I principi della dinamica

I principio della dinamica o legge d'inerzia

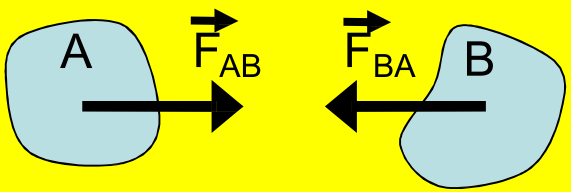
Un corpo soggetto ad un sistema di forze a risultante nulla o sta in quiete o si muove di moto rettilineo ed uniforme.

II principio della dinamica

Per un dato corpo il rapporto tra la forza $\vec{F}$ applicata e l'accelerazione $\vec{a}$ prodotta da essa è uno scalare costante ed è una caratteristica del corpo detta "massa inerziale".

$$|\vec{F}| \,/\, |\vec{a}| = m$$

III principio della dinamica o principio d'azione e reazione



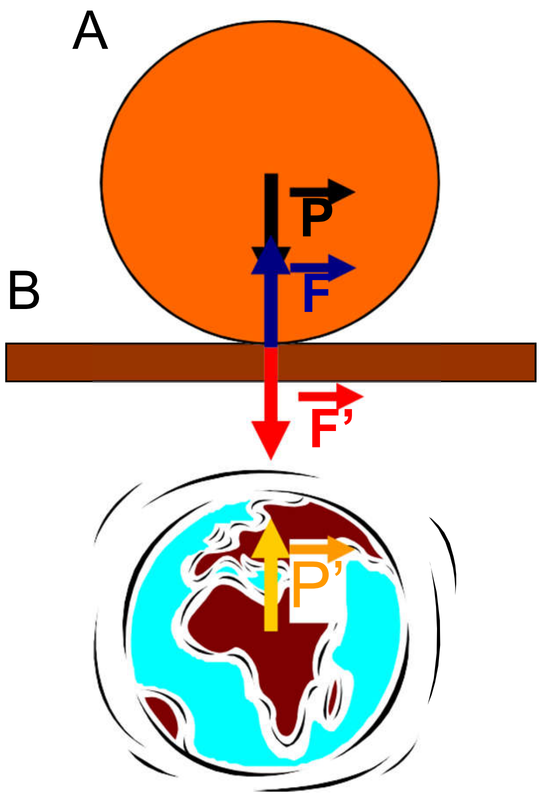
Se il corpo A esercita la forza $\vec{F}_{BA}$ sul corpo B, la forza $\vec{F}_{AB}$ esercitata da B su A sarà

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Il terzo principio della dinamica

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale in modulo e di verso opposto.

- Azione e reazione non sono in successione temporale, ma sono contemporanee.
- La definizione di “azione” e “reazione” è arbitraria.
- Azione e reazione agiscono su corpi diversi.



Il corpo A appoggiato sul piano orizzontale B è in equilibrio. Il suo peso $\vec{P}$ è equilibrato da una forza $\vec{F}$:

$$\vec{F} = -\vec{P}$$

Le due forze $\vec{F}$ e $\vec{P}$ sono un sistema azione-reazione?

NO!

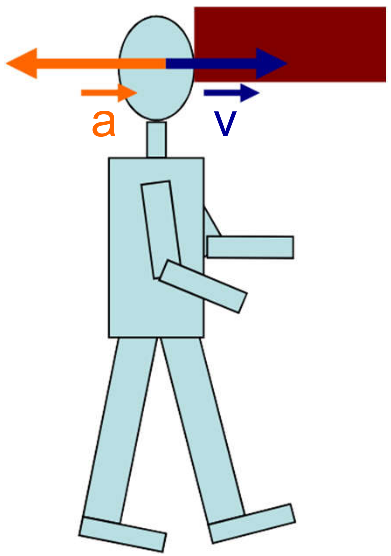
La forza $\vec{P}$ è la forza esercitata dalla Terra sul corpo: quindi la sua reazione è la forza $\vec{P}'$ esercitata dal corpo sulla Terra.

La forza $\vec{F}$ è la forza esercitata dal piano A sul corpo B: quindi la sua reazione è la forza $\vec{F}'$ esercitata dal corpo B sul piano A.

D1 - Una persona che cammina alla velocità di 3 m/s urta con la fronte contro un ostacolo fisso. Sapendo che la testa si arresta per lo schiacciamento dei tessuti in 0.1 s, quale è la forza media esercitata dall'ostacolo sulla testa (massa = 5 kg)?

Forza media esercitata dalla parete =
= massa della testa x accelerazione media della testa

$$\vec{F}_m = m\,\vec{a}_m$$

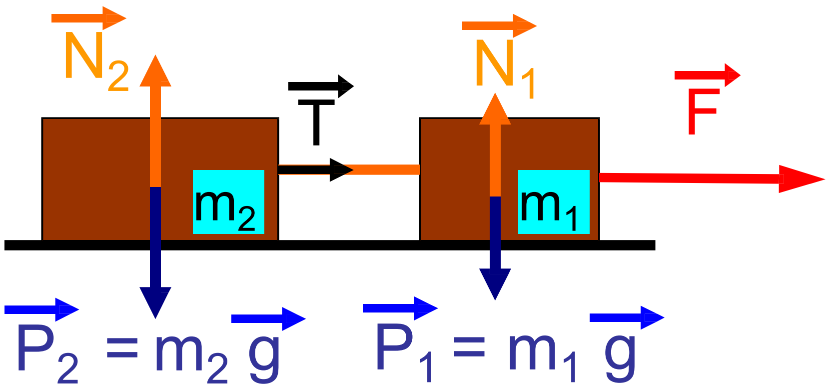


$$\vec{a}_m = \Delta\vec{v} / \Delta t = \vec{v}_{fin} - \vec{v}_{in} / \Delta t = - \vec{v}_{in} / \Delta t$$

$$\vec{F}_m = - m\,\vec{v}_{in} / \Delta t$$

$$F_m = (5\text{ kg})\ (3\text{ m/s})\ / 0.1\text{ s} = 150\text{ N}$$

D2 - Due parallelepipedi di massa $m_1 = 3$ Kg e di massa $m_2 = 6$ Kg sono collegati tra di loro da una fune inestensibile e senza peso come in figura. Ad essi viene applicata una forza di F di modulo 15 N. Quanto vale la tensione della fune, in assenza di attrito tra il piano ed i corpi?



La risultante R di tutte le forze esterne al sistema è

$$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F} =$$

$$= \vec{F}$$

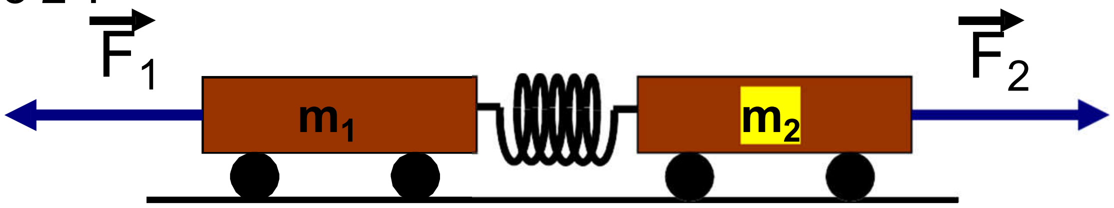
Applicando il 2° principio al sistema dei due corpi

$$a = F / m = 15 \text{ N} / 9 \text{ Kg} = (5/3) \ (\text{Kg m/s}^2) / \text{Kg} = (5/3) \text{ m/s}^2$$

Poiché la corda è inestensibile, tutto il sistema (quindi anche il corpo di massa m_2) si muove con accelerazione di modulo a.
Il modulo della forza $F_2 = T$ applicata ad m_2 dalla corda si ottiene ancora dal 2° principio

$$F_2 = m_2 a = (5/3) \text{ m/s}^2 \times 6 \text{ kg} = 10 \text{ N}$$

D3 - Due carrelli, uno di massa m_1 e l'altro di massa $m_2 = 2\ m_1$, sono collegati da una molla compressa. Se la molla viene lasciata libera di espandersi, quale è il rapporto tra il modulo dell'accelerazione subita dal carrello 1 ed il modulo di quella subita dal carrello 2 ?



