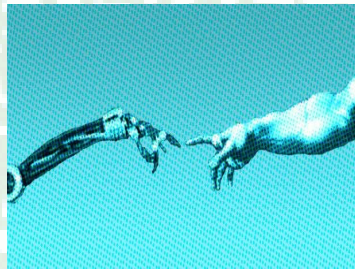




Analisi Spettrale tramite FFT Finestratura



Analisi Spettrale tramite FFT

Outline

- Introduzione
- Risoluzione Spettrale
- Dispersione Spettrale
- Scallop Loss
- Finestratura
- Principali parametri di una finestra
 - Ampiezza Lobo principale
 - Roll Off Rate
- Coherent Gain
- Equivalent Noise Power Bandwidth

Risoluzione Spettrale

$$\text{Risoluzione Spettrale} = \frac{1}{\text{Finestra Temporale di Osservazione}}$$

$$\text{Finestra Temporale di Osservazione} = \text{Numero Campioni} * \text{Passo di Campionamento}$$

$$\begin{aligned} \text{Risoluzione Spettrale} &= \frac{1}{\text{Numero Campioni} * \text{Passo di Campionamento}} \\ &= \frac{\text{Frequenza di Campionamento}}{\text{Numero Campioni}} \end{aligned}$$

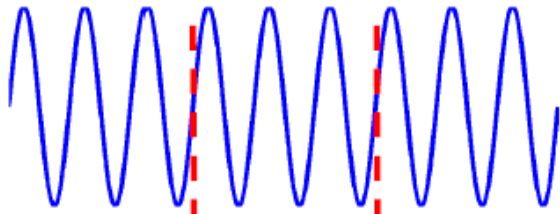
Esempio:

Se in un sistema di acquisizione dati selezioniamo una frequenza di campionamento pari a 1KS/s e 1000 campioni, avremo un tempo di osservazione di 1 s e quindi una risoluzione spettrale pari a 1 Hz.

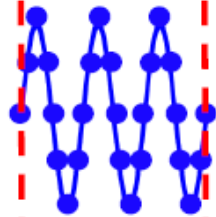
Finestratura

Assenza di Dispersione Spettrale

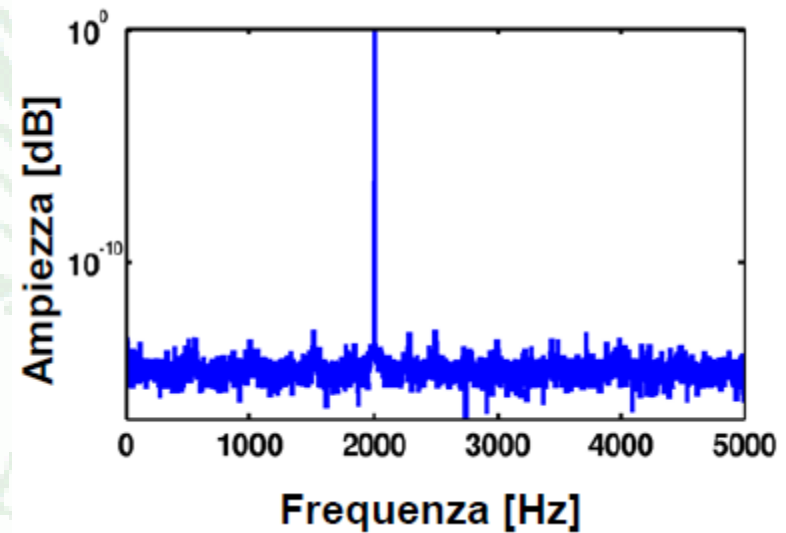
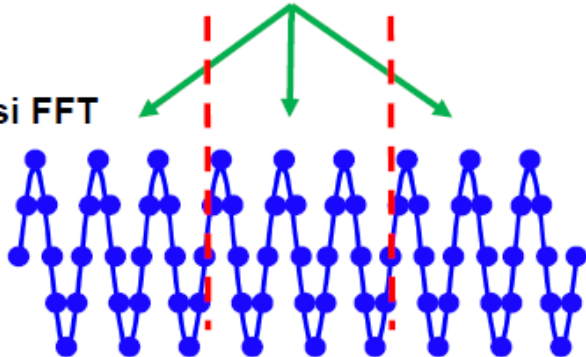
Segnale originario



