dot{q}_c = 1000 \cdot 0,80 - 463,8 - 300 = 36,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Nota il flusso termico che attraversa la parete, è possibile calcolare la temperatura dell'ambiente interno. Infatti tale flusso è pari a:

$$\dot{q}_k = \frac{T_1 - T_{\text{int}}}{\frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} + \frac{1}{h_{\text{int}}}} = \frac{T_1 - T_{\text{int}}}{R_{\text{tot}}}$$

in cui $\frac{1}{h_{\text{int}}}$ è la resistenza superficiale interna dovuta ai meccanismi di convezione ed irraggiamento agenti in parallelo.

Poiché

$$R_{\text{tot}} = \frac{0,15}{0,750} + \frac{0,30}{1,20} + \frac{1}{7,7} = 0,20 + 0,25 + 0,13 = 0,58 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

Si ha:

$$T_{\text{int}} = T_1 - \dot{q}_k \cdot R_{\text{tot}} = 45 - 36,2 \cdot 0,58 = 24,0^\circ\text{C}$$