Per il terzo principio della dinamica

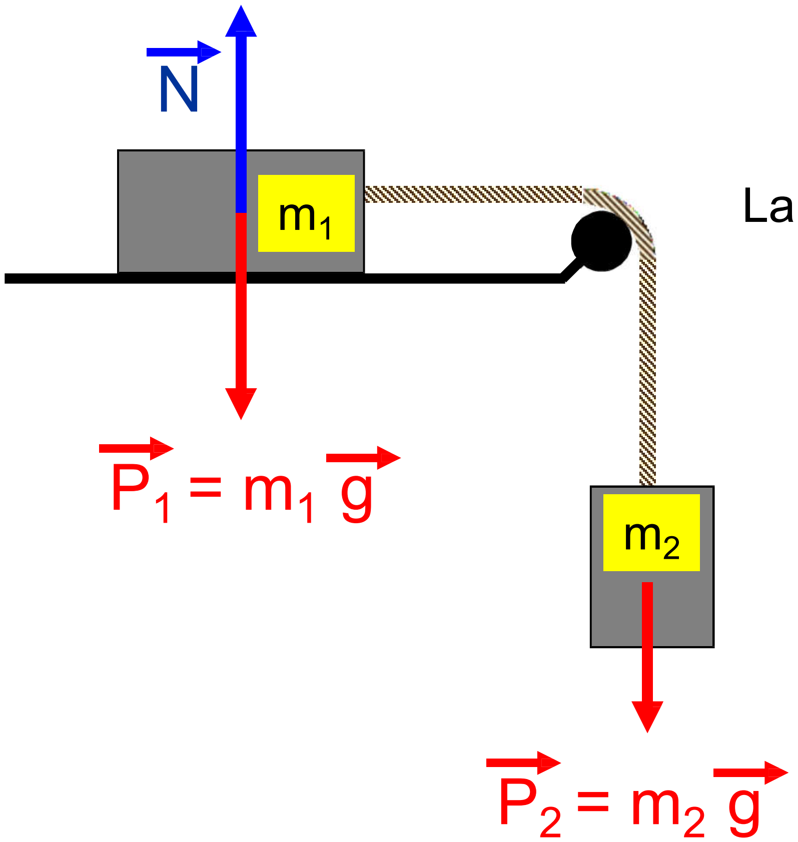
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Considerando i moduli

$$m_1\, a_1 = m_2\, a_2$$

$$a_1 / a_2 = m_2 / m_1 = 2\, m_1 / m_1 = 2$$

D4 - Due corpi collegati da un filo senza peso e inestensibile sono collocati uno su un tavolo orizzontale, l'altro che pende dal tavolo. Sapendo che il primo corpo ha la massa m_1 = 8 Kg ed il secondo di massa m_2 = 6 Kg, dire il modulo dell' accelerazione con cui si muove il sistema, in assenza di ogni forma di resistenza passiva.



Poiché la fune è senza peso

$$M_{tot} = m_1 + m_2$$

La risultante $\vec{F}$ di tutte le forze esterne al sistema

$$\vec{F} = \vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{P}_2 = \vec{P}_2 = m_2 \vec{g}$$

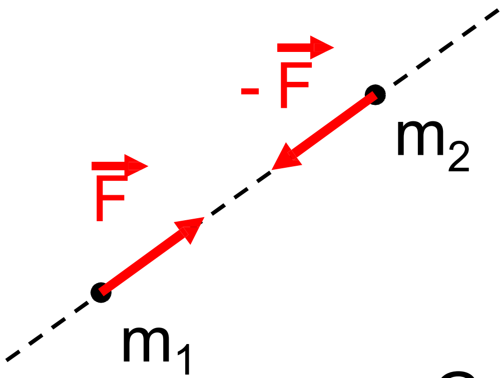
$$\vec{F} = M \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{F} / M = m_2 \vec{g} / (m_1 + m_2)$$

$$a = g \ (6 \text{ kg} / 14 \text{ kg}) = 3 / 7 \ g$$

La gravitazione universale

La forza $\vec{F}$ tra due masse puntiformi m_1 ed m_2 che si trovano ad una distanza R è diretta lungo la congiungente le due masse, di tipo attrattivo e ha modulo



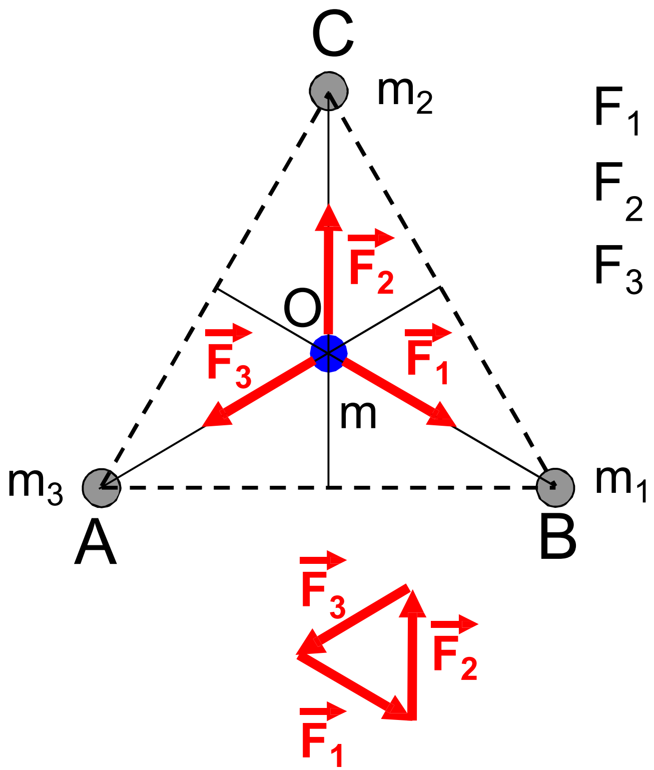
$$F = G\, m_1 m_2 / R^2 \Rightarrow G = F R^2 / m_1 m_2$$

Dimensionalmente

G si misura in N m^2/kg^2 = kg (m/s^2) m^2/kg^2

Numericamente $G = 6.67\ 10^{-11}\ m^3/kg\ s^2$ (SI)

D5 - Determinare la forza che agisce su una massa di 20 g che si trova al centro di un triangolo equilatero di lato 2 m a ciascuno dei vertici del quale si trova una massa di 50 g.



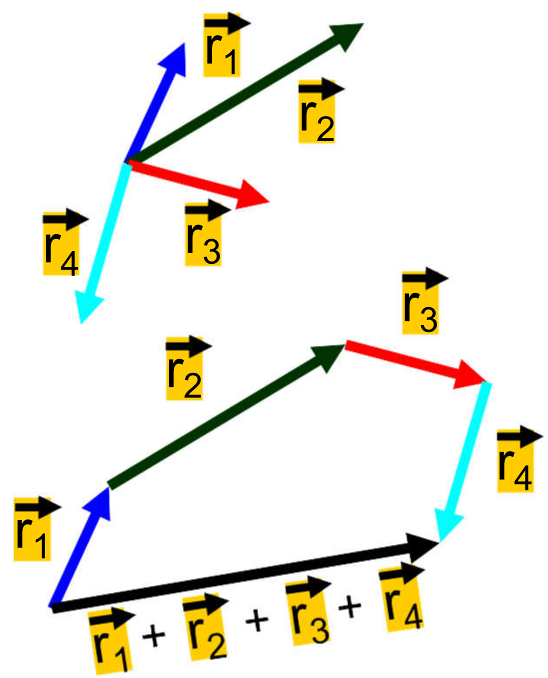
I moduli delle tre forze di attrazione sono

$$F_1 = G\, m_1\, m \;/\, OB^2$$
$$F_2 = G\, m_2\, m \;/\, OC^2$$
$$F_3 = G\, m_3\, m \;/\, OA^2$$

$m_1 = m_2 = m_3$
$OA = OB = OC$

$$F_1 = F_2 = F_3$$

Regola della poligonale

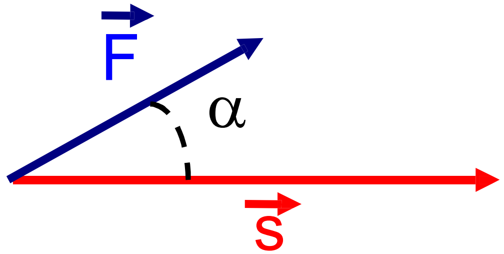


Con la regola della poligonale si ha che la somma di tre vettori con lo stesso modulo che formano tre angoli di 60° è nulla.

