



Metodo Volt-Amperometrico

1. Obiettivi dell'esperienza

L'esperimento condotto ha l'obiettivo di:

- 1) dimostrare la validità della Legge di Ohm, secondo la quale la differenza di potenziale ai capi di un ramo è direttamente proporzionale alla corrente che circola nel ramo stesso ($\Delta V=RI$).
- 2) stimare la costante di proporzionalità R (detta resistenza elettrica presente sul ramo) della legge di Ohm.

È stato esaminato un circuito semplice, costituito da un'unica maglia con un generatore di tensione e una resistenza elettrica R_x . Le grandezze fisiche che entrano in gioco nell'esperimento sono:

- Il generatore di tensione f , o anche forza elettromotrice, la cui unità di misura è il Volt
- Il potenziale elettrico V , o differenza di potenziale, misurato in Volt
- La corrente I che circola nel circuito, la cui unità di misura è l'Ampere
- La resistenza elettrica R , misurata in Ohm

Al fine di raggiungere gli obiettivi sopracitati, sono state effettuate delle misure congiunte di tensione e di corrente nel circuito preso in esame. I dati sono stati raccolti e analizzati relativamente a due configurazioni del circuito: con il voltmetro a monte e con il voltmetro a valle. I dati raccolti, con le relative incertezze, sono stati successivamente riportati sia in forma tabellare, sia in forma grafica. Dall'osservazione degli andamenti riportati, che dovranno essere di tipo lineare, sarà possibile ottenere una stima della resistenza, tramite il calcolo della pendenza delle rette (funzione lineare).

2. Descrizione dell'esperienza

Per perseguire l'obiettivo principale dell'esperimento, cioè la verifica della Legge di Ohm, sono state costruite, tramite l'ausilio di un simulatore online, le due configurazioni del circuito: con voltmetro a monte e con voltmetro a valle.

Per la raccolta delle misure sono stati adoperati: un amperometro e un voltmetro, il primo per il calcolo della corrente, in funzione della tensione d'ingresso inserita nel circuito, e il secondo per la differenza di potenziale ai capi della resistenza elettrica incognita R_x .

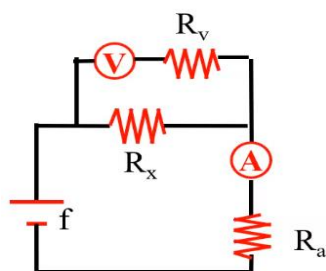
Gli strumenti di misurazione sono stati inseriti all'interno del circuito simulato, in modo tale che, l'amperometro risulti collegato in serie rispetto alla resistenza R_x , mentre il voltmetro sia collegato in parallelo; in particolare i morsetti del voltmetro dovranno essere messi a cavallo della resistenza con il morsetto positivo (rosso) prima e il morsetto negativo (nero) dopo la resistenza.

OSSERVAZIONE: Se tali strumenti fossero ideali, si potrebbe considerare la resistenza del voltmetro R_v infinita, così che la corrente del circuito passi interamente per la resistenza R_x e non per il voltmetro, e la resistenza dell'amperometro R_a infinitesima, così da poter trascurare la caduta di tensione ai suoi capi. Quindi in questa ipotesi otterremmo con il voltmetro la misura dell'effettiva differenza di potenziale agli estremi della resistenza R_x e con l'amperometro la corrente che scorre al suo interno.

Nella realtà, l'amperometro e il voltmetro **NON** sono strumenti ideali, in quanto possiedono delle resistenze interne (rispettivamente R_a e R_v) che, ovviamente, turbano le misurazioni che stiamo effettuando. Per ridurre tale effetto, basandoci sulle osservazioni del caso ideale, dovremmo quindi porre la resistenza interna del voltmetro R_v molto più grande di R_x , mentre quella

dell'ampmetro R_a molto più piccola, in modo tale da tener conto dell'effetto finito delle due resistenze interne R_a e R_v .

Per dare inizio all'esperimento, abbiamo fissato la resistenza incognita R_x e quelle interne agli strumenti di misurazione R_v e R_a in entrambe le configurazioni del circuito simulate, riportate di seguito:

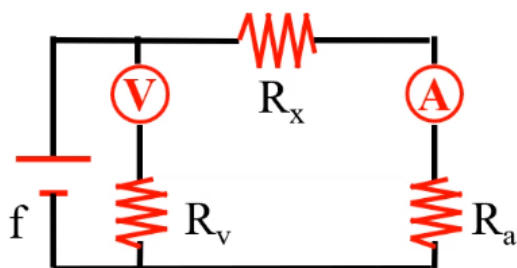


CONFIGURAZIONE A MONTE: il voltmetro è posto ai capi della resistenza R_x mentre l'ampmetro è in serie al parallelo tra R_x e R_v .