Acquisizione
nel *time record*



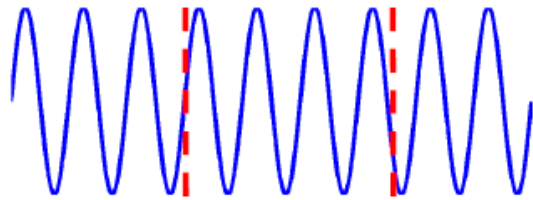
Ipotesi FFT



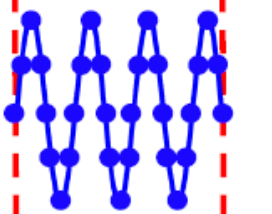
Finestratura

Presenza di Dispersione Spettrale

Segnale originario

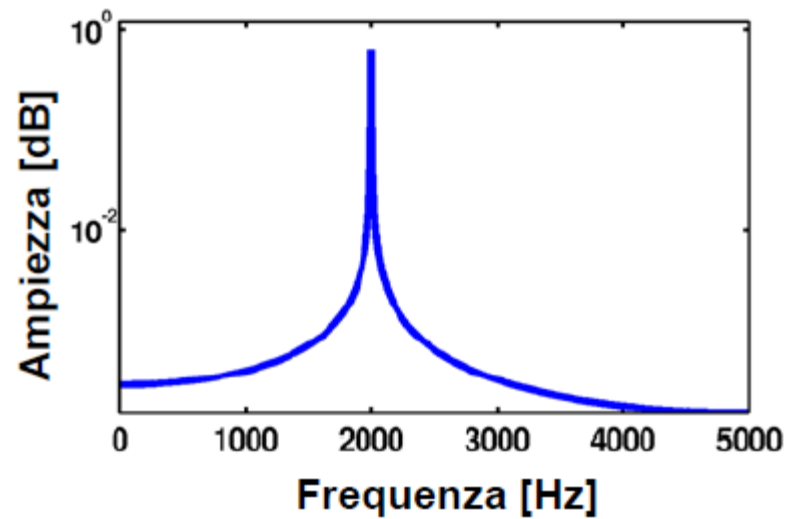
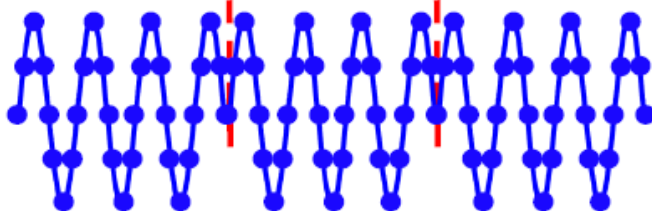


Acquisizione
nel *time record*



Ampiezza [dB]

Ipotesi FFT

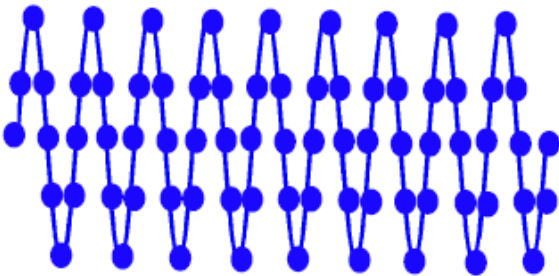


Finestratura

Dispersione Spettrale: Aspetti Matematici

Dominio del tempo

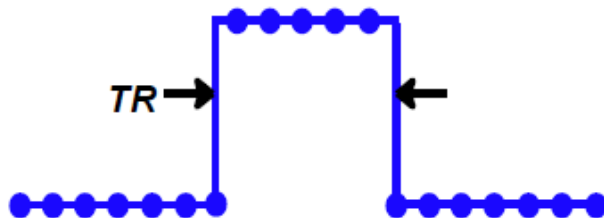
Segnale originario campionato



Prodotto

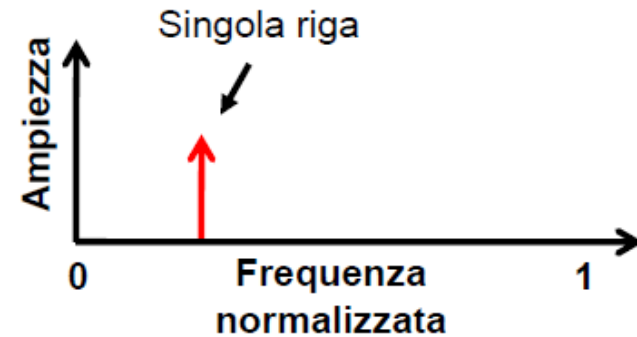


TR

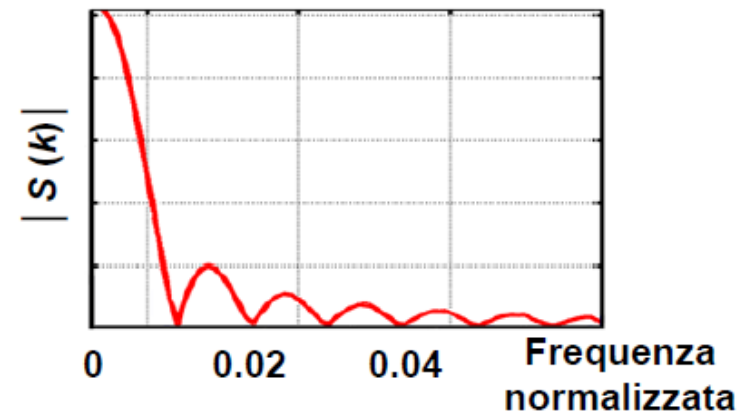


Impulso (finestra) rettangolare

Dominio della frequenza



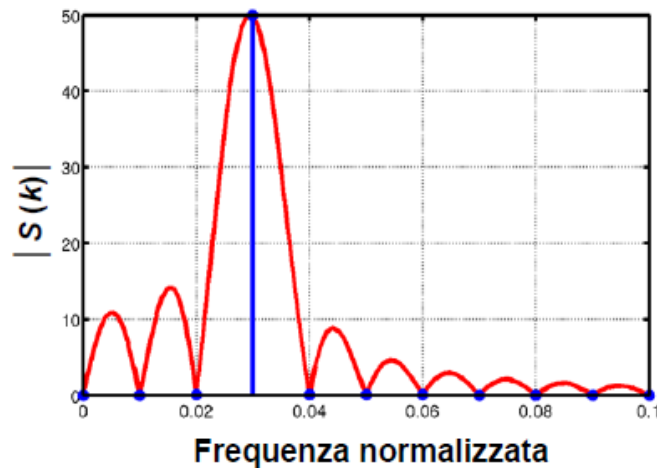
Convoluzione



Finestratura

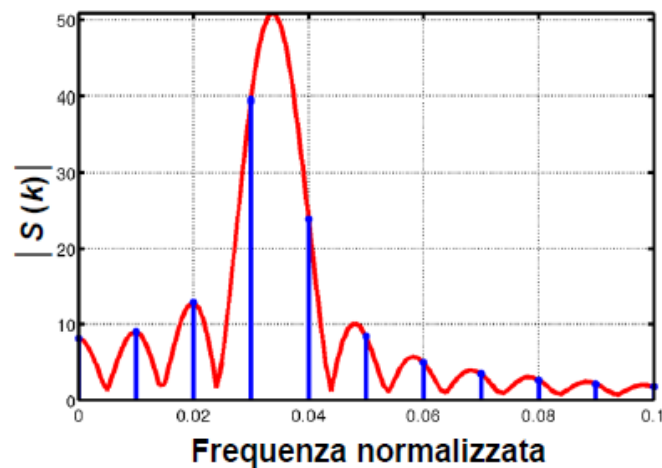
Dispersione Spettrale: Aspetti Matematici