Lavoro di una forza

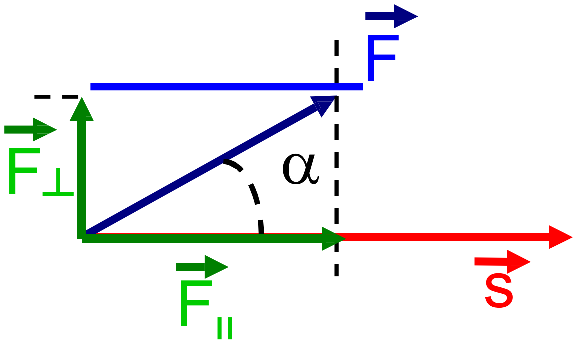
Forza costante

ip: $\vec{F}$ = cost $\Rightarrow$ $L = F\,s\cos(\alpha) = \vec{F} \cdot \vec{s}$



$\alpha = 0$	$L = F\,s$
$0 < \alpha < \pi/2$	$L = F\,s\cos(\alpha) > 0$
$\alpha = \pi/2$	$L = 0$
$\pi/2 < \alpha < \pi$	$L = F\,s\cos(\alpha) < 0$
$\alpha = \pi$	$L = -F\,s < 0$

Solo la componente della forza parallela allo spostamento compie lavoro

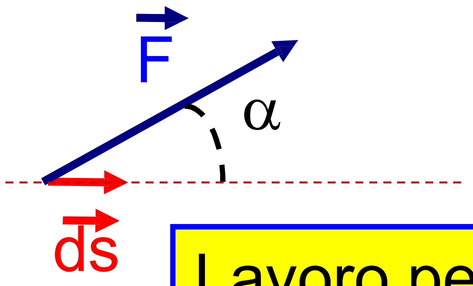


$$\vec{F} = \vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{\parallel}$$

$$L = F\,s\cos(\alpha) = \vec{F} \cdot \vec{s} = (\vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{\parallel}) \cdot \vec{s} =$$

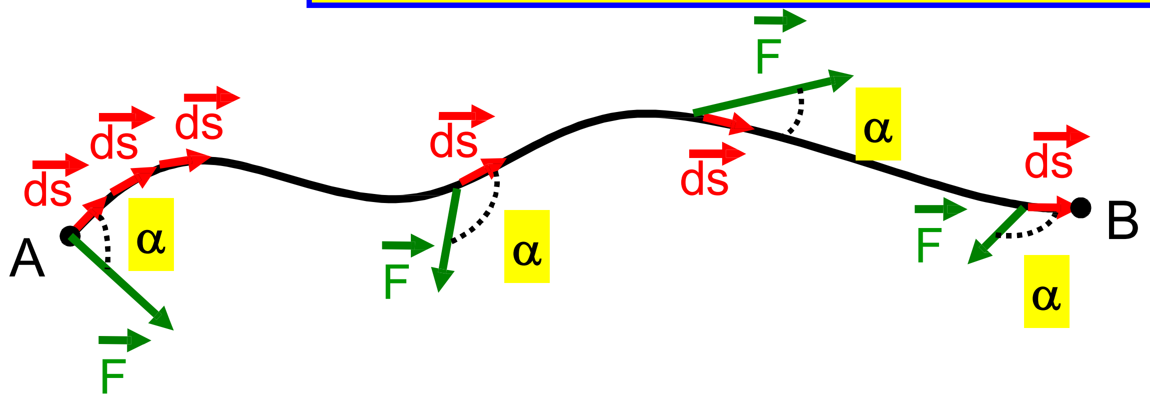
$$= \cancel{\vec{F}_{\perp} \cdot \vec{s}} + \vec{F}_{\parallel} \cdot \vec{s} = \vec{F}_{\parallel} \cdot \vec{s}$$

Lavoro di una forza costante per uno spostamento molto piccolo (infinitesimo)



$$dL = \vec{F} \bullet \vec{ds} = F\, ds \cos(\alpha)$$

Lavoro per uno spostamento qualsiasi



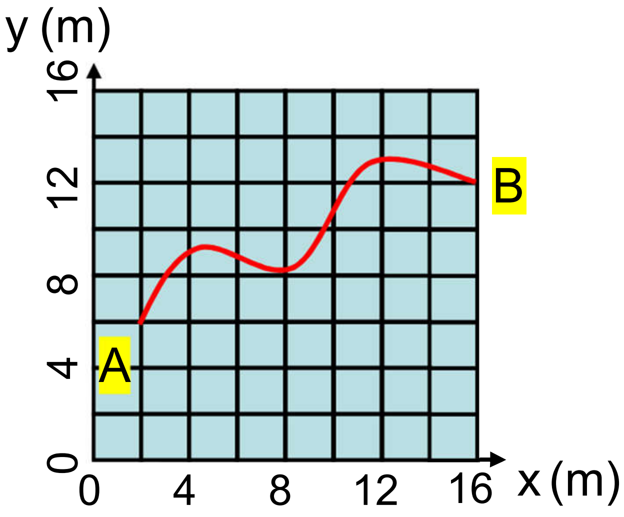
Lo spostamento totale AB si può scomporre in spostamenti molto piccoli $\vec{ds}$

In generale la forza cui il corpo è sottoposto in ogni singolo spostamento è diversa. Però *lungo ogni spostamento $\vec{ds}$* la forza può essere considerata costante poichè lo spostamento è molto piccolo.

Lavoro per un singolo spostamento = $dL = \vec{F} \bullet \vec{ds} = F\, ds \cos(\alpha)$

Lavoro per lo spostamento totale AB = $\Sigma\, dL = \int dL = \int F(s)\, ds \cos(\alpha)$

La somma di infiniti termini molto piccoli prende il nome di “integrale” e si indica col simbolo $\int$ e F è una funzione della posizione s lungo la traiettoria.

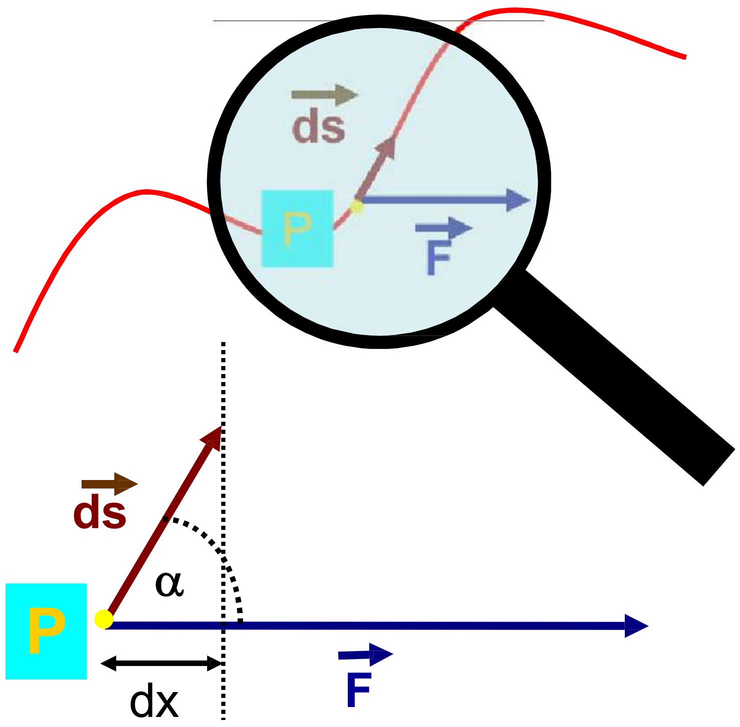


D6 - Calcolare il lavoro fatto da una forza di 10 N parallela all'asse x e di una forza di 3 N parallela all'asse y lungo il percorso AB disegnato in figura.

In un qualsiasi punto P della traiettoria il lavoro fatto dalla forza $\vec{F}$ parallela all'asse x per uno spostamento infinitesimo $\vec{ds}$ è

$$dL = \vec{F} \bullet \vec{ds} = F\, ds \cos(\alpha) =$$
$$= F\, dx$$

In cui dx è la proiezione di $\vec{ds}$ sull'asse x.



Lavoro per lo spostamento totale AB =

$$= \Sigma\, dL = \Sigma\, F\, dx = F\, \Sigma\, dx =$$
$$= F\,(x_B - x_A)$$

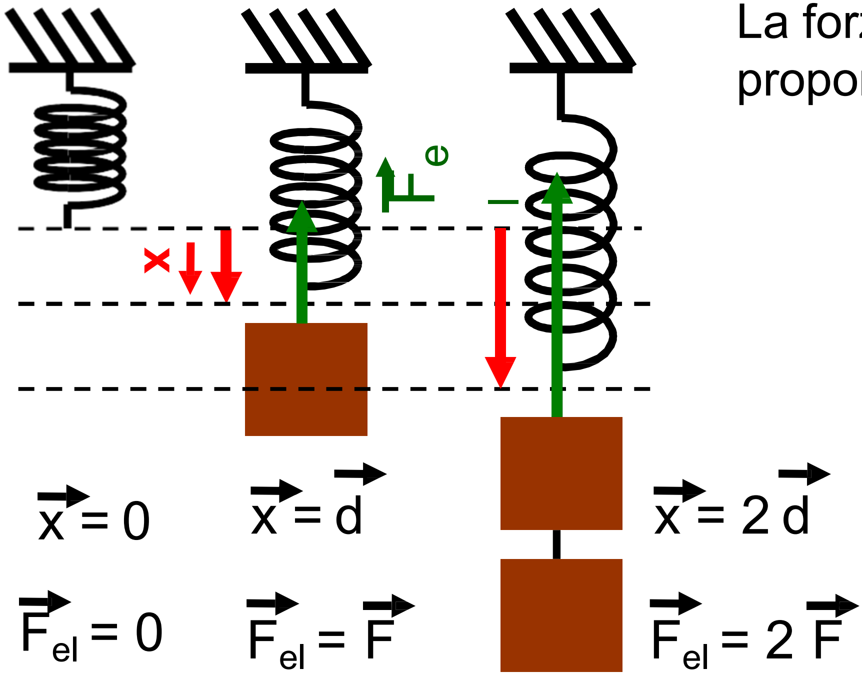
Il lavoro fatto dalla forza parallela all'asse x è