In questa configurazione il voltmetro effettua una misura di tensione ai capi della resistenza incognita R_x , mentre l'ampmetro misura la corrente che attraversa la sua resistenza interna R_a , corrispondente a quella che attraversa il parallelo tra R_x ed R_v . Possiamo quindi osservare che in R_a passa una corrente maggiore rispetto a quella che attraversa soltanto R_x . La resistenza stimata R_{st} non rappresenta la resistenza incognita R_x , ma coincide con la resistenza equivalente del parallelo tra R_x e R_v . Risulta allora:

$$(1) \quad \frac{1}{R_{st}} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_v} \implies R_{st} = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$$

Dalla rappresentazione in forma grafica delle misure delle tensioni ottenute dal voltmetro e delle correnti dell'ampmetro si ottiene un set di punti, ben approssimabile tramite una retta di pendenza $\frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$. Tale pendenza risulta minore di R_x , in quanto la resistenza equivalente tra due resistenze parallele è inferiore a ciascuna delle due resistenze che compongono il parallelo.



CONFIGURAZIONE A VALLE: l'ampmetro è disposto sullo stesso ramo della resistenza R_x , mentre il voltmetro è inserito ai capi della serie che contiene R_x e R_a .

In questa configurazione l'ampmetro misura esattamente la corrente che passa per R_x , mentre il voltmetro misurerà la tensione ai capi della serie R_x e R_a . Di conseguenza la resistenza stimata R_{st} non rappresenta la resistenza incognita R_x , ma coincide con la resistenza

equivalente della serie composta da R_x e R_a

$$(2) \quad R_{st} = R_x + R_a$$

Riportando in un grafico i dati di tensione e corrente correlati registrati, dal voltmetro e dall'ampmetro, si ottengono una serie di punti ben approssimabili ad una retta di pendenza $R_x + R_a$ (pendenza banalmente maggiore di R_x).

Le due rette, relative alle resistenze stimate per le due configurazioni, sono state riportate in un unico grafico. Con l'ausilio delle funzioni di analisi di Logger-Pro, è stato possibile calcolare le loro pendenze dalle quali, tramite l'equazione (1) o (2) (in base alla configurazione), abbiamo ricavato la resistenza incognita R_x .

OSSERVAZIONE: In merito alla stima della resistenza incognita, si nota facilmente che nel caso di configurazione a monte si ottiene una stima per difetto, mentre per la configurazione a valle risulta essere per eccesso.

3. Analisi dei dati

Prima della raccolta dati sono stati fissati i valori delle resistenze $R_x=2500\Omega$, $R_v=(10^4\pm 10)\Omega$ e $R_a=(300\pm 10)\Omega$. Di seguito si riportano in forma tabellare i valori ottenuti dalle simulazioni tramite la variazione della tensione fornita dal generatore.

CONFIGURAZIONE A VALLE				CONFIGURAZIONE A MONTE			
Numero misurazioni	Tensione fornita dal generatore $\pm 0.1(V)$	Corrente $\pm 0.01 (A)$	Differenza di potenziale $\pm 0.1 (V)$	Numero misurazioni	Tensione fornita dal generatore $\pm 0.1 (V)$	Corrente $\pm 0.01 (A)$	Differenza di potenziale $\pm 0.1 (V)$
1	40.0	0.01	40.0	1	40.0	0.02	34.8
2	70.0	0.02	70.0	2	70.0	0.03	60.9
3	100.0	0.04	100.0	3	100.0	0.04	87.0
4	130.0	0.05	130.0	4	130.0	0.06	113.1
5	160.0	0.06	160.0	5	160.0	0.07	139.1
6	190.0	0.07	190.0	6	190.0	0.08	165.2
7	220.0	0.08	220.0	7	220.0	0.10	191.3
8	250.0	0.09	250.0	8	250.0	0.11	217.4
9	280.0	0.10	280.0	9	280.0	0.12	243.5
10	310.0	0.11	310.0	10	310.0	0.13	269.6
11	340.0	0.12	340.0	11	340.0	0.15	295.7
12	370.0	0.13	370.0	12	370.0	0.16	321.7
13	400.0	0.14	400.0	13	400.0	0.17	347.8
14	430.0	0.15	430.0	14	430.0	0.19	373.9
15	460.0	0.16	460.0	15	460.0	0.20	400.0
16	490.0	0.18	490.0	16	490.0	0.21	426.1
17	520.0	0.19	520.0	17	520.0	0.23	452.3
18	550.0	0.20	550.0	18	550.0	0.24	478.3
19	580.0	0.21	580.0	19	580.0	0.25	504.4
20	610.0	0.22	610.0	20	610.0	0.27	530.4
21	640.0	0.23	640.0	21	640.0	0.28	556.5
22	670.0	0.24	670.0	22	670.0	0.29	582.6
23	700.0	0.25	700.0	23	700.0	0.30	608.7
24	730.0	0.26	730.0	24	730.0	0.32	634.8
25	760.0	0.27	760.0	25	760.0	0.33	660.9
26	790.0	0.28	790.0	26	790.0	0.34	687.0
27	820.0	0.29	820.0	27	820.0	0.36	713.1
28	850.0	0.30	850.0	28	850.0	0.37	739.1
29	880.0	0.31	880.0	29	880.0	0.38	765.2
30	910.0	0.33	910.0	30	910.0	0.40	791.3
31	940.0	0.34	940.0	31	940.0	0.41	817.4
32	970.0	0.35	970.0	32	970.0	0.42	843.5