a) *Time record* contenente un **numero intero** di periodi



La FFT fornisce lo spettro atteso

b) *Time record* contenente un **numero non intero** di periodi



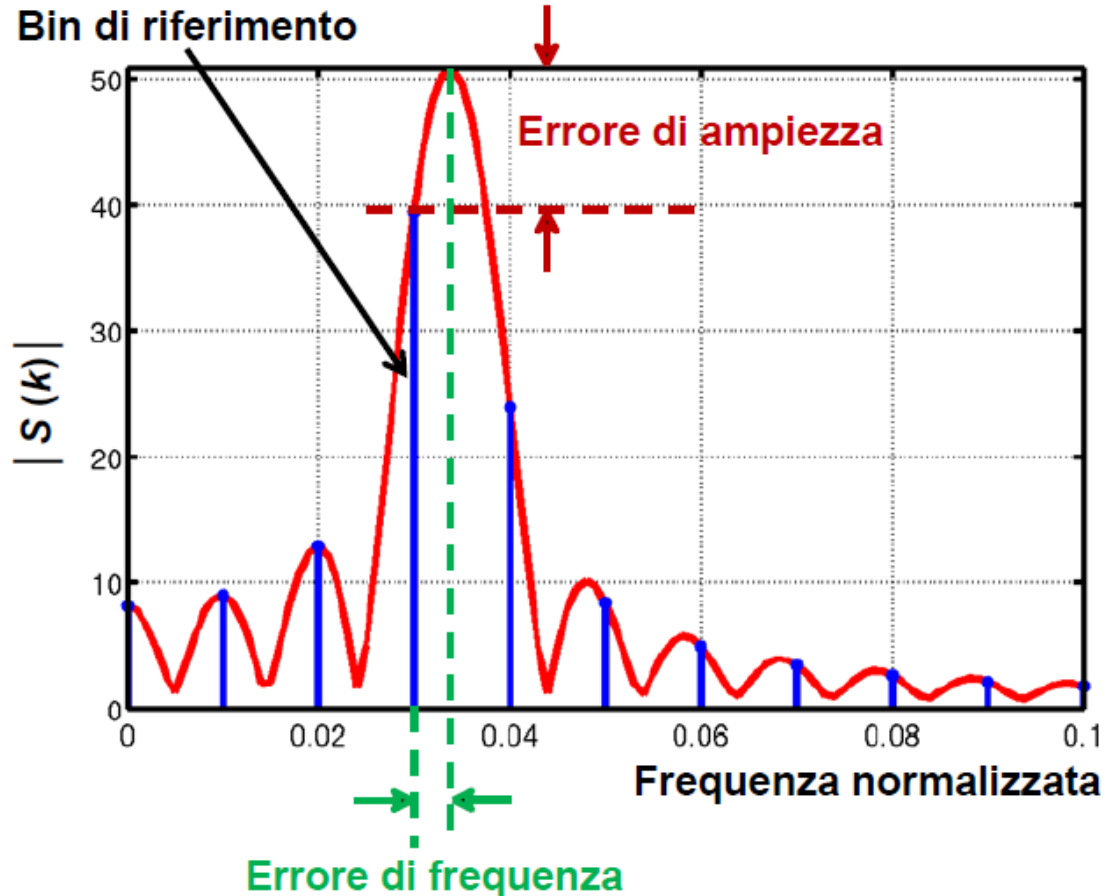
La potenza del tono si disperde su altri bin

Finestratura

Dispersione Spettrale: Effetti

L'energia del tono si distribuisce su componenti adiacenti causando un errore nella misura di ampiezza e di frequenza (scallop loss).

Il caso peggiore si ha quando la f_s cade al centro di due bin (multipli di f_c/N)

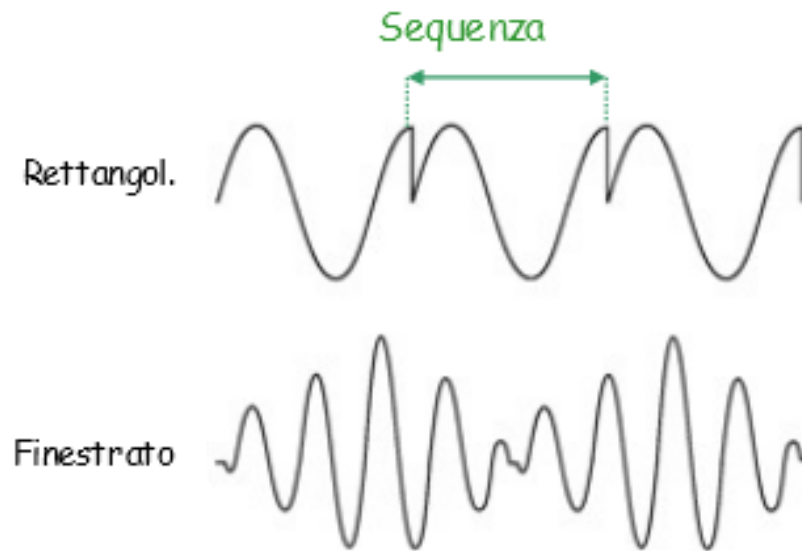


Finestratura

Dispersione Spettrale: La finestratura (Windowing)

Moltiplicare la sequenza di N punti campionata nel dominio del tempo per una funzione che degrada agli estremi