$$L_x = 10\text{ N } (16\text{ m} - 2\text{ m}) = 140\text{ J}$$

Il lavoro fatto dalla forza parallela all'asse y è

$$L_x = 3\text{ N } (12\text{ m} - 6\text{ m}) = 18\text{ J}$$

Lavoro della forza elastica



La forza elastica $\vec{F}_{el}$ esercitata da una molla è proporzionale alla deformazione subita da essa:

$$\vec{F}_{el} = -k\,\vec{x}$$

k = rigidità della molla

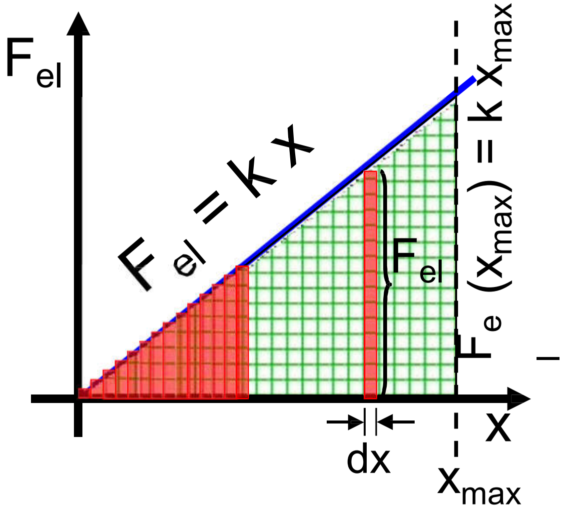
Il segno – significa che i vettori $\vec{F}_{el}$ e $\vec{x}$ hanno verso opposto.

Il lavoro fatto da questa forza non costante è

$$L = \int dL = \int F_{el}(x)\,dx\cos(\alpha)$$

Poiché $\cos(\alpha) = -1$

$$L = \int dL = -\int F_{el}(x)\,dx$$

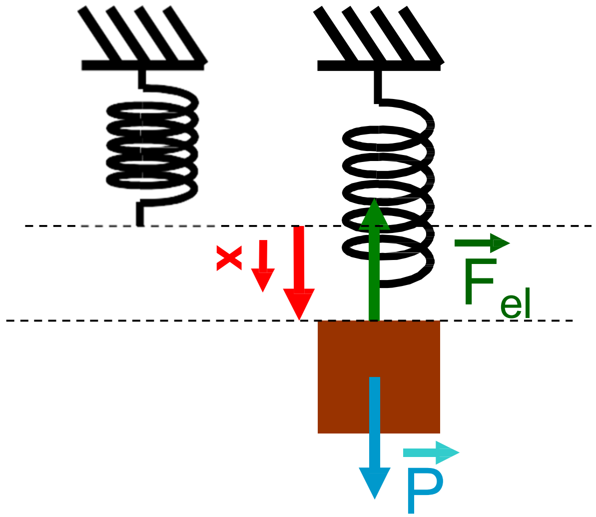


Il significato geometrico di integrale della funzione $F_{el}(x)$ è dato dall'area racchiusa dalla funzione e l'asse x, cioè dall'area tratteggiata in figura, in cui x_{max} rappresenta la massima deformazione raggiunta nell'allungamento della molla.

L'area della figura tratteggiata è l'area di un triangolo di base x_{max} e di altezza $k\,x_{max}$ per cui

$$L = -\int F_{el}(x)\,dx = -x_{max}\,k\,x_{max}/2 = -k\,x^2_{max}/2$$

D7 - Una molla si deforma di 5 cm quando ad essa viene attaccata la massa di 600 g. Quale lavoro bisogna effettuare per deformarla di 12 cm?



$$\vec{F}_{el} = - k \, \vec{x}$$

In condizioni di equilibrio

$$\vec{F}_{el} = - \vec{P}$$

$P = k\,x \Rightarrow k = P / x$

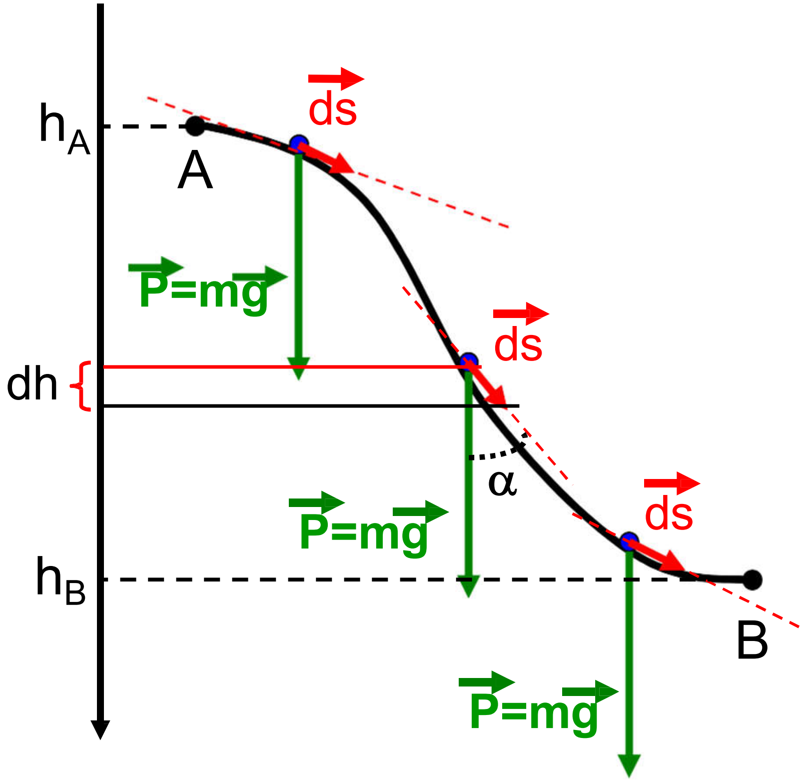
$|\vec{x}| = 5 \text{ cm} = 5 \; 10^{-2} \text{ m}$

$|\vec{P}| = m\,g =$
$= 9.81 \text{ m/s}^2 \; 0.6 \text{ kg} =$
$= 5.\,9 \text{ N}$

$k = P / x = 5.9 \text{ N} / 5 \; 10^{-2} \text{ m} =$
$= 118 \text{ N / m}$

$L = k\,x^2 / 2 =$
$= 118 \text{ N/m} \times (12 \; 10^{-2})^2 \text{ m}^2 /2 =$
$= 118 \times 144 \; 10^{-4} /2 \text{ N m} =$
$= 0.85 \text{ J}$