I due set di dati ricavati sono stati riportati all'interno del software Logger-Pro, che ci ha fornito una rappresentazione grafica degli stessi. Dall'analisi dei punti ricavati, con le relative incertezze, tramite la funzione "Curve fit" messa a disposizione dal software Logger-Pro, è stato possibile individuare i fit lineari del tipo $V=A*I+V_0$ che meglio approssimavano i punti tracciati:

A VALLE: $r_1=(2797.0\pm 15.5)*I+(-0.6\pm 3.2)$

A MONTE: $r_2=(1996.0\pm 8.4)*I+(0.9\pm 2.1)$

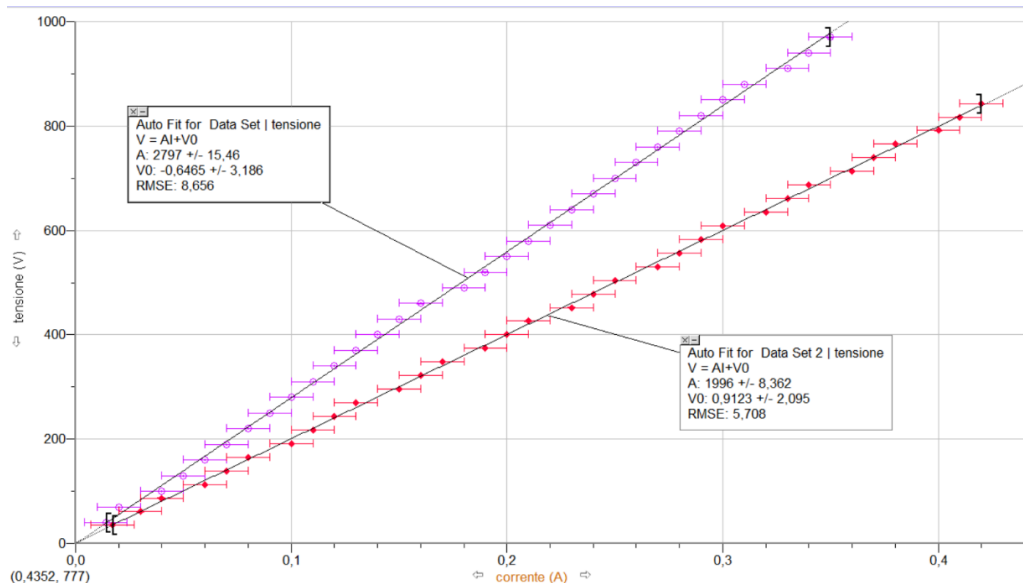


Figura 1 in viola il caso di configurazione a valle r_1 , in rosso il caso di configurazione a monte r_2

Dal grafico così ottenuto in figura 1 si deduce la diretta proporzionalità tra le tensioni e le correnti ricavate dalle simulazioni.

È quindi possibile affermare la validità della legge di Ohm, in quanto l'intercetta è approssimabile con lo zero.