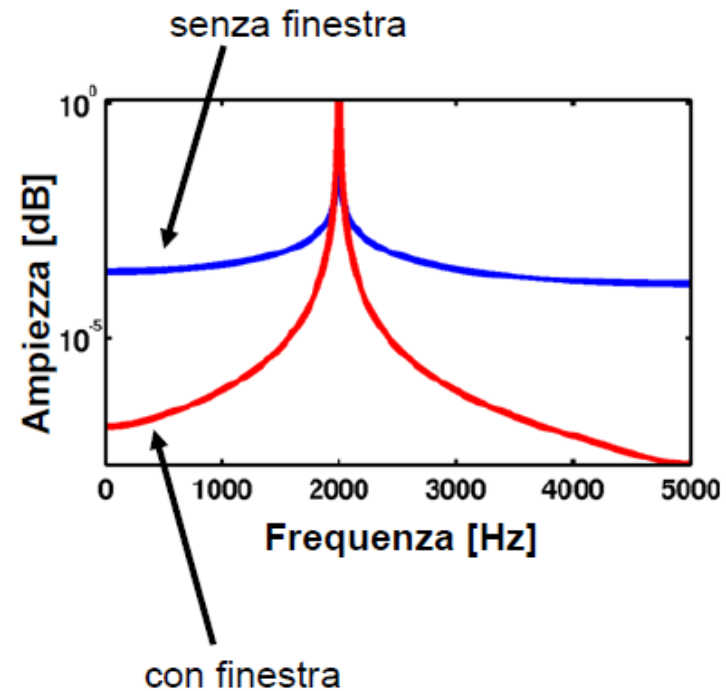
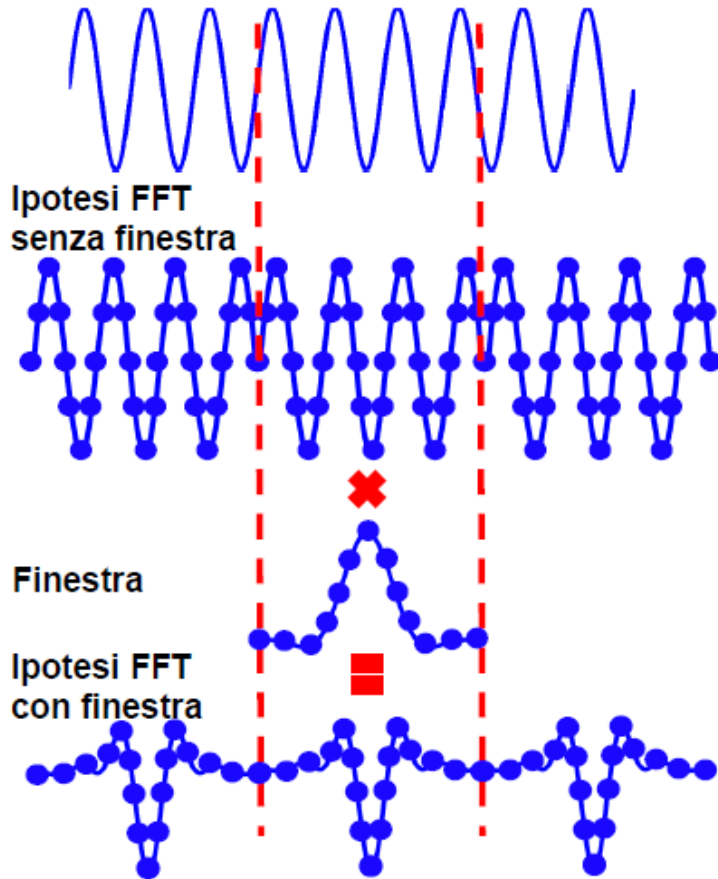
Si attenuano le
discontinuità nel D.T.



Finestratura

Dispersione Spettrale: La finestratura (Windowing)

Segnale originale

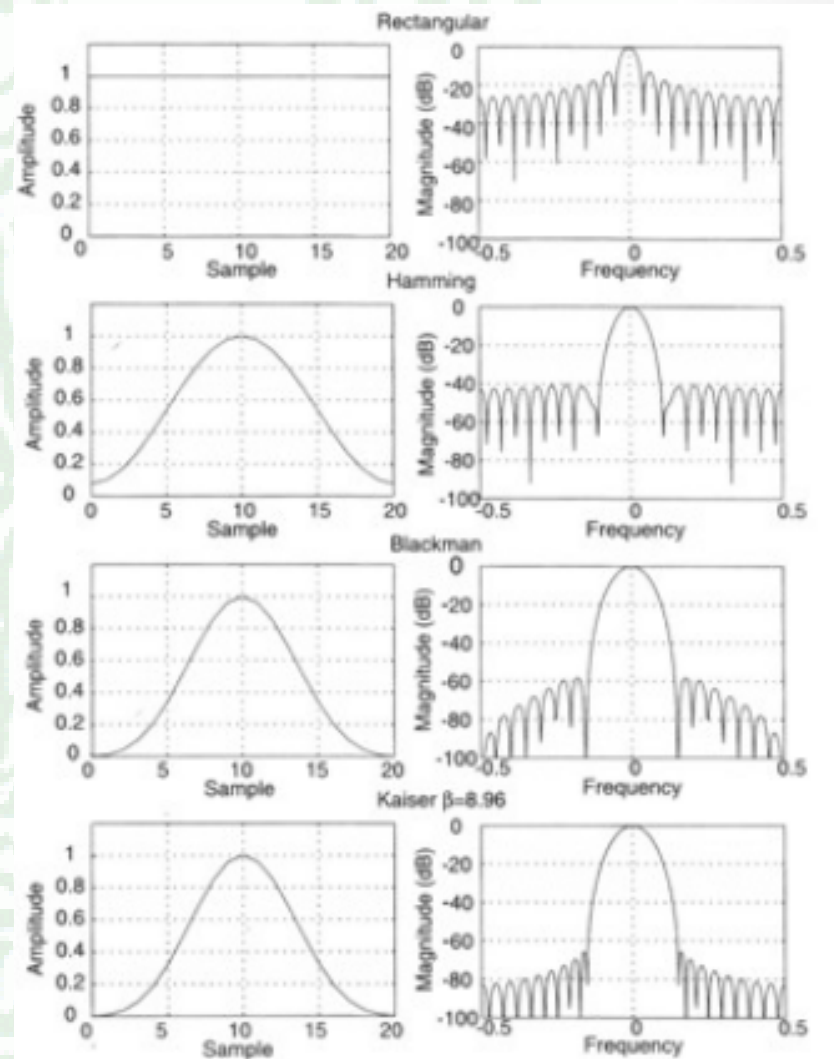


Finestratura

Dispersione Spettrale: La finestrazione (Windowing)