Lavoro della forza peso



$$dL = \vec{F} \bullet \vec{ds} = F\, ds \cos(\alpha) = F\, dh$$

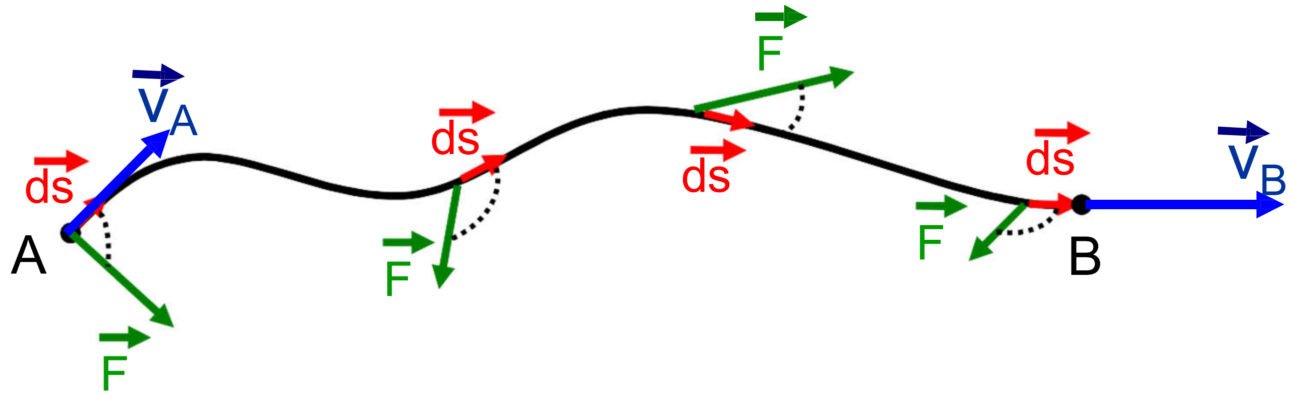
$$ds \cos(\alpha) = dh$$

$$F = P = mg$$

$$L = \Sigma\, dL = \Sigma\, F\, dh = F\, \Sigma dh =$$
$$= mg\,(h_B - h_A)$$

$$\Sigma\, dh = (h_B - h_A)$$

Lavoro di accelerazione: Teorema dell’energia cinetica

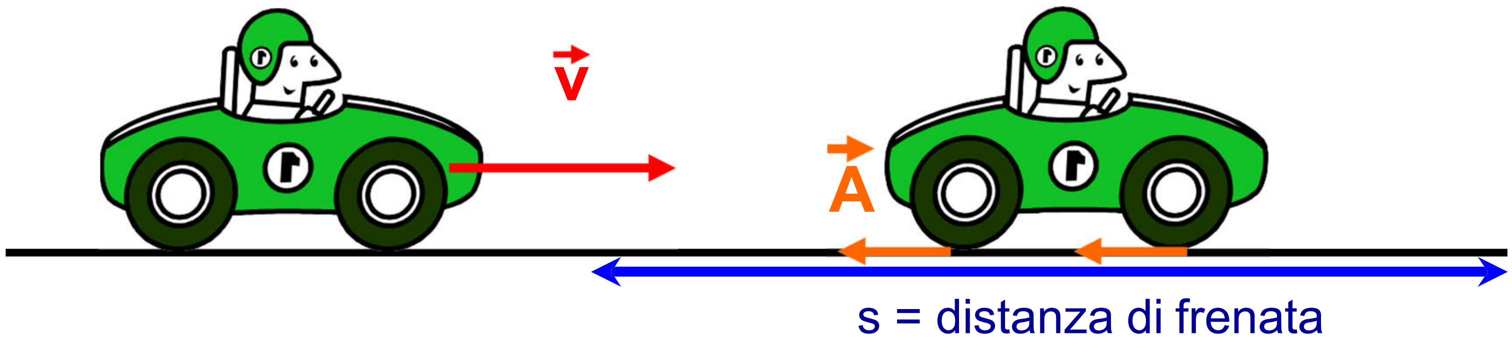


Il lavoro fatto da una forza F quando un corpo si sposta lungo una traiettoria da un punto A ad un punto B è uguale alla variazione di energia cinetica tra la posizione finale ed iniziale del corpo nella traiettoria.

$$L_{AB} = \int F\, ds \cos(\alpha) = mv_B^2/2 - mv_A^2/2$$

$$\text{Energia cinetica} = mv^2/2$$

D8 - Un automobilista fa una brusca frenata mentre va alla velocità di 120 km/h. Le ruote strisciano sul terreno per 150 m prima che l'automobile (m = 500 kg) si fermi. Quanto vale la forza frenante d'attrito esercitata dalla strada sull'automobile, supposta costante?



Applichiamo il teorema dell'energia cinetica:

$$L_A = \text{lavoro fatto dalla forza d'attrito sulle ruote} = \vec{A} \bullet \vec{s} = A\,s\cos(\pi) = -A\,s$$

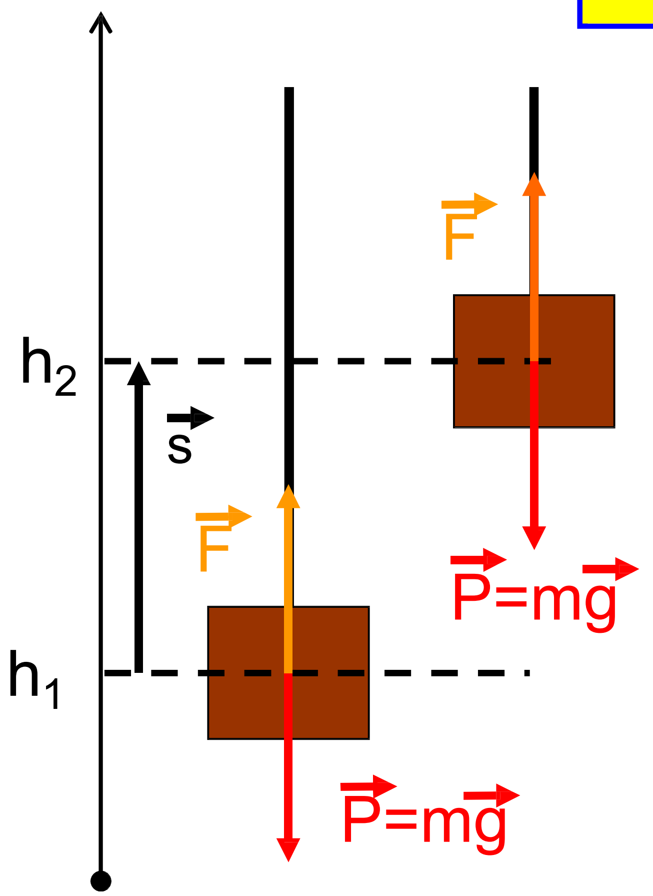
$$\Delta T = \text{variazione di energia cinetica nella frenata} = mv_f^2/2 - mv_{in}^2/2 = 0 - mv^2/2$$

$$L_A = \Delta T$$

$$-A\,s = -mv^2/2$$

$$A = mv^2 / 2s = 500\text{ kg} \times (120/3.6)^2\text{ m}^2/\text{s}^2 / (2 \times 150)\text{ m} =$$
$$= 500\text{ kg} \times 1110\text{ m}^2/\text{s}^2 / 300\text{ m} = 1852\text{ kg m/s}^2 = 1852\text{ N}$$

Lavoro di sollevamento



Per sollevare ***a velocità costante*** un corpo di massa m bisogna esercitare una forza $\vec{F}$ opposta al peso $\vec{P}$.

$$\vec{F} = -\vec{P}$$

Poiché la forza $\vec{P}$ è costante e l'angolo α tra $\vec{P}$ e lo spostamento $\vec{s}$ è di π c(os(π) = -1)

Lavoro compiuto dalla forza peso nel sollevamento = L =

$= P\ s \cos(\pi) = -mg\,(h_2 - h_1) =$

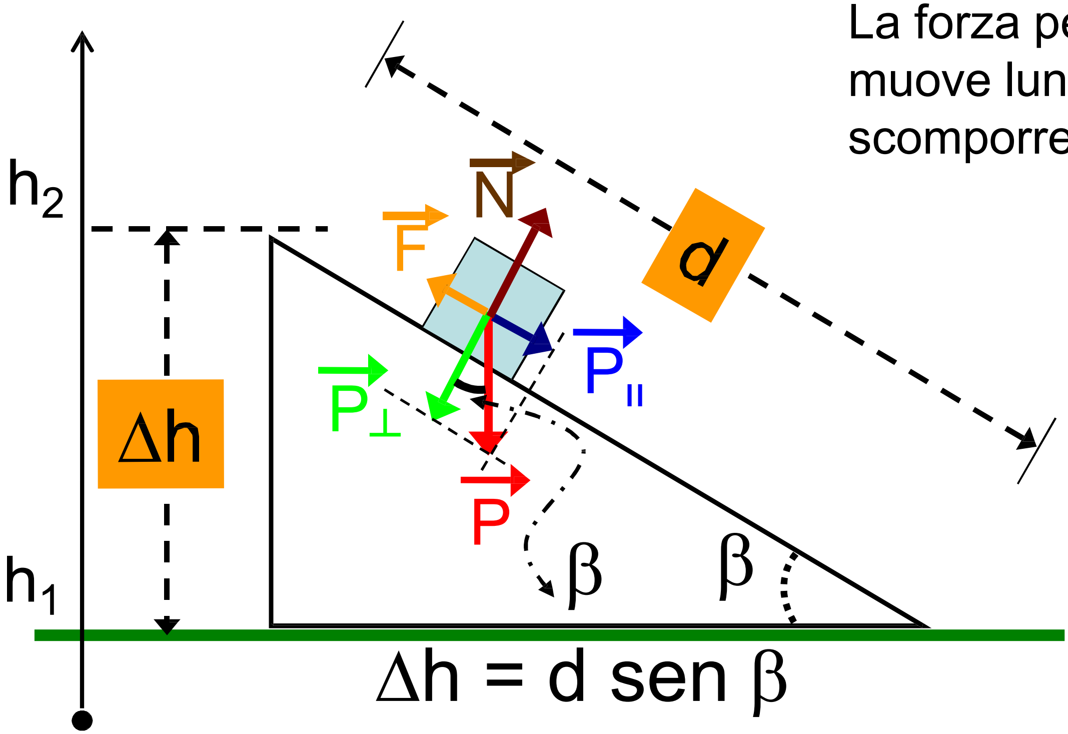
$= m\,g\,h_1 - m\,g\,h_2$

Se definiamo come energia potenziale gravitazionale E_p

$$E_p = m\,g\,h$$

$$L = -\ (m\,g\,h_2 - m\,g\,h_1) = -(\,E(h_2) - E(h_1)\,) = -\Delta E_p$$

Lavoro di sollevamento su un piano inclinato senza attrito



La forza peso $\vec{P}$ applicata ad un corpo che si muove lungo un piano inclinato si può scomporre in due forze :

$$\vec{P} = \vec{P}_{\perp} + \vec{P}_{\parallel}$$

La forza $\vec{P}_{\perp}$ è equilibrata dalla forza $\vec{N}$ esercitata dal piano inclinato.

$$\vec{N} = -\vec{P}_{\perp}$$

Per sollevare ad un'altezza Δh un corpo lungo un piano inclinato a velocità costante bisogna applicare la forza F di modulo uguale a $P_{\parallel}$.

