

Concentrazioni e percentuali

Concentrazioni

Una **soluzione** è un sistema omogeneo prodotto dallo scioglimento di una sostanza solida, liquida o gassosa (il **soluto**), in un opportuno liquido (il **solvente**).

Definiamo **concentrazione** di una soluzione il rapporto tra la quantità di soluto e la quantità **totale** di soluzione (**esprese nella stessa unità di misura**):

$$C = \frac{\text{quantità di soluto}}{\text{quantità di soluzione}} \quad \text{concentrazione}$$

Esempi: (g = grammi)

- Sciogliendo 25 g di sale in 100 g di acqua, si ottiene una soluzione con una concentrazione $C = \frac{25}{125} = 0.2$
- Su 75 g di soluzione sono presenti 9 g di soluto $\Rightarrow C = \frac{9}{75} = 0.12$
- In 1000 g di soluzione, con concentrazione nota $C = 0.15$, sono presenti 150 g di soluto

Concentrazioni

- Il rapporto
$$C = \frac{\text{quantità soluto}}{\text{quantità soluzione}}$$

di due grandezze della stessa specie è un **numero puro**, cioè non dipende dall'unità di misura usata per valutare le due grandezze.

- La concentrazione C calcolata negli esempi precedenti non cambia misurando la quantità di soluto e solvente in Kg, libbre, ...
- Quando si ha a che fare col rapporto di grandezze omogenee, si usa esprimere questo rapporto in forma di **percentuale**.
Si dice che le soluzioni degli esempi precedenti sono rispettivamente concentrate al 20%, al 12% e al 15%.

Nella realtà:

- in chimica generale si utilizzano i g/L per preparare le soluzioni, ma spesso le concentrazioni sono espresse in moli/L
- per livelli molto bassi di concentrazione si usano unità di misura diverse (la concentrazione di un *inquinante* nel terreno si esprime ad esempio in mg/Kg): si usano le **parti per milione** (ppm)

Esercizio 1.

Aggiungendo 50 g di soluto a una soluzione al 5%, si ottiene una soluzione finale al 6%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 1: poniamo

$$x = \text{peso iniziale della soluzione}$$

Allora si ha che

$$x + 50 = \text{peso finale della soluzione}$$

mentre

$$\frac{5}{100}x = \text{peso iniziale del soluto}, \quad \frac{5}{100}x + 50 = \text{peso finale del soluto}$$

La concentrazione finale è quindi data da

$$\frac{\frac{5}{100}x + 50}{x + 50} = \frac{6}{100}$$

Risolvendo questa equazione in x , si ottiene

$$\frac{5}{100}x + 50 = \frac{6}{100}(x + 50) \Leftrightarrow \frac{x}{100} = 47 \Leftrightarrow x = 4700 \text{ g}$$

Esercizio 2.

Aggiungendo 100 g di solvente a una soluzione al 5%, si ottiene una soluzione finale al 4%. Calcolare il peso iniziale della soluzione.

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 2: poniamo

x = peso iniziale della soluzione

Allora si ha che

$x + 100$ = peso finale della soluzione

mentre

$\frac{5}{100}x$ = peso iniziale e finale del soluto

La concentrazione finale è quindi data da

$$\frac{\frac{5}{100}x}{x + 100} = \frac{4}{100}$$

Risolvendo questa equazione in x , si ottiene

$$\frac{5}{100}x = \frac{4}{100}(x + 100) \quad \Leftrightarrow \quad x = 400 \text{ g}$$

Esercizio 3.

- a. Avendo 10 Kg di una soluzione al 30%, quanto solvente si deve aggiungere per ottenere una nuova soluzione al 20%?
- b. Avendo 20 Kg di una soluzione al 10%, quanto soluto si deve aggiungere per ottenere una nuova soluzione al 20%?

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 3a: la prima soluzione contiene $\frac{30}{100} \cdot 10 = 3$ Kg di soluto.

Per diminuirne la concentrazione si deve aggiungere una quantità x di solvente in modo tale che

$$\frac{3}{10+x} = \frac{20}{100} \quad \Leftrightarrow \quad 300 = 200 + 20x \quad \Leftrightarrow \quad x = 5 \text{ Kg}$$

Soluzione Esercizio 3b: la seconda soluzione contiene $\frac{10}{100} \cdot 20 = 2$ Kg di soluto. Per aumentarne la concentrazione si deve aggiungere una quantità y di soluto in modo tale che

$$\frac{2+y}{20+y} = \frac{20}{100} \quad \Leftrightarrow \quad 200 + 100y = 400 + 20y \quad \Leftrightarrow \quad y = 2.5 \text{ Kg}$$

Esercizio 4.

Sono date due soluzioni \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 composte dello stesso solvente e dello stesso soluto. La soluzione \mathcal{S}_1 è concentrata al 10%, mentre la soluzione \mathcal{S}_2 è concentrata al 15%. Quale è la concentrazione della soluzione ottenuta mescolando 5 Kg di \mathcal{S}_1 e 10 Kg di \mathcal{S}_2 ?

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 4:

$$\frac{10}{100} \cdot 5 = 0.5 \text{ Kg} \quad \text{quantità di soluto in } \mathcal{S}_1$$

$$\frac{15}{100} \cdot 10 = 1.5 \text{ Kg} \quad \text{quantità di soluto in } \mathcal{S}_2$$

$$\frac{10}{100} \cdot 5 + \frac{15}{100} \cdot 10 = 2 \text{ Kg} \quad \text{quantità di soluto nella soluzione finale}$$

$$5 + 10 = 15 \text{ Kg} \quad \text{peso della soluzione finale}$$

La concentrazione finale è $\frac{2}{15} \approx 0.133$.