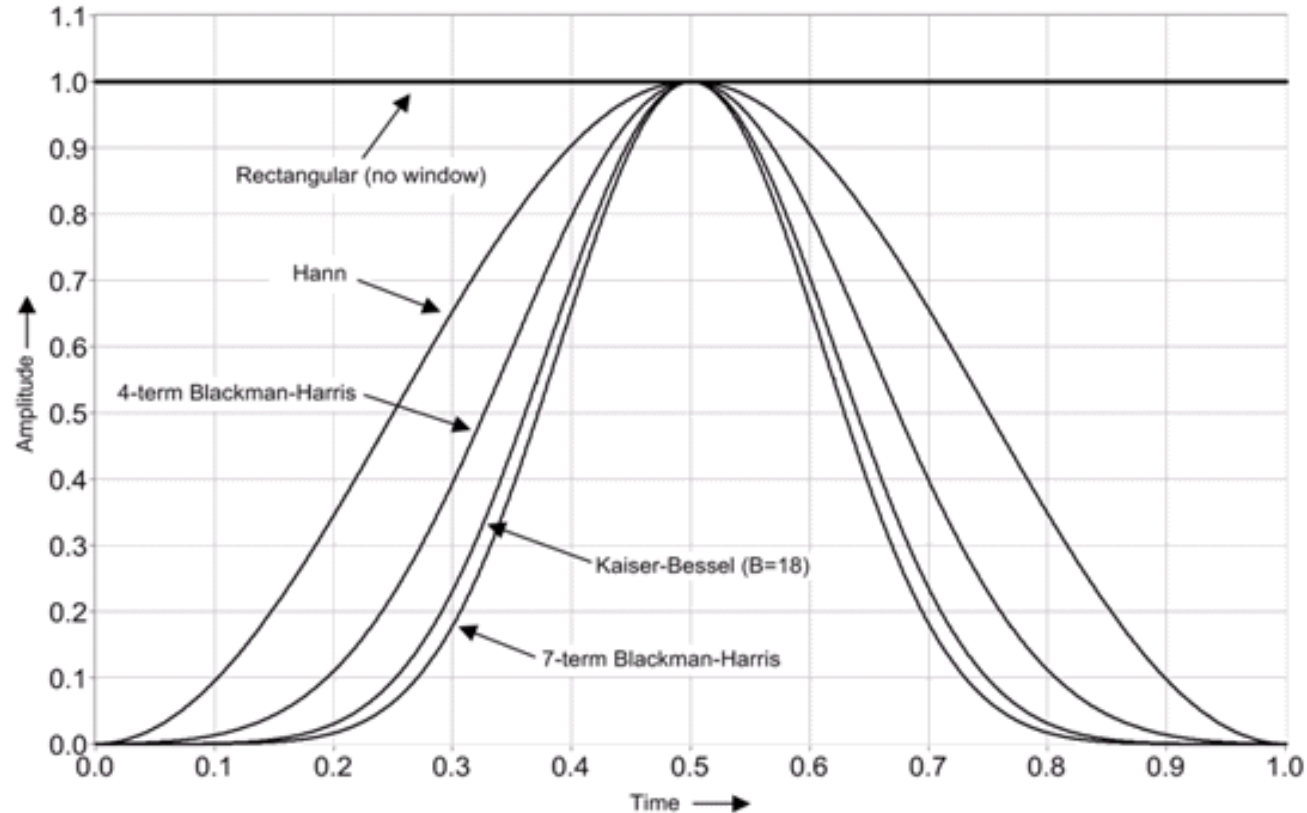
Notiamo che le finestre non rettangolari presentano nel dominio della frequenza un lobo principale più largo e lobi secondari più bassi.

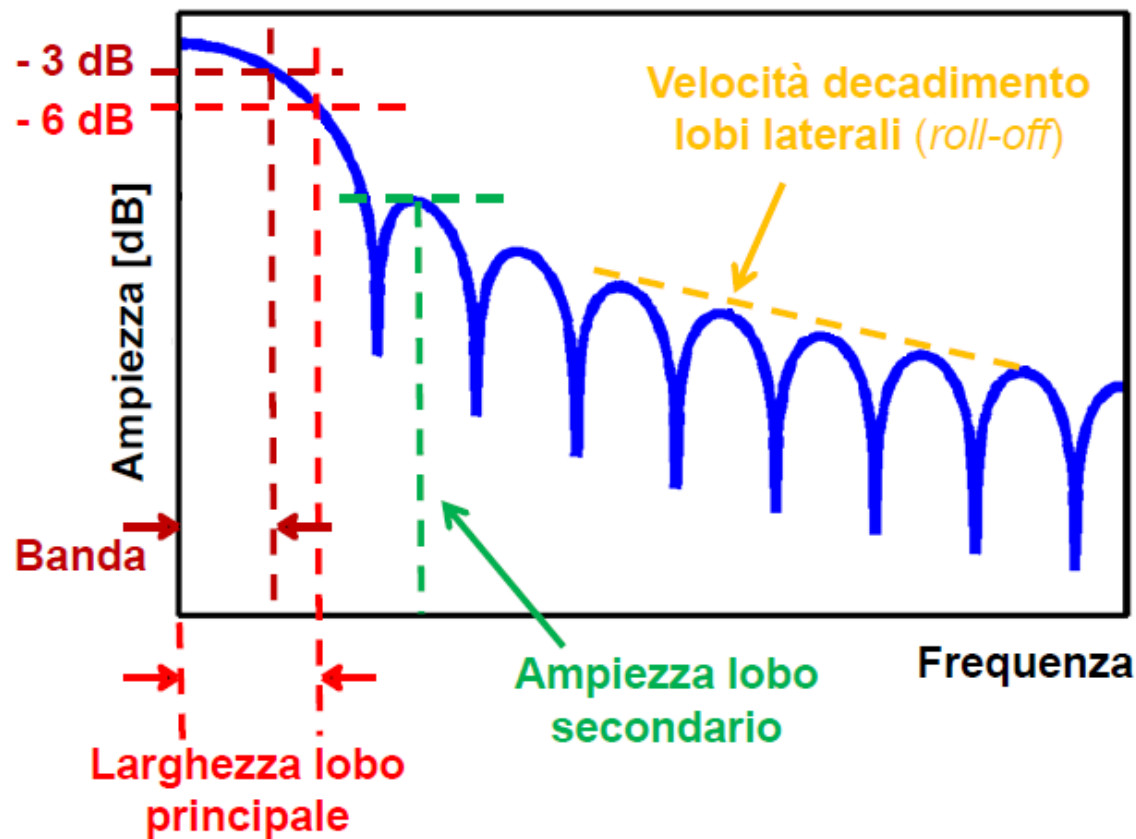
- Si riducono gli effetti dello scallop loss sulle misure di ampiezza.
- Si ha un peggioramento della capacità di risolvere componenti spettrali vicine.
- La scelta della finestra dipende dalle caratteristiche del segnale e dalle grandezze di interesse (ampiezza o frequenza) da misurare