Note le pendenze delle due rette, è ora possibile calcolare la resistenza incognita R_x nelle due configurazioni:

- **A VALLE**: dall'equazione (2) si ottiene la seguente formula inversa:

$$(2.1) \quad R_x = R_{st} - R_a = (2797 - 300)\Omega = 2497\Omega$$

la sua incertezza ΔR_x è data dalla somma delle due incertezze ΔR_a e ΔR_{st} :

$$(2.2) \quad \Delta R_x = \Delta R_{st} + \Delta R_a = (15.5 + 10)\Omega = 25.5\Omega$$

Quindi la resistenza incognita R_x è:

$$(2.3) \quad \mathbf{R_x = (2497.0 \pm 25.5)\Omega}$$

- **A MONTE**: dall'equazione (1) si ottiene la seguente formula inversa

$$(1.1) \quad R_x = \left(\frac{1}{R_{st}} - \frac{1}{R_V}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1996} - \frac{1}{10000}\right)^{-1} = 2493.8$$

Possiamo riscrivere R_x come un rapporto:

$$(1.2) \quad R_x = \left(\frac{1}{R_{st}} - \frac{1}{R_V}\right)^{-1} = \left(\frac{R_V - R_{st}}{R_{st} \cdot R_V}\right)^{-1} = \frac{R_{st} R_V}{R_V - R_{st}}$$

allora è possibile calcolare l'incertezza di R_x come l'incertezza di un rapporto x/y dove $x = R_{st} R_V$ e $y = R_V - R_{st}$:

$$(1.3) \quad \Delta R_x = \Delta \left(\frac{R_{st} R_V}{R_V - R_{st}}\right) = \Delta \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x \Delta y + y \Delta x}{y^2}$$

Dove Δx è l'incertezza di un prodotto: (1.4) $\Delta x = \Delta(R_{st} R_V) = R_{st} \Delta R_V + R_V \Delta R_{st}$

Δy è l'incertezza di una differenza: (1.5) $\Delta y = \Delta(R_V - R_{st}) = \Delta R_V + \Delta R_{st}$

Allora l'equazione (1.3) diventa: (1.6) $\Delta R_x = \frac{(R_{st} R_V)(\Delta R_V + \Delta R_{st}) + (R_V - R_{st})(R_{st} \Delta R_V + R_V \Delta R_{st})}{(R_V - R_{st})^2}$,

sostituendo i valori di $R_{st} = 1996 \Omega$, $R_V = 10^4 \Omega$; $\Delta R_{st} = 8.4 \Omega$; $\Delta R_V = 10 \Omega$; si ottiene:

$$(1.6) \quad \Delta R_x = 18.7 \Omega$$

Quindi la resistenza incognita R_x è:

$$(2.3) \quad R_x = (2493.8 \pm 18.7)\Omega$$

4. Conclusioni e discussioni

In conclusione, possiamo affermare che l'esperimento ha avuto esito positivo. Infatti:

- Dall'osservazione dei grafici ottenuti, possiamo confermare la veridicità della legge di Ohm, poiché i dati raccolti della corrente e della tensione correlati si dispongono su due rette (funzione lineare) e quindi risultano direttamente proporzionali tra loro.
- I risultati stimati della resistenza incognita R_x , relativi ai due casi analizzati, sono:

$$R_{x, valle} = (2497.0 \pm 25.5)\Omega \text{ e } R_{x, monte} = (2493.8 \pm 18.7)\Omega.$$

Tali risultati soddisfano le nostre aspettative in quanto il valore atteso di 2500Ω rientra nel range delle incertezze, che risultano essere piccole rispetto la grandezza delle resistenze.

È inoltre possibile osservare che, nonostante il valore della resistenza ricavato nella configurazione a valle sia più vicina al risultato effettivo della resistenza incognita, valutando anche le incertezze, la stima nella configurazione a monte è globalmente più esatta, come mostrato nella figura 2.

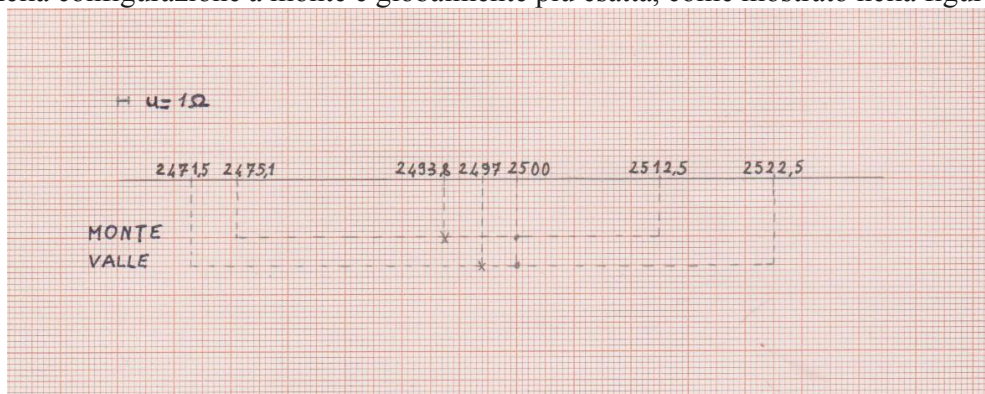


Figura 2 rappresentazione degli R_x calcolati