$$F = P_{\parallel} = P \text{ sen } \beta$$

Il lavoro fatto dalla forza $\vec{P}_{\parallel}$ per lo spostamento del corpo di un tratto d è (cosα = -1)

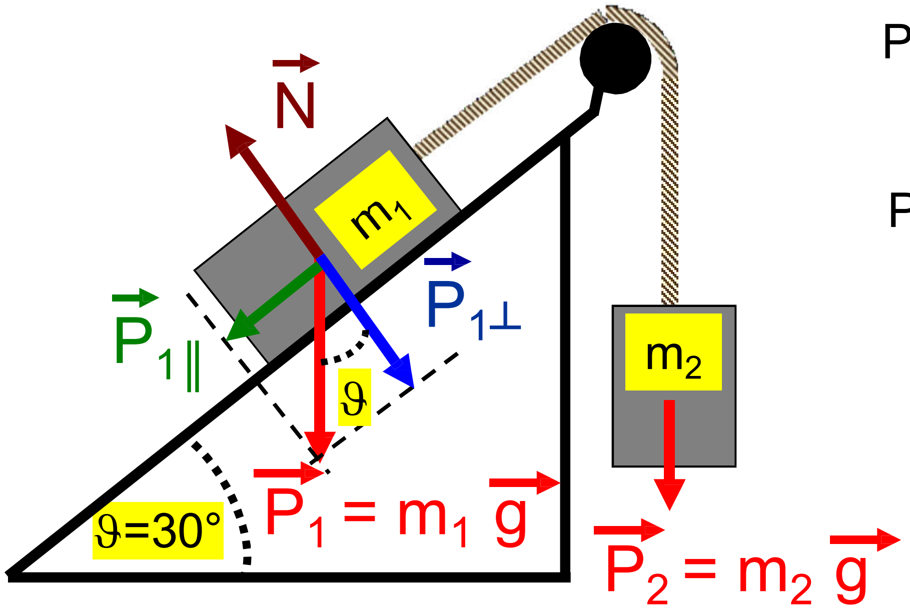
$$L = P_{\parallel} d \cos\alpha = - P_{\parallel} d = P \text{ sen}\beta\, d = - mg \text{ sen}\beta\, d = - m\, g\, (h_2 - h_1)$$

Il lavoro fatto dalla forza peso per sollevare il corpo di un'altezza Δh lungo il piano inclinato è lo stesso di quello per sollevarlo della stessa altezza lungo la verticale. Il lavoro non dipende dalla traiettoria, ma solo dal dislivello subito dal corpo.

D9 - Due corpi legati (m_1 = 10 Kg; m_2 = 8 Kg) da una fune inestensibile e senza peso si trovano uno su un piano inclinato senza attrito, l'altro pendente lungo la verticale. Quanto vale il modulo dell'accelerazione del sistema?

La risultante $\vec{F}$ delle forze applicate al sistema è

$$\vec{F} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N} = \cancel{\vec{P}_{1\perp}} + \vec{P}_{1\parallel} + \vec{P}_2 + \cancel{\vec{N}}$$



$$P_{1\parallel} = m_1\, g \cos(90 - \vartheta) = m_1\, g\, \text{sen}(30°) = $$
$$= m_1 g/2 = (10 \text{ kg } 9.8 \text{ m/s}^2) / 2 = 49 \text{ N}$$

$$P_2 = m_2\, g = 8 \text{ kg x } 9.8 \text{ m/s}^2 = 78.4 \text{ N}$$

$$M = m_1 + m_2 = 18 \text{ kg}$$

L'accelerazione del sistema è quella di un corpo di massa M sottoposto alla forza

$$F = P_2 - P_{1\parallel}$$

$$a = (P_2 - P_{1\parallel}) / M = (78.4 \text{ N} - 49 \text{ N}) / 18 \text{ kg} =$$
$$= 1.6 \text{ m/s}^2$$

D10 - Un escursionista di massa 80 Kg, compreso lo zaino, compie un escursione in montagna salendo all’altezza di 2200 m. Quale lavoro compie in questa escursione?

Poiché la forza gravitazionale è una forza conservativa, il lavoro contro la forza gravitazionale è indipendente dalla traiettoria: quindi è uguale al lavoro compiuto lungo la verticale o alla variazione di energia potenziale.

$$L = \text{Lavoro di sollevamento} = mgh = \Delta Ep$$

$$L = mgh = 80 \text{ kg } 9.81 \text{ m/s}^2 \ 2200 \text{ m} \cong 800 \times 2200 \text{ J} =$$
$$= 176 \ 10^4 \text{ J} = 1.76 \ 10^6 \text{ J} = 1.76 \text{ MJ}$$

Definizione di forza conservativa:

Una forza si dice conservativa se il lavoro fatto da essa lungo un certo percorso non dipende dal percorso, ma solo dalla posizione iniziale e finale. In questo caso

$$L = E_p\,(in) - E_p(fin)$$

Altra definizione (equivalente) di forza conservativa:

Una forza si dice conservativa se il lavoro fatto da essa lungo un **qualsiasi** percorso chiuso è nullo.

La forza peso è una forza conservativa. $\Rightarrow$ $E_p = m\,g\,h$

La forza elastica è una forza conservativa.

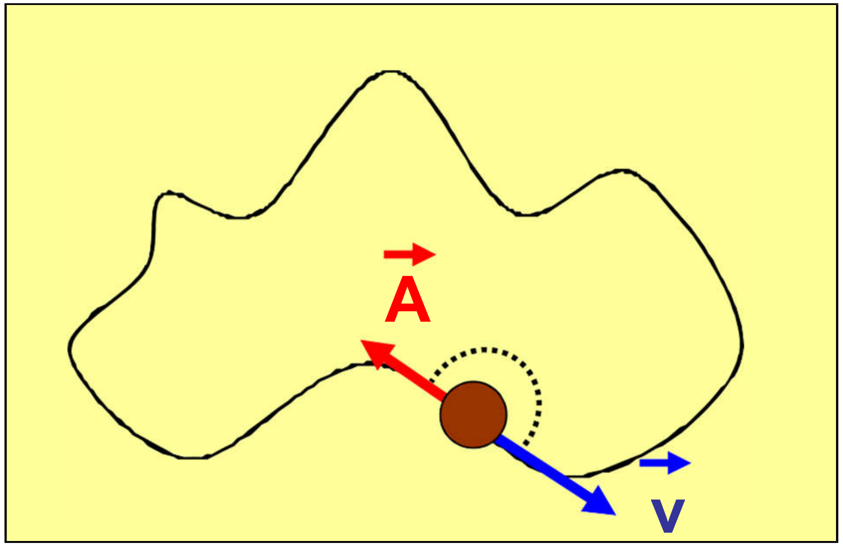
Il lavoro per allungare una molla dalla deformazione nulla alla deformazione x_{max}

$$L = -\,k\,x^2_{max}/2 = -\,(E_p^{el}(fin) - E_p^{el}(in)) = -\,\Delta E_p^{el}$$

$$E_p^{el} = k\,x^2/2 \;\Rightarrow\; E_p^{el}\,(in) = k\,0^2/2 = 0; \quad E_p^{el}\,(fin) = k\,x^2_{max}/2$$

La forza d'attrito è una forza conservativa?

Consideriamo il moto di un corpo che si muove su di un percorso chiuso sotto l'azione della forza d'attrito.



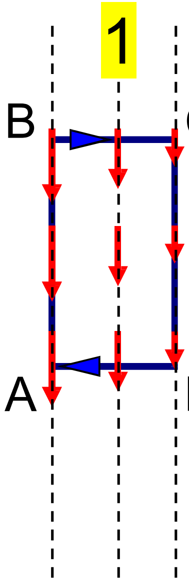
Lungo tutto il percorso chiuso, la forza di attrito A è sempre opposta alla velocità v e, quindi, allo spostamento.

L'angolo tra forza d'attrito e lo spostamento è di π in ogni punto della traiettoria.

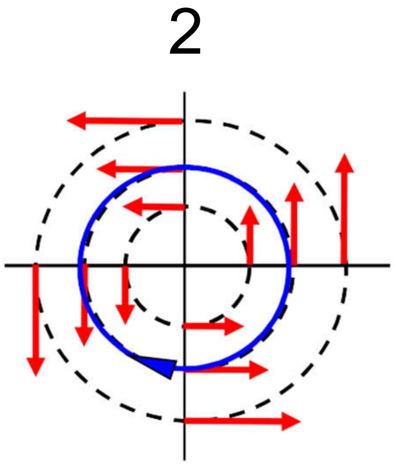
Il lavoro lungo tutto il percorso chiuso è sicuramente negativo.

La forza d'attrito non è conservativa.