Finestratura

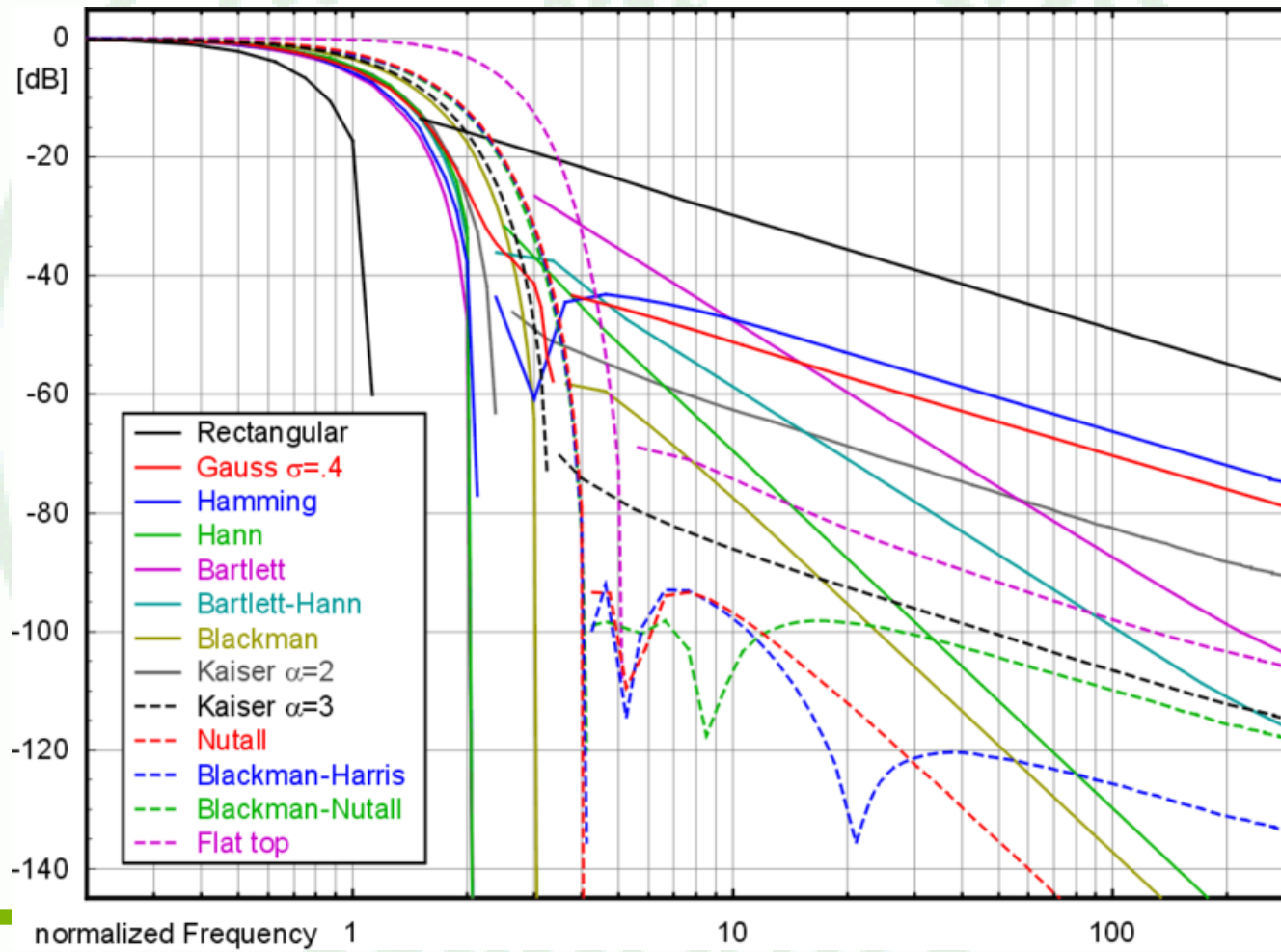
Dispersione Spettrale: La finestrata (Windowing)