Espressa in percentuale, la concentrazione finale è del 13.3% circa.

Esercizio 5.

Sono date due soluzioni \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 dello stesso solvente e stesso soluto, \mathcal{S}_1 concentrata al 10% e \mathcal{S}_2 al 4%. Calcolare la concentrazione della soluzione ottenuta mescolando 6 parti di \mathcal{S}_1 e 3 parti di \mathcal{S}_2 .

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 5: ($P = \text{parti}$)

$$\frac{10}{100} \cdot 6 = 0.6P \quad \text{quantità di soluto in } \mathcal{S}_1$$

$$\frac{4}{100} \cdot 3 = 0.12P \quad \text{quantità di soluto in } \mathcal{S}_2$$

$$\frac{10}{100} \cdot 6 + \frac{4}{100} \cdot 3 = 0.72P \quad \text{quantità di soluto nella soluzione finale}$$

$$6 + 3 = 9P \quad \text{quantità totale di soluzione finale}$$

La concentrazione finale è

$$\frac{\frac{10}{100} \cdot 6 + \frac{4}{100} \cdot 3}{9} = \frac{10}{100} \cdot \frac{6}{9} + \frac{4}{100} \cdot \frac{3}{9} = 0.08.$$

Espressa in percentuale, la concentrazione finale è dell'8%.

Esercizio 6.

Sono date due soluzioni \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 dello stesso soluto e dello stesso solvente, la prima al 10% e la seconda al 20%. In quali percentuali occorre mescolarle per ottenere una soluzione al 12%?

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 6: indichiamo con x la percentuale di S_1 . La percentuale di S_2 è $100 - x$.

Si ha che

$$\begin{aligned}\frac{x}{100} \cdot \frac{10}{100} + \frac{100 - x}{100} \cdot \frac{20}{100} &= \frac{12}{100} &\Leftrightarrow & 10 \frac{x}{100} + 20 \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 12 \\ & &\Leftrightarrow & -10 \frac{x}{100} = -8 \quad \Leftrightarrow \quad x = 80\end{aligned}$$

Le percentuali sono: 80% della soluzione S_1 e 20% della soluzione S_2 .

Esercizio 7.

Sono date due soluzioni \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 dello stesso soluto e dello stesso solvente, la prima al 10% e la seconda al 4%. In quale proporzione occorre mescolarle per ottenere una soluzione all'8%? Scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi.

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 7: indichiamo con P_1 e P_2 le quantità (ad esempio espresse in g) di \mathcal{S}_1 e di \mathcal{S}_2 da mescolare per ottenere la soluzione richiesta.

Siamo interessati a conoscere $\frac{P_1}{P_2}$.

La quantità di soluto contenuta in \mathcal{S}_1 è $\frac{10}{100}P_1$, mentre la quantità di soluto contenuta in \mathcal{S}_2 è $\frac{4}{100}P_2$.

Calcoliamo la concentrazione della soluzione che si ottiene mescolandole:

$$\frac{\frac{10}{100}P_1 + \frac{4}{100}P_2}{P_1 + P_2} = \frac{8}{100}$$

Da questa equazione otteniamo

$$10\frac{P_1}{P_2} + 4 = 8\left(\frac{P_1}{P_2} + 1\right) \quad \Leftrightarrow \quad 2\frac{P_1}{P_2} = 4 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{P_1}{P_2} = 2$$

Esercizio 8.

Si dispone di una soluzione S_1 con concentrazione incognita e di una soluzione S_2 , dello stesso soluto e dello stesso solvente, concentrata al 20%. Determinare la concentrazione incognita, sapendo che miscelando 2 parti di S_1 con 3 parti di S_2 si ottiene una soluzione concentrata al 30%.

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 8: indichiamo con x la concentrazione incognita.

Si ha che

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{x}{100} + \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{100} = \frac{30}{100}$$

da cui $x = 45$.

Esercizio 9. (prova d'esame del 10/09/2015)

Uno spritz Aperol viene preparato con 3 parti di prosecco, 2 parti di Aperol e 1 parte di acqua frizzante. Sapendo che la percentuale alcolica del prosecco è del 12% e quella dell'Aperol è dell'11%, calcolare la percentuale alcolica dello spritz (scrivere il risultato arrotondato alla seconda cifra decimale).

Esercizi sulle concentrazioni

Soluzione Esercizio 9: (P = parti)

$$\frac{12}{100} \cdot 3 = 0.36 P \quad \text{quantità di alcool dovuta al prosecco}$$

$$\frac{11}{100} \cdot 2 = 0.22 P \quad \text{quantità di alcool dovuta all'Aperol}$$

$$\frac{0}{100} \cdot 1 = 0 P \quad \text{quantità di alcool dovuta all'acqua frizzante}$$

$$0.36 + 0.22 + 0 = 0.58 P \quad \text{quantità di alcool totale}$$

$$3 + 2 + 1 = 6 P \quad \text{quantità totale di spritz}$$

La concentrazione alcolica dello spritz è quindi $\frac{0.58}{6} = 0.09\bar{6}$.

La percentuale alcolica, arrotondata alla seconda cifra decimale, è circa del 9.67%.