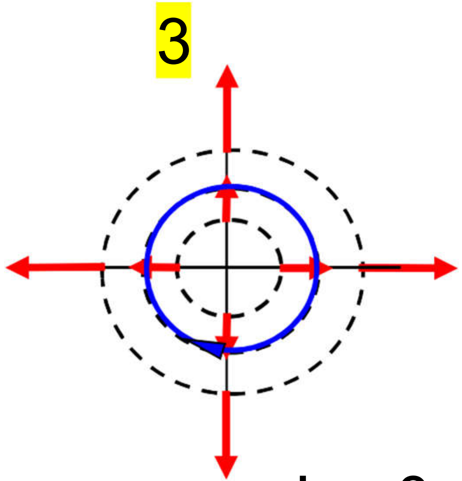
D11 - Quale (o quali) dei seguenti campi di forze è un campo non conservativo?



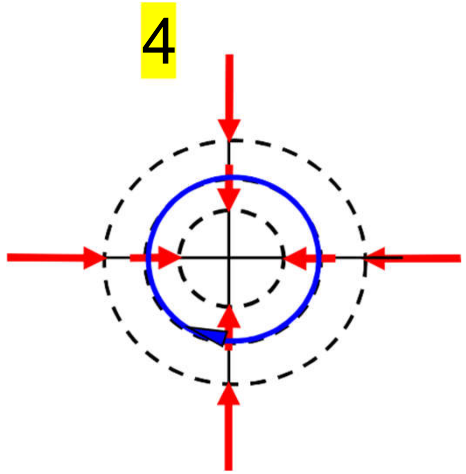
L < 0



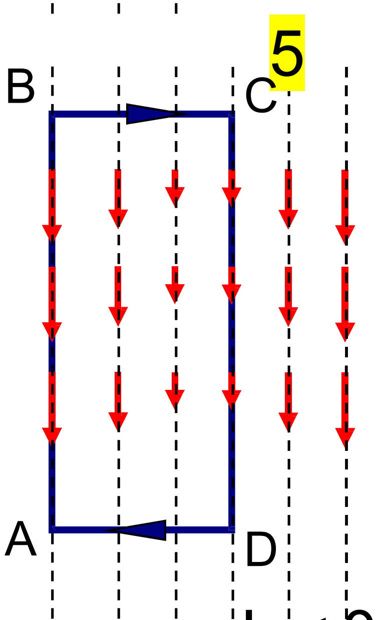
L < 0



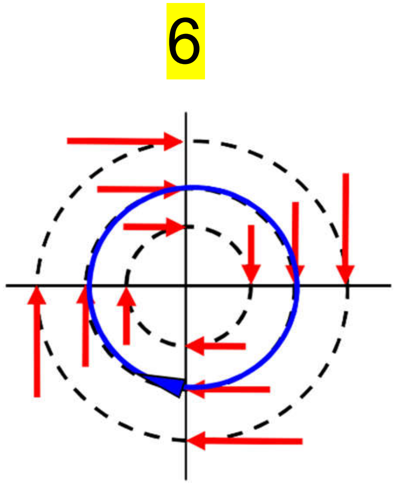
L = 0



L = 0



L < 0



L > 0

Grafico1 : $L_{BC} = L_{AD} = 0$

$L_{AB} = - F_{AB}$ AB < 0

$L_{CD} = F_{CD}$ CD > 0

AB = CD $F_{AB} > F_{CD}$

$L = L_{AB} + L_{CD} < 0$

Grafico 5 : come Grafico1

Forze conservative:
Grafici 3 e 4.

Conservazione dell'energia meccanica

$$L_{AB} = mv_B^2/2 - mv_A^2/2 = E_c(B) - E_c(A)$$ Teorema dell'energia cinetica

$$L_{AB} = E_p(A) - E_p(B)$$ Lavoro di una forza conservativa

La posizione A (posizione iniziale) si riferisce al tempo t; la posizione B (posizione finale) si riferisce ad un tempo successivo (t + Δt).

$$\left.\begin{aligned} L_{AB} &= E_c(t+\Delta t) - E_c(t) \\ L_{AB} &= E_p(t) - E_p(t+\Delta t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_p(t) - E_p(t+\Delta t) = E_c(t+\Delta t) - E_c(t)$$

$$E_p(t+\Delta t) + E_c(t+\Delta t) = E_p(t) + E_c(t)$$

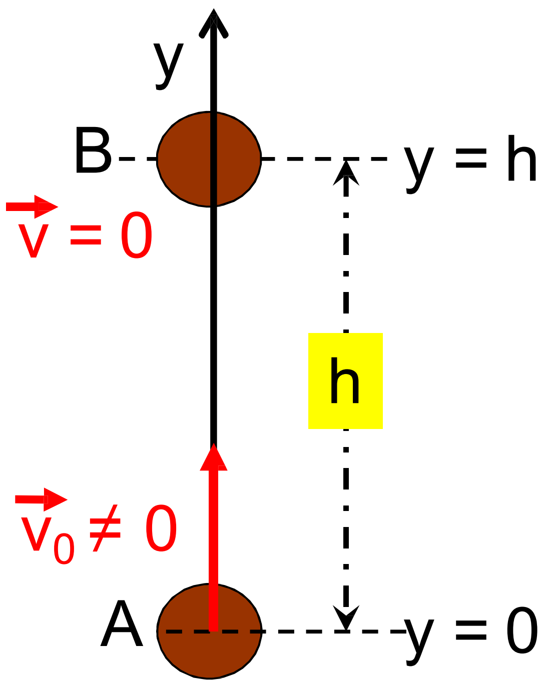
Energia meccanica totale = Energia potenziale + Energia cinetica

$$E_{tot}(t) = E_p(t) + E_c(t)$$

$$E_{tot}(t+\Delta t) = E_{tot}(t) \Rightarrow$$ L'energia totale si conserva, cioè resta costante nel tempo

Conservazione dell'energia meccanica : un esempio

Quale è la massima altezza raggiunta da un corpo lanciato verso l'alto con velocità $\vec{v}_0 \neq 0$ nel campo gravitazionale terrestre?



Se si trascura la resistenza dell'aria, vale il principio della conservazione dell'energia meccanica, E:

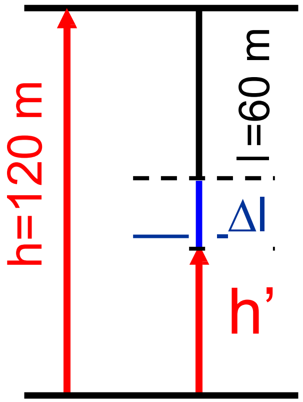
$$E = cost \Longrightarrow E(A) = E(B)$$

L'energia meccanica è la somma di energia cinetica e potenziale: $E = mv^2/2 + mgh$

$$mv_A^2/2 + \cancel{mgh_A} = \cancel{mv_B^2/2} + mgh_B$$

$$\cancel{m}v_0^2/2 = + \cancel{m}gh \Longrightarrow v_0^2/\,2\,g = h$$

D12 - Nel salto con l'elastico una persona si lancia dall'altezza h =120 m legato ad un cavo elastico di lunghezza l = 60 m. Quale è il massimo allungamento Δl che subisce il cavo, sapendo che il valore della costante elastica del cavo è 280 N/m?



All'istante del lancio (v = 0) l'energia totale della persona è

$$E_{tot} = m\,g\,h$$

Quando raggiunge il punto più basso della traiettoria, la persona si ferma (v = 0) e la molla raggiunge la massima lunghezza

$$E'_{tot} = m\,g\,h' + k\,\Delta l^2/2$$

Per il principio di conservazione dell'energia meccanica

$$E_{tot} = E'_{tot} \quad \Rightarrow \quad m\,g\,h = m\,g\,h' + k\,\Delta l^2/2$$

Ma

$$\Delta l = h - h' - l$$

$$m\,g\,(h - h') = k\,\Delta l^2/2 = k\,(h - h' - l)^2/2$$

$$m\,g\,x = k\,(x - l)^2/2 \quad \Rightarrow \quad k\,x^2/2 - (mg + kl)\,x + k\,l^2/2 = 0$$

$$140\,x^2 - (700 + 16800)\,x + 140 \bullet 3600 = 0 \quad \Rightarrow 140\,x^2 - 17500\,x + 140 \bullet 3600 = 0$$

$$x^2 - 125\,x + 3600 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = [125 \pm (15625 - 14400)^{1/2}]/2$$

$$x = [125 \pm (1225)^{1/2}]/2 \quad \begin{cases} 80 \text{ m} \\ 45 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Delta l = h - h' - l = 80 \text{ m} - 60 \text{ m} = 20 \text{ m}$$

Lavoro e Potenza: unità di misura

Il lavoro è dimensionalmente il prodotto di una forza per uno spostamento:

$$L = F s$$

L'unità di misura del lavoro (e quindi dell'energia) nel S.I. è

1 Joule (J) = 1 Newton x 1 metro

Il lavoro di 1 J è quello compiuto da una forza di 1 N quando sposta il suo punto di applicazione di 1 m nella direzione della forza.