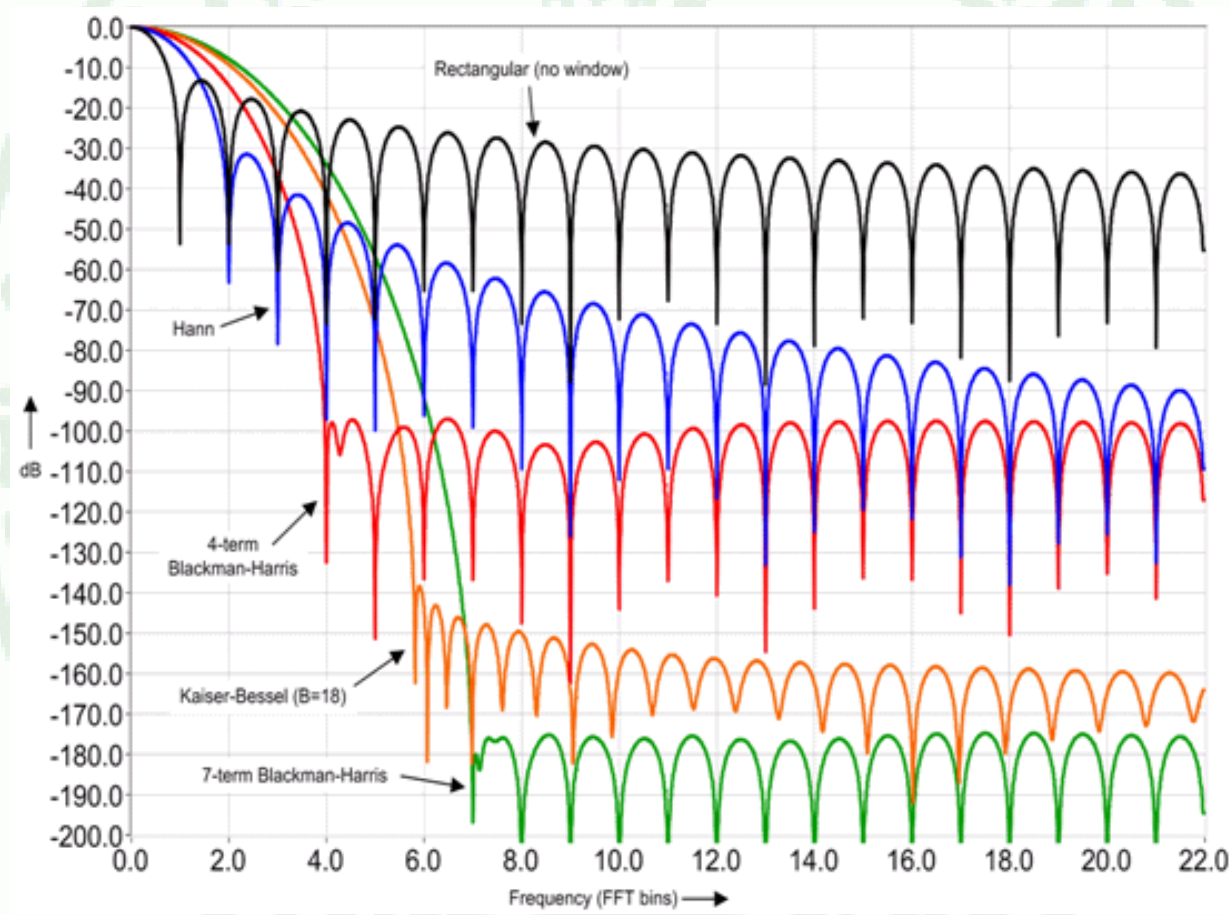
Finestratura

Principali parametri delle finestre nel dominio della frequenza



Finestratura

Principali parametri delle finestre nel dominio della frequenza



Finestratura

Principali parametri delle finestre

Finestra	Banda -3 dB (Δf)	Larghezza lobo prin. -6 dB (Δf)	Ampiezza lobo second. (dB)	roll - off (dB/decade)
Uniforme	0.88	1.21	- 13	20
Hanning	1.44	2.00	- 32	60
Hamming	1.30	1.81	- 43	20
Blackman- Harris	1.62	2.27	- 71	20
Blackman	1.68	2.35	- 58	60
Flat Top	2.94	3.56	-44	20

Finestratura

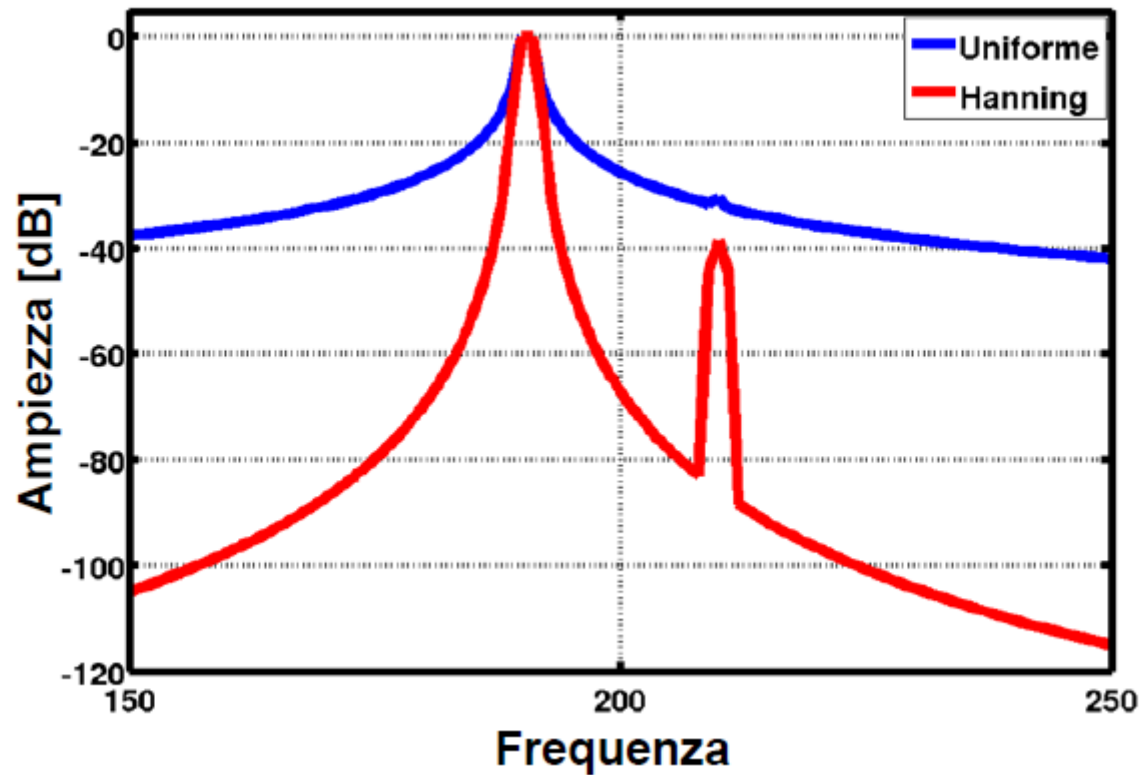
Scelta della finestra da adottare

Tipo di segnale / tipo di misura	Cosa serve
Componenti interferenti lontane e "forti" ⇒	roll-off elevato.
Componenti interferenti vicine e "forti" ⇒	basso livello lobi secondari
Misura di ampiezza di un singolo tono ⇒	lobo principale largo
Risoluzione di componenti molto vicine ⇒	lobo principale stretto

Finestratura

Scelta della finestra da adottare

L'uso appropriato delle finestre consente di risolvere toni vicini con ampiezze differenti



Finestratura

Scelta della finestra da adottare

Segnale da analizzare	Finestra ottimale
Segnale sinusoidale Combinazione di segnali sinusoidali	Hanning
Segnale sinusoidale (misurazione di ampiezza)	Flat-Top
Segnale a banda stretta (vibrazioni)	Hanning
Rumore a banda larga (rumore bianco)	Uniforme
Componenti spettrali ravvicinate	Uniforme, Hanning
Incognito	Hanning

Finestratura

Scelta della finestra da adottare (suggerimenti National Instruments)

Type of Signal

Transients whose duration is shorter than the length of the window

Transients whose duration is longer than the length of the window

General-purpose applications

Spectral analysis (frequency-response measurements)

Separation of two tones with frequencies very close to each other but with widely differing amplitudes

Separation of two tones with frequencies very close to each other but with almost equal amplitudes

Accurate single-tone amplitude measurements

Sine wave or combination of sine waves

Sine wave and amplitude accuracy is important

Narrowband random signal (vibration data)

Broadband random (white noise)

Closely spaced sine waves

Excitation signals (hammer blow)

Response signals

Unknown content

Window

Rectangular

Exponential, Hanning

Hanning

Hanning (for random excitation),
Rectangular (for pseudorandom excitation)

Kaiser-Bessel

Rectangular

Flat top

Hanning

Flat top

Hanning

Uniform

Uniform, Hamming

Force

Exponential

Hanning

Finestratura

Finestra Hanning

Funziona abbastanza bene nel 95% dei casi di interesse pratico perché:

- Ha un lobo principale abbastanza stretto che fornisce pertanto una buona capacità di risoluzione spettrale.
- L'altezza dei lobi laterali è molto attenuata rispetto a quello principale
- Ha un roll off elevato (il decadimento dei lobi laterali è rapido)
- Quando non sia hanno troppe informazioni sul segnale di interesse la finestra di Hanning rappresenta una buona scelta iniziale.
- In seguito si verifica se esiste una differente funzione finestra che può fornire informazioni migliori.

Finestratura

Problematiche: **Misure di Ampiezza**

Coherent Gain

La finestratura comporta la moltiplicazione del segnale per una funzione finestra non lineare. Ciò comporta una distorsione del segnale originario.

Pertanto la finestratura altera l'ampiezza dei campioni acquisiti, ma in modo noto (data la finestra).

Per tener conto delle variazioni di ampiezza imposte dalla finestra adottata è necessario effettuarne una compensazione scalando opportunamente le ampiezze del segnale finestrato.

Il fattore di scala dipende ovviamente dalla finestra adottata e si chiama guadagno coerente della finestra ("window coherent gain").

In genere questa operazione di scalatura è seguita contestualmente alla finestratura, in modo che le finestre scalate forniscano le ampiezze delle righe spettrali nella scala corretta.

Finestratura

Problematiche: **Misure di Potenza**

Equivalent Noise Power Bandwidth (ENPB)

A causa della dispersione spettrale, la **potenza** di ciascuna componente frequenziale è spalmata su un certo numero di righe spettrali del segnale finestrato. **La potenza associata a ciascuna componente del segnale va allora calcolata sommando le ampiezze delle righe spettrali non nulle e dividendo tale valore per un parametro che tiene conto dell'allargamento di banda introdotto dalla finestra:** banda della potenza equivalente di rumore (“equivalent noise power bandwidth”)

$$P_{mis} = \frac{\sum_{i=j-3}^{j+3} potenza(i)}{ENPB_w}$$

Nota: Si scelgono 7 bin rispetto al picco di potenza poiché la larghezza del lobo centrale è praticamente sempre contenuta all'interno di 7 bin

Finestratura

Problematiche: Misure di Frequenza

Tipo Finestra	Coherent Gain	ENPB
Uniforme	1.00	1.00
Hanning	0.50	1.50
Hamming	0.54	1.36
Blackman-Harris	0.42	1.71
Exact-Blackman	0.43	1.69
Blackman	0.42	1.73
Flat-Top	0.22	3.77

Finestratura

Problematiche: **Misure di Frequenza**

Analogamente, per le misure di frequenza, avendo uno spettro discreto, la fascia di incertezza sarà pari alla risoluzione spettrale.

E' possibile ridurre questa fascia di incertezza adottando un algoritmo di media pesata delle righe spettrali intorno al picco dello spettro di potenza.

$$F_{mis} = \frac{\sum_{i=j-3}^{j+3} potenza(i) * i * \Delta f}{\sum_{i=j-3}^{j+3} potenza(i)}$$

Nota: Δf indica la risoluzione spettrale

Finestratura: esempio applicativo