La potenza w è il rapporto tra il lavoro L compiuto ed il tempo Δt impiegato a compierlo:

$$w = L / \Delta t$$

L'unità di misura della potenza nel S.I. è 1 Watt (W) = 1 J /1 s

Un'altra unità di misura dell'energia (lavoro)

$L = w \Delta t$

Il lavoro si può misurare anche in Watt .s = (J/s) s = J

Watt ora = W h = 1 J/s 3600 s = 3600 J

KWatt ora = KWh = 1000 J/s 3600 s = 3.600.000 J = $3.6\ 10^6$ J

D13 - L'ascensore di una metropolitana (massa = M = 500 Kg) è in grado di sollevare 12 passeggeri per un dislivello di 30 m in 1 min. Quale è la potenza minima che devono avere i suoi motori?

M_{tot} = massa totale sollevata = 500 kg + 70 x 12 kg = 1340 kg

Lavoro di sollevamento = $M_{tot}\, g\, h$

Potenza necessaria = $M_{tot}\, g\, h / \Delta t$ = 1340 kg x 9.8 m/s^2 x 30 m / 60 s =

= 670 kg m/s x 9.8 m/s^2 $\cong$ 6700 (kg m/s^2) m/s =

= 6700 N m /s = 6700 J/s = 6700 w = 6.7 Kw

ESERCIZI DI RIEPILOGO

Cinematica e dinamica

D14 - Quale forza media (in modulo) deve esercitare un mitragliere per tenere ferma una mitragliatrice che spara 1200 colpi /min di massa 50 g alla velocità di 1.5 km/s?

f = frequenza dei colpi = 1200 colpi / 60 s = 20 colpi / sec

Δt = intervallo di tempo tra lo sparo di due colpi = 1/f = 1/20 sec/colpo = 0.05 sec/colpo

a_m = accelerazione media del proiettile = $(1.5\ 10^3$ m/s) / 0.05 s = $30\ 10^3$ m/s^2

F_m = forza media esercitata dalla mitragliatrice sul proiettile = m a_m =
= $50\ 10^{-3}$ kg x $30\ 10^3$ m/s^2 = 1500 N

Per il 3° principio della dinamica il proiettile esercita una forza media dello stesso modulo e di verso opposto sulle mani del mitragliere.

D15 - Sapendo che la massima accelerazione a_{max} tollerabile da un individuo è di 4.5 (km/h)/s, quale è la massima velocità a cui potrebbe arrivare un treno della metropolitana tra due stazioni che sono ad una distanza d = 1. 5 km, supponendo che si muova di moto uniformemente vario ?

$$a_{max} = 4.5\ (km/h)/s = (4.5\ 10^3\ m/3600\ s)\ /\ s = 45/36\ m/s^2 = 5/4\ m/s^2$$

La velocità a cui arriva il treno dopo un percorso s_1 nel moto uniformemente accelerato è

$$v_1 = \sqrt{2\ a_{max}\ s_1} \quad \Rightarrow \quad s_1 = v_1^2 / 2\ a_{max}$$

Lo spazio s_2 che il treno a velocità v_1 deve percorrere con moto uniformemente decelerato con decelerazione a_{max} per fermarsi è

$$s_2 = v_1^2 / 2\ a_{max}$$

Quindi $\qquad s_1 = s_2$

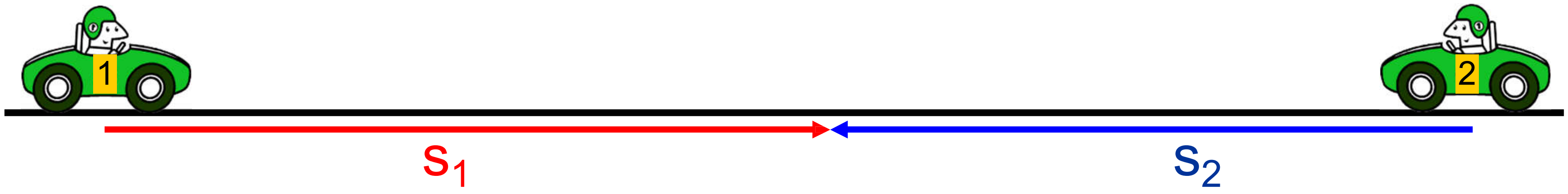
Poiché $\quad s_1 + s_2 = d \qquad s_1 = s_2 = d/2 = 0.75\ km$

Quindi

$$v_1 = \sqrt{2\ a_{max}\ s_1} = \sqrt{2\ (5/4)\ m/s^2\ 750\ m} = \sqrt{1875\ m^2/s^2} = 43.3\ m/s = 43.3\ m/s$$

$$43.3\ m/s = 156\ km/h$$

D16 - Due automobili partono allo stesso istante dalle due estremità opposte di un percorso di lunghezza d=15 Km. Una si muove alla velocità costante di 115 km/h e l' altra alla velocità costante di 85 Km/h. Dopo quanto tempo si incrociano? Quanto spazio avrà percorso ciascuna automobile?



Se le due automobili partono al tempo t=0 e indichiamo con t l'istante in cui si incrociano, gli spazi s_1 ed s_2 percorsi dalle due auto sono

$$s_1 = v_1 t \qquad s_2 = v_2 t$$

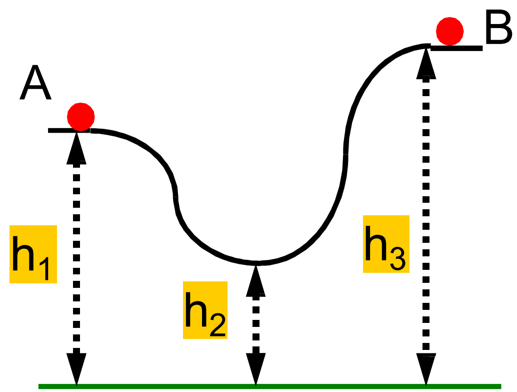
$$s_1 + s_2 = d$$

$$v_1 t + v_2 t = d \quad \Rightarrow \quad t = d / (v_1 + v_2) = 15 \text{ Km} / 200 \text{ Km/h} =$$
$$= 0.075 \text{ h} = 0.075 \times 3600 \text{ s} = 270 \text{ s} = 4.5 \text{ min}$$

$$s_1 = v_1 t = 115 \text{ Km/h} \times 0.075 \text{ h} = 8.6 \text{ Km}$$

$$s_2 = v_2 t = 85 \text{ Km/h} \times 0.075 \text{ h} = 6.4 \text{ Km}$$

D17 - Un bambino al gioco delle biglie deve spostare la sua biglia (m = 20 g) dal punto A al punto B. Supponendo trascurabile le resistenze passive, quale velocità minima deve imprimere alla sua biglia per farla giungere nel punto B?



$h_1 = 3$ cm

$h_2 = 1.5$ cm

$h_3 = 5$ cm

Poiché possiamo trascurare le resistenze passive, non ci sono forze dissipative e possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica.

$$E_{tot}(A) = E_{tot}(B)$$

$$E_{tot}(A) = m\,g\,h_1 + m\,v_0^2/2$$

$$E_{tot}(B) = m\,g\,h_3 + m\,v_3^2/2$$

$$E_{tot}(A) = m\,g\,h_1 + m\,v_0^2/2 = m\,g\,h_3 + m\,v_3^2/2 = E_{tot}(B)$$

$$v_0^2 = 2\,g\,(h_3 - h_1) + v_3^2$$

La velocità iniziale minima si ha quando $v_3 = 0$, cioè è quella velocità che permette alla biglia di arrivare in B con velocità nulla.

$$v_0{}^2{}_{min} = 2\,g\,(h_3 - h_1) = 2\;9.8\ \text{m/s}^2\;2\;10^{-2}\ \text{m} \cong 0.4\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_{0min} \cong 0.63\ \text{m/s} = 63\ \text{cm/s}$$

D18 - Uno sciatore arriva, alla fine di una gara di discesa libera in cui il dislivello tra la partenza e l'arrivo è di 1200 m, con la velocità di 100 m/s. Trascurando la resistenza dell'aria, quanto vale il lavoro fatto dall'attrito sugli sci?

Sullo sciatore agiscono sia la forza peso che l'attrito sul ghiaccio. Applichiamo il teorema dell'energia cinetica.

$$L = \text{Lavoro totale} = \text{lavoro della forza peso} + \text{lavoro dell'attrito} = L_p + L_A$$

$$L_P = m\, g\, h$$

$$L = L_p + L_A = m\, v^2/2 - m v_0^2/2 = m v^2/2$$

$$L_A = m\, v^2/2 - L_P = m\, v^2/2 - m\, g\, h = m\,(v^2/2 - g\, h)$$

$$L_A = m\,(v^2/2 - g\, h) = 70\ \text{Kg}\,(10^4\ m^2/s^2/2 - 9.8\ m/s^2\ 1200\ m) =$$
$$\cong 70\ \text{Kg}\,(5\ 10^3\ m^2/s^2 - 12\ 10^3\ m^2/s^2) = -490\ 10^3\ J$$